

系統信号路線の波動伝播モデルと遅れ時間の計算

山口大学大学院 学生会員○安江 進
山口大学工学部 正 会 員 久井 守
山口大学工学部 正 会 員 田村 洋一

1.はじめに

本研究では、系統信号路線の波動モデルを開発し、各交差点で発生する衝撃波の伝播軌跡を数値計算によって再現する。波動モデルは Stephanopoulos らの数学モデルに基づいて開発し、数値計算によって衝撃波伝播現象を再現し、また信号制御の評価指標となる遅れ時間を求めた。停止波や発進波などの衝撃波を求めるためには、 $q-k$ 式を仮定する必要があるが、本研究では $q-k$ 式が具備すべき条件を示し、それを満足する $q-k$ 関係関数表で与える方法を示し、それを用いて衝撃波の軌跡を求めた。

2. Stephanopoulos らの数学モデル^{1), 2)}

Stephanopoulos らは、連続の式から理論を展開しこの連続の式を変形することによって衝撃波の軌跡を求める数学モデルを導いた。この数学モデルでは「特性曲線」の勾配 $h(k)$ が重要である。この曲線上では密度は一定であり等密度線と呼ぶこともできる。また $h(k)$ は $q-k$ 曲線上の接線勾配でもある。

時間距離図上の境界条件である時間軸上で交通密度 k が既知であると考え、この密度に対応する $h(k)$ の勾配で時間軸から等密度線を多数引くことによって時間距離図上の交通密度分布が得られる。時間距離図上で2本の等密度線が交差する場合は、その交点において2つの密度が存在することになり、これは物理的に不可能である。したがってその交点は交通密度の不連続点であり、その交点で衝撃波が発生したと解釈するのが Stephanopoulos の数学モデルである。Stephanopoulos の数学モデルの考え方を Fig. 1 に示す。

3. $q-k$ 曲線の5条件

いま交通量 q を交通密度 k の関数として、これを $q(k)$ と書くと、 $q(k)$ の満足すべき条件は次のように書くことができる。

$$q(0)=0, \quad q(k_j)=0, \quad q(k_c)=q_m$$

$$dq(0)/dk=v_f, \quad dq(k_j)/dk=-v_s$$

ここで、飽和密度 k_j 、臨界密度 k_c 、飽和交通流率

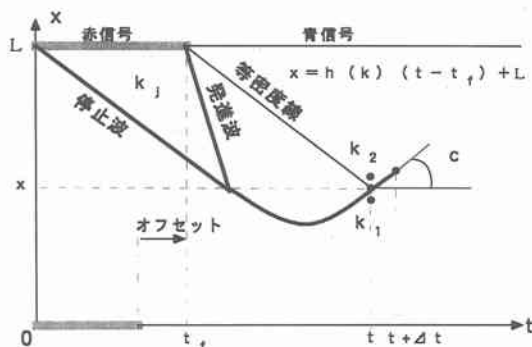


Fig. 1 Stephanopoulos らの数学モデル

q_m 、自由速度 v_f 、発進波の伝播速度 v_s は計算条件として指定されたものとする。これらの5条件を満足する式を1つ定めることができればそれを用いて衝撃波の伝播軌跡を求めればよい。

4. 関数表を用いた衝撃波の解法

上述の5条件を満足する $q-k$ 曲線を1つの関数で表現することができない場合には、 k 、 q および $dq/dk=h(k)$ の関係を関数表の形式で与えることも可能である。その1例を Table 1 に示す。この表では $v_s=20\text{km/時}$ としている。またこの表を図に示すと Fig. 2 のようになる。この図では密度 $0 \sim 150$ 台/km の全範囲で曲線としている。このように関数表が与えられた場合、数値計算によって衝撃波の伝播軌跡を求めるには、Fig. 1 に示すように、等密度線

$$x = h(k)(t - t_f) + L$$

から

$$h(k) = (x - L) / (t - t_f)$$

を計算し、この値に等しい $h(k)$ を表から引いてその行の k を k_2 とすればよい。 k_1 も同様に求める。

$$dx/dt = (k_1 v_1 - k_2 v_2) / (k_1 - k_2)$$

より微小時間 Δt 秒後の衝撃波の座標位置を求める。関数表を用いて求めた波動軌跡図の1例を Fig. 3 に示す。計算条件は、リンク長は下から 400m, 500m, 400m, 500m, 共通サイクル長は 130 秒、上流からの流入交通密度は 30 台/km、交差道路からの流入密度

は5台/kmである。

5. 遅れ時間

系統信号制御の評価指標としてよく用いられるのが遅れ時間である。そこで計算例として1リンク2信号の系統化路線を対象としてオフセットと遅れ時間の関係を求めた。それを Fig. 4 に示す。この図の計算条件は、リンク長 300m, その時間距離はサイクル長比で0.5, 共通サイクル長 $C=60$ 秒, 損失時間0秒, 現示率50%, 交通需要量は726.5台/時である。遅れ時間はリンクの上り下り両方向の合計である。この遅れ時間は次のような方法で求めた。すなわち、対象路線を Δx の微小区間に分け、第 t 番目時刻における第 n 番目微小区間の密度を $k_n(t\Delta t)$ とすると、対象路線の旅行時間は次の式で求められる。

$$\sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{n=1}^N k_n(t\Delta t) \Delta x \right\} \Delta t$$

ここに、 N ：対象路線の微小区間の数

T ：1サイクル内の微小時間 Δt の数

($T=C/\Delta t$)

この旅行時間から1台あたりの平均旅行時間を求め、さらにこれから自由速度による旅行時間を差し引くことによって1台あたりの平均遅れ時間を求めることができる。

6. むすび

本研究では波動理論によって系統信号路線の衝撃波の伝播軌跡を求めコンピュータ画面の時間距離図上に表示した。これによって波動現象の動的な変化を視覚化することができた。また望ましい $q-k$ 曲線について検討し、 $q-k$ 曲線の満足すべき5条件を示した。この条件を満足する $q-k$ 関係を関数表の形式で与える方法を提案した。この関数表を用いて系統信号路線の波動軌跡図を求め、また遅れ時間も求めた。今後の課題としては交差道路への流出交通を考慮すること、交差道路からの流入交通量が交差点ごとに異なる場合を扱えるようにすること、交通流の観測結果と比較して実現象再現性を検証すること、などが挙げられる。

本研究は文部省科学研究費補助金の助成を受けて行った研究成果の一部である。記して謝意を表したい。

参考文献

- 1) G.Stefanopoulos et al : Modelling and Analysis of Traffic Queue Dynamics at Signalized Intersections,

Table 1 $q-k$ 関係の関数表

k (台/km)	q (台/時)	h(k) (km/時)	備考
0	0.00	60.00	自由速度
1	59.00	59.00	
2	116.50	57.50	
...	...	...	
59	1525.40	1.60	
60	1527.00	0.00	臨界密度
61	1526.45	-0.55	
...	...	...	
148	39.97	-19.98	
149	19.99	-19.99	
150	0.00	-20.00	飽和密度

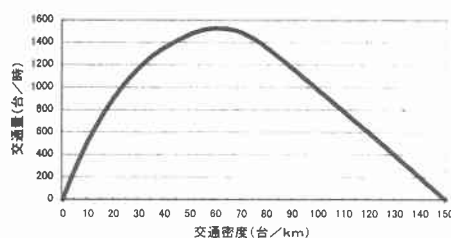


Fig. 2 関数表をプロットした $q-k$ 曲線

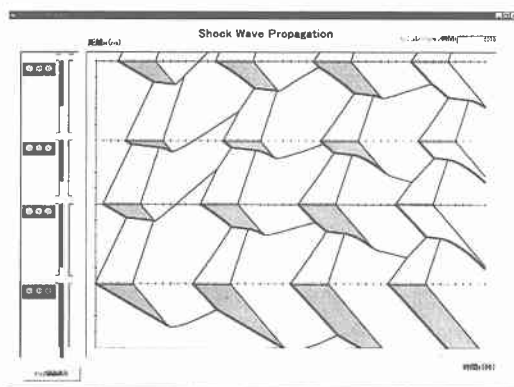


Fig. 3 関数表を用いた場合の波動軌跡図

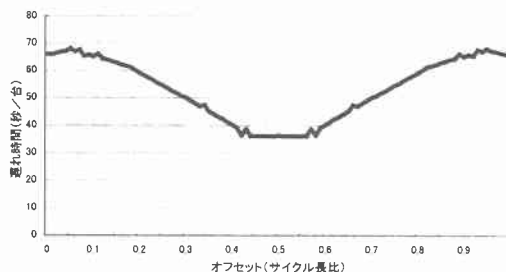


Fig. 4 オフセットと遅れ時間の関係

Transpn. Res.-A, Vol.13A, No.5, pp.295-307, 1979

- 2) 久井守, 田村洋一, 安江進: 系統信号路線における衝撃波伝播現象の再現と $k-v$ 式に関する一考察, 土木計画学研究・講演集 22(1), pp.619-622, 1999