

粘弾塑性を考慮した鉄筋コンクリート非線形構成則の提案

松江工業高等専門学校 正会員 ○ 大屋 誠
 豊橋技術科学大学 正会員 加藤 史郎
 (株) 飯島建築事務所 前田佐登男
 バコーポレーション 吉野 文雄

1. はじめに

鉄筋コンクリート構造物やプレストレストコンクリート構造物の設計および施工において、時間経過によるコンクリートのクリープやそのクリープによるプレストレスの緩和のメカニズムの解明は重要な課題のひとつである。コンクリートの非線形的な材料特性に関しては、著者らが提案した放射・環状形格子モデル^[1]（以下、格子モデルと略称）を用いることによって、単調載荷から繰り返し載荷を受けるRC構造物の挙動をかなり精度良く追跡できることを確認した。しかしながら、これまで時間に依存した粘性に関する定式化および分析は十分に行われていない。

そこで本研究では、格子モデルを構成する各部材に4要素Voigtモデルを採用し、粘性を考慮したコンクリートの弾塑性構成方程式の定式化を行うことを目的とする。

2. 放射・環状形格子モデルによる構成方程式の定式化

2.1. 単位要素（放射・環状形格子モデル）の概要

図1に格子モデルを示す。このモデルは、剛体部とそれに両端ピン接合された36本の棒部材で構成されている。このモデルは、エネルギー的に等価な連続体（コンクリート）要素に置換され、モデルを構成するそれぞれの棒部材に与えられた軸方向のみの応力-ひずみ特性を用いて、コンクリート要素の多軸応力下やせん断応力下の挙動を表現しようとするものである。

解析においては、モデルを構成する各部材に一軸の弾塑性履歴を仮定している。そこで各部材に一軸の粘弾塑性特性を考慮したモデル（4要素Voigtモデル等）を組み込めば、コンクリートの多軸応力下やせん断応力下の粘弾塑性挙動を容易に表現することができる。

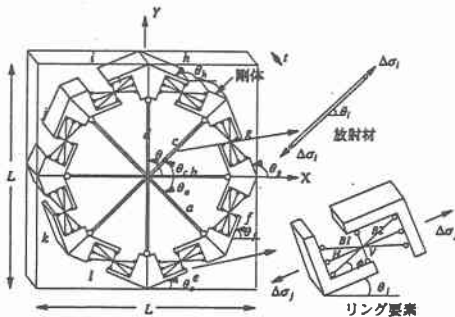


図1. 放射・環状形格子モデル

格子モデルの構成は次のとおりである。格子モデルは4本の放射材（a～d）と8個のリング要素（e～l）で構成されている。また、リング要素はさらに、それぞれ4本の棒部材（水平材H、鉛直材Vおよびブレース材B₁、B₂）で構成されている。

格子モデルは、有限要素中の積分点に配置され、その積分点に与えられたひずみベクトル $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T$ に対する応力度を評価する。コンクリートの解析においては、主ひずみ方向を求め、その方向を利用して直交異方性を仮定する方法等がよく用いられている。格子モデルを用いた方法では、主ひずみ方向等に依存することなく、応力度を評価することができる。

2.2. 放射・環状形格子モデルの構成部材の材料特性

クリープや応力緩和のような粘性特性を表現するためにばね要素とダッシュポット要素が結合したさまざまな力学モデル^[2]が提案されている。本研究では、格子モデルを構成する各部材の力学特性を表現するために図2に示す4要素Voigtモデルを用い、定式化を行うものとする。ここで、 C_g は各部材の弾塑性特性を支配するコンプライアンス（ $= 1/E_g$ ）、 C_i はVoigt要素のコンプライアンス（ $= 1/E_i$ ）、 T_g はMaxwell要素の遅延時間（ $= C_g \eta_g$ ）、 T_i はVoigt要素の遅延時間（ $= C_i \eta_i$ ）であり、粘弾性特性を支配する定数である。

定式化において、コンクリートの弾塑性成分と粘性成分が互いに独立していると考え、任意時間 t から $t + \Delta t$ への応力が線形的に変化すると仮定する。これより、式(1)に示すような時刻 t における増分応力 $\Delta\sigma$ と増分ひずみ $\Delta\varepsilon$ の関係が得られる。

$$\Delta\sigma = E_T \Delta\varepsilon + g \quad (1)$$

ただし、

$$E_T = \left[C_g + \frac{\Delta t}{2\eta_g} + C_i \left(1 - \frac{T_i}{\Delta t} + \frac{T_i}{\Delta t} e^{-\frac{\Delta t}{T_i}} \right) \right]^{-1}$$

$$g = -E_T \left[\frac{\Delta t}{\eta_g} \sigma_j + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_i}} \right) C_i \left(\sigma_j - \frac{\varepsilon_i^{(j)}}{C_i} \right) \right]$$

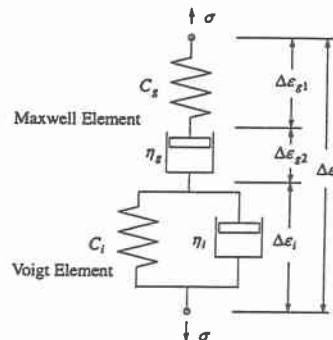


図2. 4要素Voigtモデル

である。したがって、格子モデルの各部材の増分後の軸力 N_k は、以下の式で与えられる。

$$N_k = A_k E_T^k \Delta \varepsilon_k + (\sigma_{k0} + g) A_k \quad (2)$$

ここで、添字 k は構成部材の部材番号を示す。

2.3. 仮想仕事の原理による増分型構成方程式

仮想増分変位 $\delta \varepsilon_k$ が与えられたとき、それに対して式 (2) に示す格子モデル各部材の軸力が成す単位面積あたりの仮想ひずみエネルギーの総和とコンクリート要素の単位面積あたりの仮想ひずみエネルギーが等価であると置くと、以下に示すコンクリートの増分型構成方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{D}_{11} & \overline{D}_{12} & \overline{D}_{13} \\ \overline{D}_{22} & \overline{D}_{23} & \overline{D}_{23} \\ sym. & & \overline{D}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \overline{\sigma}_{x0} \\ \overline{\sigma}_{y0} \\ \overline{\tau}_{xy0} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここで、構成マトリックスの $\overline{D}_{ij}$ の詳細は紙面の都合で省略する。

RC 要素の増分型構成方程式は、鉄筋が X, Y 方向それぞれの方向に直交配筋されるものとする以下のように定式化される。

$$\{\sigma^{RC}\} = \left([\overline{D}_{ij}^{Lattice}] + [D_{ij}^s] \right) \{\Delta \varepsilon\} + \{\sigma_0^{RC}\} \quad (4)$$

ただし、

$$[D_{ij}^s] = \begin{bmatrix} \eta_{sx} \rho_X E_{sx} & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{sy} \rho_Y E_{sy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、

- $\{\sigma^{RC}\}$: 鉄筋コンクリート要素の増分後の応力ベクトル
- $[\overline{D}_{ij}^{Lattice}]$: 粘弾性を考慮した格子モデルによるコンクリート要素の剛性マトリックス
- $[D_{ij}^s]$: 鉄筋の剛性マトリックス
- $\{\sigma_0^{RC}\}$: 鉄筋コンクリート要素の増分前の応力ベクトル
- ρ_X, ρ_Y : X, Y 方向の鉄筋比
- E_X, E_Y : X, Y 方向の鉄筋弾性係数
- η_X, η_Y : X, Y 方向の鉄筋弾性低減係数

3. 計算手順

任意時刻の粘弾塑性解を得るためには、まず $t=0$ の初期条件を定める必要がある。これは時間に依存しない弾塑性性を考慮した格子モデルの構成則により増分ひずみあるいは増分応力を与えることにより弾塑性解析することで得られる。計算手順を図3に示す。

図3に示すように、弾塑性解析と粘性を考慮した弾塑性解析の違いは、剛性マトリックスの計算と時間増分によって見かけの応力が発生することである。

4. 今後の課題

単軸クリープ実験結果と本格子モデルによる解析結果を比較することにより粘弾塑性解析への提案する構成方程式の適用可能性について検討を行いたい。また、本稿で提案

した粘性を考慮した弾塑性構成方程式を有限要素解析プログラムに組み込み、有限要素解析により鉄筋コンクリートシェル構造物の粘弾塑性解析を行いたいと考えている。



図3. 粘弾塑性解析流れ図

参考文献

- [1] 加藤史郎, 大屋誠, 前田佐登男, 吉野文雄: 放射・環状形格子モデルによるコンクリートの構成方程式の定式化と RC シェルの有限要素解析への応用, 日本建築学会構造工学論文集, 44B, (1998)
- [2] 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 倍風館, pp. 124~147, (1980)