

複数の代替案がある場合の提携形成ゲームに関する考察

鳥取大学工学部 ○学生会員 石本裕亮
鳥取大学工学部 正会員 谷本圭志
鳥取大学工学部 正会員 喜多秀行

1. はじめに

地方連携や国際協力など複数の主体による共同事業を実施する機会が増加している。一般に共同事業には複数の代替案が存在しており、各主体はどの主体と協力するかのみならず、どの代替案を選択するか意思決定を行う。しかし複数の代替案の存在が、(主体の意思決定の結果) 選択される共同事業の効率性を改善するとは限らない。そこで本研究では複数の代替案がある場合の共同事業の成立についてゲーム理論を用いてモデル化し、形成される協力構造の安定性及び効率性について検討する。

2. 提携形成ゲームのモデル化

任意の主体をプレイヤー i 、プレイヤーの集合を N で表す。2人のプレイヤー間で形成される直接的な協力関係を「その関係を結ぶ2人のプレイヤー間で共通の代替案の選択及びそれらプレイヤーによる事業の費用を最小化することの対等な合意」と定義する。代替案 k の下でのプレイヤー i, j 間の協力関係をリンクを用いて表現する。協力関係が直接、間接的に結ばれているプレイヤーの集合を提携と呼び、任意の提携を $S (\subset N)$ で表す。また協力関係の集合を協力構造と呼ぶ。代替案 k の下で全てのプレイヤー間にリンクが存在するグラフを完全協力構造グラフと呼び、これを g_k^N で表す(次式参照)。

$$g_k^N = \{i: j | i, j \in N, i \neq j\}_k \quad (1)$$

任意の協力構造グラフ g_k は g_k^N の部分集合として以下のように表される。

$$g_k \subseteq g_k^N \quad (2)$$

各プレイヤーの戦略の組み合わせにより g_k が形成される。任意のプレイヤー i の戦略 (l_i) はどのプレイヤーと協力関係を結ぶか $(l_i \subseteq N)$ と、どの代替案を選択するか $(k_i \in K)$ の要素戦略の組み合

わせである。ただし K は代替案の集合である。

$$l_k = l_i \times k_i \quad (l_i \subseteq N, k_i \in K) \quad (3)$$

g_k は以下のように与えられる。

$$g_k \left(\prod_{i \in N} l_k \right) = \{i: j | i \in l_j, j \in l_i, k_i = k_j = k\}_k \quad (k \in K; i, j \in N) \quad (4)$$

(共同) 事業費用は形成された協力構造の結果として得られるものである。よって配分費用は協力構造に準拠して決定される。形成された協力構造での配分費用はMyersonの方法による¹⁾。ただし協力関係にある全てのプレイヤー間で知識・技術の共有が図られると仮定し、事業費用は提携に対して与える。代替案 k の下での提携 S に関する費用を $C^k(S)$ で表す。

費用関数の特性として劣加法性がある。劣加法性が成立していれば次式が満たされる。

$$C^k(S) + C^k(T) \geq C^k(S \cup T) \quad (\forall S, T \subset N, S \cup T = \phi) \quad (5)$$

この条件は任意の提携 S, T が個々で事業を行うよりも、それらの間でより大きな提携を結託して事業を行う動機を保証することを意味する。

3. 安定性分析

pairwise 安定な協力構造とは全てのペアのプレイヤーにおいてリンクの拡大・解消及び代替案の変更が生じるような戦略の変更を行う動機がない協力構造である。pairwise 安定性の概念ではプレイヤーの戦略の変更は1組のペアのプレイヤーを単位とする。2つの代替案 $(K = \{1, 2\})$ がある3人ゲーム $(N = \{1, 2, 3\})$ を検討する。このときの戦略の変更に伴う提携形成の推移の可能性を表すと図1ようになる。以下プレイヤーの対称性を仮定する。単独で事業を実施した場合の費用を(代替案によらず) a 、代替

