

相互連結法による構造物の減衰性能向上について

エイトコンサルタント(株) 正 ○滝内 友則
 山口大学 正 會田 忠義
 山口大学 正 麻生 稔彦

1. はじめに

構造物の減衰性能を向上させるために、これまでに種々の工夫がなされているが、本研究では、近接する2つの構造物をばねとダンパーからなる連結減衰要素で連結することにより、連成する構造系の自由振動の減衰性能を向上させる方法を考察する。ここでは、構造物として最も簡単なはりを想定し、2本のはりで連結減衰要素から構成される系のモード減衰比を最大にする連結減衰要素の特性(ばねのばね係数と、ダンパーの減衰係数)を明らかにするとともに、連結要素の適正配置を調整する。

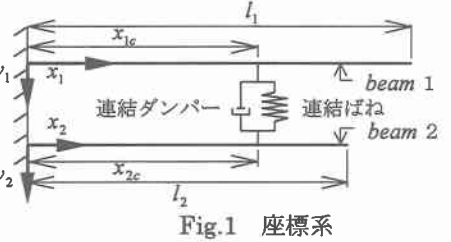


Fig.1 座標系

2. 運動方程式とモード方程式

Fig.1に示す連結減衰要素を取り付けた系の運動方程式を以下に示す。

ここで、Fig.1中に示すはりで、1次の固有円振動数の大きい方をbeam 1とし、小さい方をbeam 2とする。

$$\text{beam 1: } m_1 \ddot{v}_1(x_1, t) + EI_1 v_1''(x_1, t) + c_1 \dot{v}_1(x_1, t) + C \{ \dot{v}_1(x_{1c}, t) - \dot{v}_2(x_{2c}, t) \} \delta(x_1 - x_{1c}) + K \{ v_1(x_{1c}, t) - v_2(x_{2c}, t) \} \delta(x_1 - x_{1c}) = 0 \quad (1)$$

$$\text{beam 2: } m_2 \ddot{v}_2(x_2, t) + EI_2 v_2''(x_2, t) + c_2 \dot{v}_2(x_2, t) + C \{ \dot{v}_2(x_{2c}, t) - \dot{v}_1(x_{1c}, t) \} \delta(x_2 - x_{2c}) + K \{ v_2(x_{2c}, t) - v_1(x_{1c}, t) \} \delta(x_2 - x_{2c}) = 0 \quad (2)$$

m_1, m_2 : 各はりの単位長さ質量 v_1, v_2 : 各はりの振動たわみ

EI_1, EI_2 : 各はりの曲げ剛性 c_1, c_2 : 各はりの内部粘性減衰

K : 連結ばねのばね係数 C : 連結ダンパーの減衰係数

各はりの振動たわみ $v_1(x_{1c}, t)$ 及び $v_2(x_{2c}, t)$ を固有関数 $\phi_{1i}(x_1)$ 及び $\phi_{2j}(x_2)$ と時間に関する未知関数 $\rho_{1i}(t)$ 及び $\rho_{2j}(t)$ を用いて次式で表わす。

$$v_1(x_1, t) = \sum_{i=1}^M \rho_{1i}(t) \phi_{1i}(x_1), \quad v_2(x_2, t) = \sum_{j=1}^N \rho_{2j}(t) \phi_{2j}(x_2) \quad (3)$$

式(3)を式(1)及び(2)に代入する。自由振動しているときの振動変位中、全振幅に対する1次モードの占める割合は極めて大きいので、モード方程式において1次モードに関する項のみを採用し、他の項を削除する。また、ここでは各はり構造物の内部粘性減衰を無視する。このとき、モード方程式は次のように書き直され、式(4)及び(5)はFig.2に示す2自由度系(2質量3ばね系)の運動方程式と同等となる。

$$\text{beam 1: } m_{11} \ddot{\rho}_{11}(t) + m_{11} \omega_{11}^2 \rho_{11}(t) + C \alpha \{ \dot{\rho}_{11}(t) - \beta \dot{\rho}_{21}(t) \} + K \alpha \{ \rho_{11}(t) - \beta \rho_{21}(t) \} = 0 \quad (4)$$

$$\text{beam 2: } \frac{m_{21}}{\beta^2} (\beta \ddot{\rho}_{21}(t)) + \frac{m_{21} \omega_{21}^2}{\beta^2} (\beta \rho_{21}(t)) + C \alpha \{ \beta \dot{\rho}_{21}(t) - \dot{\rho}_{11}(t) \} + K \alpha \{ \beta \rho_{21}(t) - \rho_{11}(t) \} = 0 \quad (5)$$

ここでは、 $\alpha = \phi_{11}^2(x_{1c})$ $\beta = \frac{\phi_{21}(x_{2c})}{\phi_{11}(x_{1c})}$ m_{11}, ω_{11} : beam 1の1次の一般化質量と固有円振動数
 m_{21}, ω_{21} : beam 2の1次の一般化質量と固有円振動数

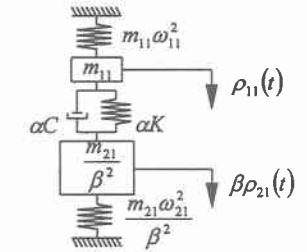


Fig.2 2質量3ばね系

3. 連結減衰要素の調整法

はり構造系全体の減衰が最大となる最適なばねのばね係数 K 及びダンパーの減衰係数 C は、Fig.2の2自由度系において1次モードの固有円振動数 ω_1 と2次の固有円振動数 ω_2 が等しく、かつ2つのモードのモード減衰比 ξ_1 及び ξ_2 が等しくなる条件で求められ、次式となる。

$$K = \frac{\mu(1-f_3^2)(1-\mu^2 f_3^2)}{\alpha(1+\mu)^2(1+\mu f_3^2)} k, \quad C = \frac{2\mu(1-f_3^2)}{\alpha(1+\mu)} \sqrt{\frac{M_2 k_1}{(1+\mu)^3(1+\mu f_3^2)}}, \quad \xi = \frac{(1-f_3^2)}{2(1+\mu f_3^2)} \sqrt{\mu} \quad (6)$$

$$\text{ここで, } M_1 = m_{11}, M_2 = m_{21}/\beta^2, k_1 = m_{11} \omega_{11}^2, k_2 = m_{21} \omega_{21}^2/\beta^2, \mu = \frac{M_2}{M_1} = \frac{m_{21}/\beta^2}{m_{11}}, f_3^2 = \frac{\omega_3^2}{\omega_1^2}, v_1^2 = \frac{k_1}{M_1}, v_2^2 = \frac{k_2}{M_2} \quad (7)$$

4. 自由振動抑制が可能となる2はり構造物系の動的必要条件

系のモード減衰比 ξ は式(6)で与えられ各値の2乗値は $f_3^2 \neq 1.0$ であれば常に正値を取るが、 $f_3^2 = 1.0$ のとき、全く減衰効果がない。連結要素のばねが実在し、 K が正値を取るためには $(1-f_3^2)(1-\mu^2 f_3^2) \geq 0$ を満たさなければならない。すなわち Fig.3 の領域内であれば、モード減衰比を最大にするばねとダンパーが存在することになる。ここで、 $(1-f_3^2) > 0$ である。

5. 連結減衰要素の妥当性と減衰特性

解析対象とする2つの片持ちばりの諸元を Table.1 に示す。各はりの一般化質量は $m_{11} = 0.49799$ (kg)、 $m_{21} = 256.46$ (kg) 及び固有円振動数は $\omega_{11} = 2.4708$ (rad/s)、 $\omega_{21} = 1.2431$ (rad/s) となり、連結位置を $x_{lc} = 17$ (m) とすると最適なばね係数は $K_{opt} = 2.0312 \times 10^4$ (N/m) 及びダンパーの減衰係数は $C_{opt} = 1.3427 \times 10^4$ (Ns/m) となった。まず、本調整法の妥当性を示るため、Fig.4 に連結ばねのばね係数を K_{opt} としダンパーの減衰係数(C/C_{opt})を種々変化させた場合の固有円振動数 ω 及びモード減衰比 ξ の挙動を示した。Fig.4 より $K/K_{opt} = 1.0$ 及び $C/C_{opt} = 1.0$ の近傍で1次と2次の固有円振動数(ω_1, ω_2)が一致し、モード減衰比(ξ_1, ξ_2)が分岐する挙動を呈することが明らかである。このことより、両はりの1次モードに対する調整法が妥当であることがわかる。

次に、連結位置による減衰性能の変動を調べた。連結位置を $x_{lc} = 1$ (m) ~ 20 (m) に変化させ、モード減衰比を最大にするばねの存在の可能性を Fig.3 に示した。Fig.3 より、すべての連結位置において最適な連結ばねが存在することが明らかである。この範囲での最適なばね係数(K_{opt})及び減衰係数(C_{opt})を求め、連結位置(x_{lc})との関係を Fig.5 及び Fig.6 に示した。Fig.5 及び Fig.6 より、連結位置が自由端に近づくほど最適なばね係数(K_{opt})及び減衰係数(C_{opt})は、減少している。また、連結位置の変化にともなう1次モードのモード減衰比の挙動を調べた。Fig.7 に1次のモード減衰比と連結位置の関係を示した。モード減衰比が最大となった $x_{lc} = 17$ (m) 付近の連結位置では、Fig.4 と同じような挙動が得られた。

はり構造系の内部減衰効果を調べるため、両はりのすべてのモードに対してモード減衰比 h を一定とし、ここでは $h = 0.05$ について調べた結果を Fig.8 に示す。連結位置は、Fig.4 と同じ $x_{lc} = 17$ (m) である。Fig.4 及び Fig.8 より、 $C/C_{opt} = 1.0$ のときの1次のモード減衰比が $\xi_1 = 0.19577$ から $\xi_1 = 0.24344$ に増加した。はり構造物の内部減衰を考慮すると内部減衰が加算される形でより高い減衰が得られる事がわかった。

6. まとめ

本研究では、1次モードの早期抑制に注目することにより、連成するはり構造系の自由振動の減衰性能を向上させる連結減衰要素の調整法を提示した。1次モードに対する連結減衰要素の近似調整法としては妥当であることがわかった。本調整法が適用可能な無次元領域を示し、領域に存在しても減衰性能を高めることができない場合もあることを明らかにした。また、振動によるたわみが大きい位置に連結減衰要素を取り付ければ、より高い減衰性能が得られ、はり構造物の内部減衰を考慮すると安全側の効果が現れることを示した。

参考文献 竹下、會田、麻生「動吸振システムによる構造物の自由振動抑制に関する研究」土木学会第53回年次学術講演会第1部(B)平成10年10月、pp.924~925

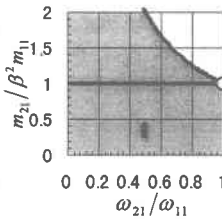


Fig.3 領域図

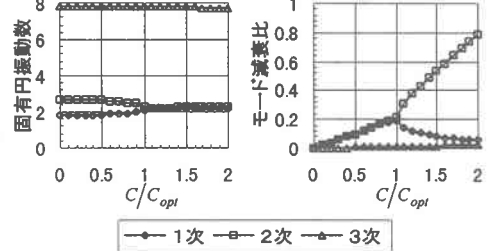


Fig.4 C/C_{opt} と ω 及び ξ の関係

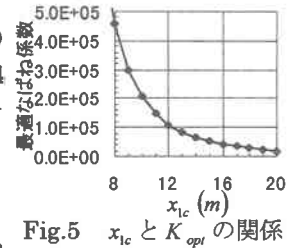


Fig.5 x_{lc} と K_{opt} の関係

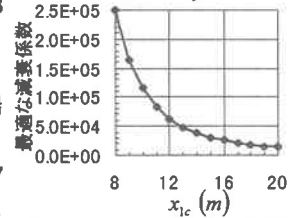


Fig.6 x_{lc} と C_{opt} の関係

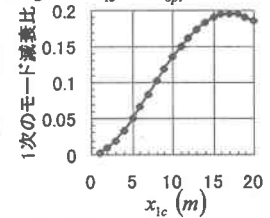


Fig.7 x_{lc} と ξ_1 の関係

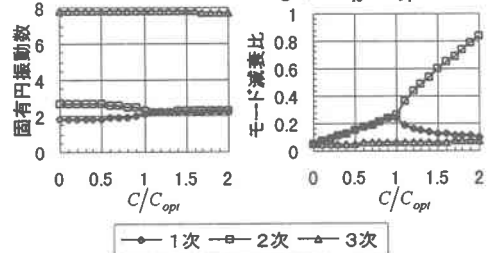


Fig.8 $h = 0.05$ のときの C/C_{opt} と ω 及び ξ の関係