

粘弾塑性性を考慮した鉄筋コンクリート非線形構成則の提案（その2）

島根県	正会員	○	早志	忠晃
松江工業高等専門学校	正会員		大屋	誠
豊橋技術科学大学	正会員		加藤	史郎

1. まえがき

鉄筋コンクリート構造物やプレストレストコンクリート構造物の設計および施工において、時間経過によるコンクリートのクリープやそのクリープによるプレストレスの緩和とメカニズムの解明は重要な課題の一つである。著者らは、これまでコンクリートの繰返し荷重下の非線形性を精度良く挙動を追跡することのできる構成則モデルとして放射・環状形格子モデル（以下、格子モデルと略称）を提案してきた。しかしながら、この格子モデルにおいて粘性に関する定式化および分析は十分に行っていない。

そこで本研究では、粘性特性を表す基本的な3要素 Kelvin (Voigt) モデルを本格子モデルに適用した場合の定式化を行い、有限要素解析プログラムに導入するための基礎プログラムの開発を行うことを目的とする。また、定式化および開発したプログラムの検証のために、赤木ら^[2]の行ったクリープ実験結果と本格子モデルによる解析結果を比較する。

2. 粘弾塑性力学モデル

クリープや応力緩和のような粘性特性を表現するためにばね要素とダッシュポット要素が結合したさまざまな力学モデル^[3]が提案されている。本研究では、格子モデルを構成する各部材の力学特性を表現するために図1に示す3要素 Kelvin モデルを用い、定式化を行うものとする。

定式化において、任意時間 t から $t + \Delta t$ への応力が線形的に変化するものと仮定すると、式(1)のような時刻増分 Δt における増分応力 $\Delta\sigma$ と増分ひずみ $\Delta\varepsilon$ の関係が得られる。

$$\Delta\sigma = E_T \Delta\varepsilon + g \tag{1}$$

$$E_T = \left[C_g + C_i \left(1 - \frac{T_i}{\Delta t} + \frac{T_i}{\Delta t} e^{-\frac{\Delta t}{T_i}} \right) \right]^{-1}$$
$$g = -E_T \left[\left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_i}} \right) C_i \left(\sigma_j - \frac{\varepsilon_i^{(j)}}{C_i} \right) \right]$$

ここで、 C_g は各部材の弾塑性特性を支配するコンプライアンス ($= 1/E_g$)、 C_i は Kelvin 要素のコンプライアンス ($= 1/E_i$)、 T_i は Kelvin 要素の遅延時間 ($= C_i \xi_i$) であり、粘性特性を支配する定数である。また、時刻増分をする前の応力を σ_j 、ひずみを $\varepsilon_i^{(j)}$ としている。

3. 放射・環状形格子モデルの概要

本研究では、構成則モデルとして図2に示す格子モデルを用いる。このモデルは、剛体部とそれに両端部をピン接合された36本の棒部材で構成されている。

従来の格子モデルは、構成する各部材に一軸の弾塑性履歴を仮定していた。本研究では、この各部材に2節で提案する一軸の粘弾塑性特性を考慮したモデル(3要素 Kelvin モデル)を組み込むことを試みた。

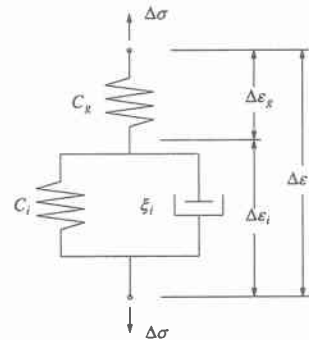


図 1.3 要素 Kelvin モデル

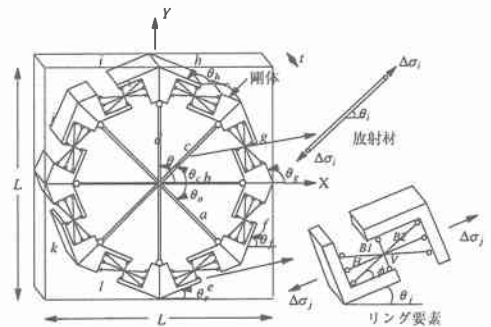


図 2. 放射・環状形格子モデル

格子モデルの各部材の増分後の軸力 N_k は、以下の式で与えられる。

$$N_k = A_k \eta_k E_T^k \Delta\varepsilon_k + (\sigma_{k0} + \eta_k g_k) A_k \tag{2}$$

ここで、 η_k は弾塑性性を考慮した場合の剛性低減係数であり添字 k は構成部材の部材番号を示す。

4. 粘弾塑性力学モデルを導入した格子モデルによる非線形構成方程式の誘導

仮想増分変位 $l_k \delta \varepsilon_k$ が与えられたとき、それに対して式(2)に示す格子モデル各部材の軸力が成す単位面積あたりの仮想ひずみエネルギーの総和とコンクリート要素の単位面積あたりの仮想ひずみエネルギーが等価であると置くと、以下に示すコンクリートの増分型構成方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{D}_{11} & \overline{D}_{12} & \overline{D}_{13} \\ \overline{D}_{22} & \overline{D}_{23} & \overline{D}_{33} \\ sym. & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \overline{\sigma}_{x0} \\ \overline{\sigma}_{y0} \\ \overline{\tau}_{xy0} \end{Bmatrix} \tag{3}$$

ここで、構成マトリクスの $\overline{D}_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$) は粘弾塑性性を考慮したマトリックス、係数 σ_{k0} ($k = x, y, xy$) は初期応力と粘性を考慮した際の見かけ上の応力を足しあわせた応力であるが、詳細は紙面の都合で省略する。

5. 解析手順

任意時刻の粘弾塑性解を得るためには、まず $t = 0$ の初期条件を定める必要がある。これは時間に依存しない弾塑性性を考慮した格子モデルの構成則により増分ひずみあるいは増分応力を与えることによって得られる。初期状態が計算された後、時間を増分させて剛性を計算し、応力が $t = 0$ の時と同じになるようにひずみを求めてゆくことによって解析を進めてゆく。

6. 解析例

3要素 Kelvin モデルを組み込んだ格子モデルによる解析結果を示す。図3は一軸圧縮応力 $\sigma = 60 \text{ kgf/cm}^2$ を作用させた場合のクリープの解析結果と赤木らによる実験結果の比較である。赤木らによるクリープの実験結果は乾燥収縮値を除去した値である。図4には一軸圧縮応力を作用させた時の応力-ひずみ関係を示す。図5と6には一軸引張応力 $\sigma = 10 \text{ kgf/cm}^2$ を作用させた場合のクリープ結果と応力-ひずみ関係の解析結果を示す。

図3において解析値と実験値に若干の差異は見られるが、かなり良く一致しており、本格子モデルがクリープ現象を十分表現しうることが分かる。また、図4において応力が $\sigma = 60 \text{ kgf/cm}^2$ から一定であり、応力が増加していないことが分かる。図4における応力が $\sigma = 60 \text{ kgf/cm}^2$ になった時が、図3におけるクリープ解析の始まりの位置である。図6も同様に応力が $\sigma = 10 \text{ kgf/cm}^2$ の位置がクリープ解析の始まりの位置である。

7. あとがき

本研究では、粘性特性を表す基本的な力学モデルを格子モデルに適用した場合について定式化を行い、一軸圧縮状態下における既存の実験結果と数値解析結果の比較検討した。粘弾塑性モデルの各パラメータをいくつにするかという問題はあるが、解析値と実験値を比較するとかなり良く一致しており、定式化の妥当性を確認することができた。今後は他の要素モデルも扱えるように拡張し、有限要素解析プログラムに粘弾塑性性を考慮した格子モデルによる構成則を組み込むことを試みたい。

参考文献

- [1] 加藤史郎, 大屋誠, 前田佐登男, 吉野文雄: 放射・環状形格子モデルによるコンクリートの構成方程式の定式化と RC シェルの有限要素解析への応用, 日本建築学会構造工学論文集, 44B, pp.441-454, (1998)
- [2] 赤木知之, 大野大明, 色部誠: 有限要素法による PC 格納容器の粘弾性解析, 土木学会論文報告集, 第 214 号, pp.1-8, (1973)
- [3] 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 倍風館, pp. 124~147, (1980)

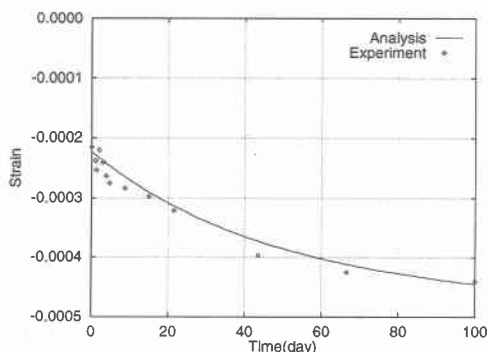


図3. ひずみ-時間関係 (一軸圧縮応力 $\sigma = 60 \text{ kgf/cm}^2$)

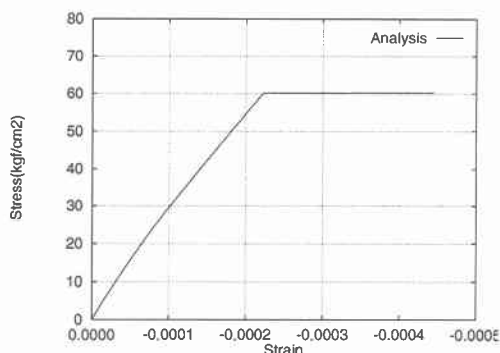


図4. 応力-ひずみ関係

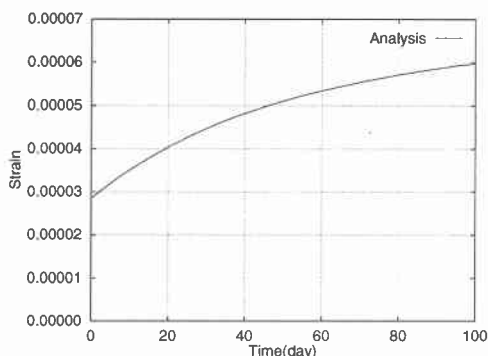


図5. ひずみ-時間関係 (一軸引張応力 $\sigma = 10 \text{ kgf/cm}^2$)

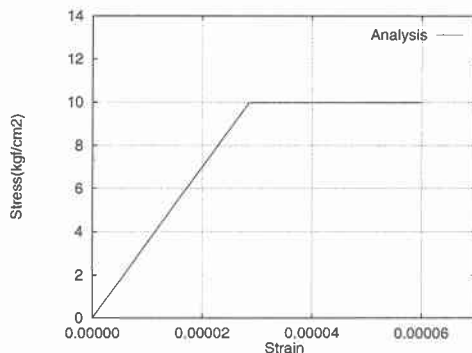


図6. 応力-ひずみ関係