ソリッド有限要素による梁部材の解析に関する研究

徳山工業高等専門学校　学生会員　○岩崎 忠志
徳山工業高等専門学校　正会員　岩崎 英治
徳山工業高等専門学校　正会員　重松 恒美

1. はじめに

ソリッド有限要素を梁部材，板・シェル部材に適用した場合せん断ひずみが微少になり，剛性を過大評価してしまうため精度が悪化してしまう．この現象はせん断ロッキングと呼ばれ，この現象の緩和に対していくつかのタイプのソリッド要素が開発された．本研究では従来のソリッド要素，既往の研究によって開発された要素，今回新しく開発された要素を用いて薄肉構造における精度の比較，検討を行う．

2. 本研究で用いた各要素

本研究では剛性行列を数値積分する際に完全積分法を用いた従来の要素であるFull要素，方向別選択積分法を用いた要素であるKoh & Kikuchi の要素[1]，せん断ロッキング，体積ロッキングを緩和した要素であるLiu，Hu & Belytschkoの要素[2]，低減積分法の剛性行列に単軸曲げの力‐変位関係式を重ね合わせることにより誘導された要素であるKosloff & Frazierの要素[3]，今回新しく開発された要素で，せん断ひずみからロッキングを引き起こす項を除き，梁部材，板・シェル部材の応力状態を表現するために応力‐ひずに関係を修正した要素である新要素[4]を用いて構造解析を行う．

表-1　軸圧縮力によるσ xx (x, y, z)=(50, 5, 0.5)

elemens	Full	Koh	Liu	Kosloff	N.E
2 * 1 * 1	0.8715		1.1197	1.0000	1.0000
4 * 1 * 1	1.0240		0.9328	1.0000	1.0000
8 * 1 * 1	1.0008		0.9774	1.0000	1.0000
2 * 2 * 1	0.8719	1.0000	1.1207	1.0000	1.0012
4 * 2 * 1	1.0247	1.0000	0.9327	1.0000	1.0002
8 * 2 * 1	1.0006	1.0000	0.9853	1.0000	1.0020
2 * 1 * 2	0.8715		1.1197	1.0000	1.0000
4 * 1 * 2	1.0240		0.9328	1.0000	0.9999
8 * 1 * 2	1.0008		0.9774	1.0000	0.9994
2 * 2 * 2	0.8719	1.0000	1.1207	1.0000	1.0013
4 * 2 * 2	1.0248	1.0005	0.9326	1.0000	1.0000
8 * 2 * 2	1.0006	0.9992	0.9853	1.0000	1.0014

表-2　面外曲げによるσ xx (x, y, z)=(50, 5, 1)

elemens	Full	Koh	Liu	Kosloff	N.E
2 * 1 * 1	0.0014		0.7875	0.0000	0.9980
4 * 1 * 1	0.0055		1.0420	0.0000	0.9980
8 * 1 * 1	0.0217		0.9999	0.0000	0.9980
2 * 2 * 1	0.0014	1.0000	0.8018	0.0000	0.9960
4 * 2 * 1	0.0054	1.0000	1.0184	0.0000	0.9995
8 * 2 * 1	0.0214	1.0000	0.9870	0.0000	0.9928
2 * 1 * 2	0.0012		1.0188	0.5100	0.9980
4 * 1 * 2	0.0051		0.7882	0.5007	0.9980
8 * 1 * 2	0.0199		0.8436	0.5026	0.9980
2 * 2 * 2	0.0012	1.0400	1.0134	0.5165	0.9960
4 * 2 * 2	0.0051	1.0400	0.8049	0.5096	0.9995
8 * 2 * 2	0.0197	1.0400	0.8670	0.5108	0.9928

3. 数値計算

図-1 に示すような薄肉部材に対して軸圧縮力，面外曲げ，面内曲げを加え薄肉部材に対する各要素の特性を調べる．ヤング係数20MN/cm^2，ポアソン比を0.3とする．**表-1**，**表-2**，**表-3** の値は各点におけるσ xx を梁の理論による解で無次元化したものである．なお，表に示した分割数は左から x 方向，y 方向，z 方向の順で示し，長手方向に2，4，8分割，断面内を 1×1，2×1，1×2，2×2 分割しこれらの組み合わせによって比較を行う．

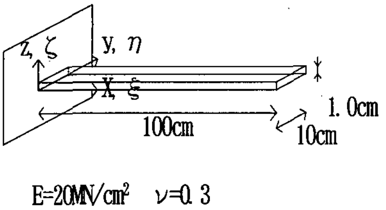

図-1　平板の片持ち梁

表-3　面内曲げによるσ xx (x, y, z)=(50, 0, 0.5)

elemens	Full	Koh	Liu	Kosloff	N.E
2 * 1 * 1	0.0907		0.7890	0.0000	0.9998
4 * 1 * 1	0.3238		1.0439	0.0000	0.9998
8 * 1 * 1	0.6477		1.0016	0.0000	0.9998
2 * 2 * 1	0.0870	0.6666	1.0200	0.5100	0.9939
4 * 2 * 1	0.3229	0.6666	0.7892	0.5007	1.0014
8 * 2 * 1	0.6576	0.6666	0.8446	0.5026	1.0000
2 * 1 * 2	0.0906		0.7889	0.0000	0.9998
4 * 1 * 2	0.3237		1.0439	0.0000	0.9998
8 * 1 * 2	0.6476		1.0016	0.0000	0.9998
2 * 2 * 2	0.0870	0.6667	1.0201	0.5105	0.9941
4 * 2 * 2	0.3229	0.6665	0.7892	0.5008	1.0011
8 * 2 * 2	0.6575	0.6661	0.8446	0.5026	0.9989

4.考察

解析結果によって得た各要素の特性を以下に示す．

(a)　Full 要素

軸圧縮力が働いた場合には長手方向に要素分割を増すことにより正確に解を表現することができる．面外曲げが生

じた場合，せん断ロッキングの影響により精度が著しく悪化してしまう．面内曲げでは面外曲げほどせん断ロッキングの影響はなかったが，より要素分割を増さなければ応力を表現することができない．

(b) Koh & Kikuchi の要素

本研究では面外曲げに対するせん断ロッキングのみ緩和できるようなパラメーターに設定し，このパラメーターを変化させなかったため，すべての荷重に対して Y 方向に要素分割を行わなければ剛性行列が特異となり解析が行えない．面外曲げや軸圧縮力がかかった場合，長手方向の要素分割に関係なく，Y 方向にのみ要素分割を行えば応力を表現できる．また，X 方向，Y 方向には低減積分を行っているため，面内曲げに対しては正確に応力を表現できない．

(c) Liu, Hu & Belytschko の要素

軸圧縮力がかかった場合には Full 要素と同様に長手方向に要素分割を増すと精度が向上する．面外曲げがかかった場合には厚さ方向に要素分割をしなくても長手方向にのみ要素分割をすることによりある程度応力を表現することができる．面内曲げがかかった場合でも同様に，曲げ応力の中立面に垂直な方向に要素分割をしなくてもある程度応力を表現できる．

(d) Kosloff & Frazier の要素

次数低減積分法による剛性マトリックスに単軸曲げによる力 - 変位関係式を重ね合わせることにより，単軸応力状態を表現できるため軸圧縮力がかかった場合には梁の理論と一致した．しかし，この要素は要素の中心の一点によって応力を検出しているため，面外曲げがかかった場合には Z 方向に，面内曲げがかかった場合には Y 方向に分割数を増さなければまったく応力を表現できない．

(e) 新要素

この要素は細長い部材において断面内に要素分割をしなければ断面無応力の状態を，薄い部材において厚さ方向に要素分割をしなければ平面応力状態を表現するように応力 - ひずみ式を修正した要素である．このことは軸圧縮力がかかった場合にはっきりと見受けられる．断面方向に要素分割しなければ梁の理論と一致し，断面内に要素分割を増すとソリッド要素本来の特性である，細かい応力変化を表すことができる．面外曲げや面内曲げがかかった場合でもせん断ロッキングの影響は受けず，梁要素，板・シェル要素と同程度の要素分割で同程度の応力を表すことができる．

5. 結論

本研究ではこれらの各要素を梁の理論と比較することにより各要素の特性を把握し，新要素の有効性を確認できた．以上の解析で明らかになったことを以下に示す．

(1) 軸方向応力がかかった場合には各要素とも精度がよい．

(2) 曲げに対しては既往の研究による要素は分割数を増さなければ精度が上がらなかった．

(3) 新要素では梁要素，シェル要素と同程度の粗い要素分割数でも十分梁の理論，板・シェル理論に相当する解が得られる．

参考文献

1) Byeong C. Koh and Noboru Kikuchi : New improved hourglass control for bilinear and triliner elements in anisotropic linear elasticity,Computer methods in applied mechanics and engineering 65 (1987) pp 1-46 North-Holland

2) Wing Kam Liu, Yu-Kan Hu，Ted Belytschko : Multiple quadrature underintegrated finite elements, International journal for numerical methods in engineering, vol.37, pp 3263-3289(1994)

3) Dan Kosloff，Gerald a. Frazier : Treatment of hourglass patterns in low order finite element codes, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics , vol，2，pp 57-72 (1978)

4) 岩崎 英治，林 正：はり部材や板シェル部材に適用可能なソリッド要素の開発，計算工学講演会論文集，vol .2 pp 431－434 (1997.5)