

FAVOR 法を用いたトレンチ内流れの数値解析

鳥取大学工学部 フェロー 道上 正規

鳥取大学工学部 正会員 檜谷 治

鳥取大学大学院 学生員 ○木村 拓寛

1. はじめに

従来の数値解析では計算格子が境界形状に沿った座標系を用いていたため、水路断面が鉛直方向に急変する段落ち流れなどでは、鉛直剥離を伴う流れの解析精度に限界があった。そこで本研究では、長方形の間隔メッシュを用いて流れの解析を行う。この等間隔メッシュは計算が簡単でさらに、計算精度が良いという利点が挙げられる反面、水面や河床での境界条件が与えにくいという難点がある。そこで、計算に際しては、計算格子が境界形状に沿っていなくても滑らかな境界条件を課すことのできる FAVOR 法¹⁾の利点に注目し、これを複雑境界上の境界条件に適用し解析を行う。解析に際してはトレンチ流れを対象とする。

2. 基礎式及び FAVOR 法

FAVOR 法ではあるメッシュ上で流体の占める体積率 V と、断面積率 A を次のように定義している。

体積率 V は図 1 に示すように、

- ・水中 $V = 1.0$
- ・障害物中（水工構造物、河床、大気） $V = 0.0$
- ・水中と障害物との境界上 $0.0 < V < 1.0$

面積率 A は図 2 のように定義している。

計算にあたっては、静水圧仮定を用い基礎式の簡略化を図っている。解析は図 3 に示すような座標系とする。

以下に本解析に用いた基礎式を示す。

【連続式】

$$(2 \text{ 次元}) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$(3 \text{ 次元}) \quad \frac{\partial}{\partial x}(A_x u) + \frac{\partial}{\partial y}(A_y v) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z w) = 0 \quad (2)$$

【運動方程式】

(x 方向)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V} \left(A_x u \frac{\partial u}{\partial x} + A_y v \frac{\partial u}{\partial y} + A_z w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ &= -g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \varepsilon_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \varepsilon_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \varepsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

(y 方向)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V} \left(A_x u \frac{\partial v}{\partial x} + A_y v \frac{\partial v}{\partial y} + A_z w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ &= -g \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \varepsilon_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \varepsilon_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \varepsilon_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 ε_h 、 ε_z ：水平、鉛直方向の渦動粘性係数

ξ ：水面変動（ $= h + z$ ）

3. 解析法

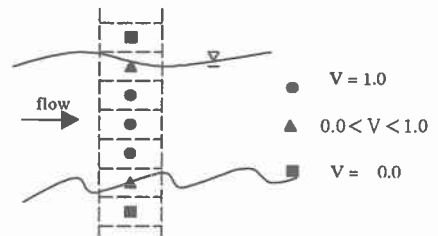


図1 体積率の定

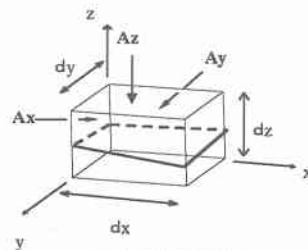


図2 面積率の定義

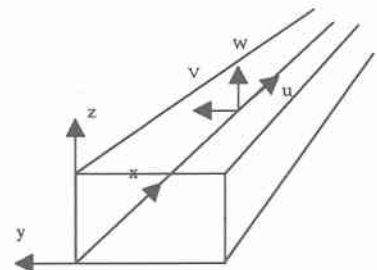


図3 座標系

解析においては、式 (3) で u を、式 (4) で v を求め式 (2) で w を求めるが、他に水深を求める式が必要となる。本解析では、式 (2) を河床から水面まで積分し、流速を水深方向に平均した連続式 (1) より水深を求める。鉛直方向の w については、静水圧の仮定より連続式 (2) を河床から任意の点まで積分することにより w を求める。数値解析法としては、MacCormack 法²⁾を用い、人工粘性項は拡散型のものを用いた。境界条件としては、水面では水平方向のせん断力は 0 とし、河床では流速を考慮し slip 条件、側壁では流下方向の流速を許容し横断方向の流速を 0 とする slip 条件を用いた。また、計算時間間隔は数値発散が起こらないような安定条件として CFL 条件により決定し、解析では上流端で流量を下流端で等流水深を与え、流れが定常状態となるまで計算を行った。解析では藤田ら³⁾の実験条件と同様のトレンチ形状で流れの解析を行った。計算の諸条件は表 1 に示すとうりである。なお、解析メッシュ間隔は、水平方向 2cm、鉛直方向 0.25cm の鉛直 2 次元解析とした。

表 1 計算条件

トレンチ深 (cm)	1.9
トレンチ長 (cm)	20
計算時間間隔 dt (sec)	0.001
マンニングの 粗度係数	0.0105
流量 (m^3/sec)	7.8×10^{-4}
等流水 (cm)	1.45
水路勾配	1/1000

4. 解析結果と考察

本数値解析結果を藤田らの実験結果とともに流速ベクトル図に示す。まず、鉛直方向の流速 w は、従来の解析結果ではトレンチ最下流部において、実験値の場合上昇流がみられるのに対して、まったく逆の下降流が表れているが、本数値解析では実験値と同様の上昇流が表れている。つぎに、実験値では水面形がトレンチ内部ではトレンチ外部の等流区間よりも幾分水面が盛り上がっている。従来の解析ではトレンチ内部の水位上昇が実験値に比べて大きく再現計算されているのに対して本解析では実験値とほぼ同様の水位上昇が再現計算されている。さらに、実験値の下流端で見られる不連続な水面解が再現計算され、本解析法でトレンチ内流れの流況特性が十分再現計算されたと考えられる。

5. まとめ

FAVOR 法を用いた今回の数値解析で、従来の解析では再現困難であった計算格子の形状が変化する場での流れの再現性が改善されたと考えられる。本解析では基礎式を解く際に静水圧の仮定を用いたため、トレンチのような水位変動が小さな流れでは、その流況特性が再現計算されたが、今後は段落ちのような水位変動の大きな流れにも対応できるように圧力の仮定の改善が望まれる。

参考文献

- 1) C.W.HIRT: A PORPSITY TECNIQUE FOR THE DEFINITION OBSTACLES IN RECTANGULAR CELL MESHES, 1985.
- 2) 道上正規: 急勾配弯曲部における数値解析、第 49 回 土木学会中国支部研究発表会発表概要集 pp.163~164、1997.
- 3) 藤田正治: トレンチ内の流れと浮遊砂濃度分布の数値シミュレーション、水工学論文集 第 35 巻 pp.377~382、1991.

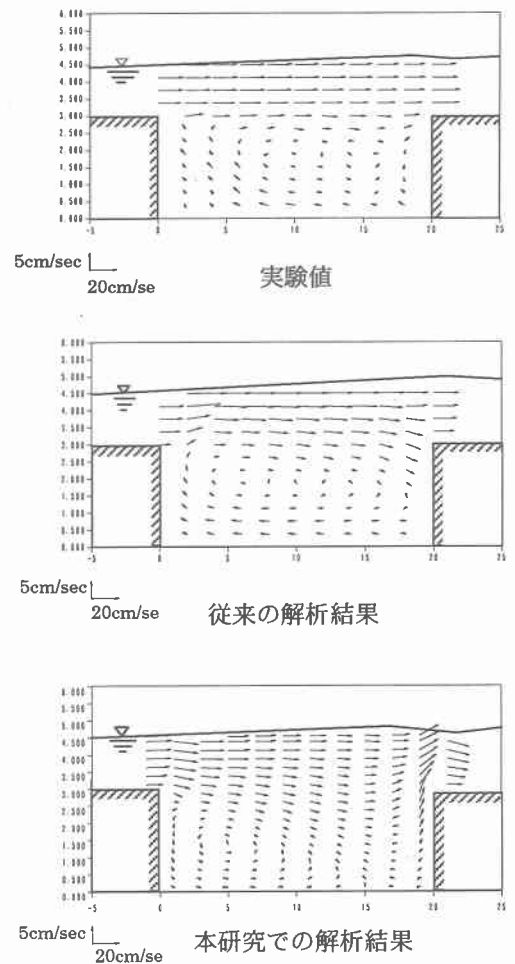


図 4 流速ベクトル図