

## アーチ系橋梁の逆対称 1 次振動の自由振動抑制について

前田建設工業(株) 正員○兼光雄大 山口大学工学部 正員 會田忠義・麻生稔彦  
松江高専 正員 大屋誠 (株)横河ブリッジ 正員 今田安男

**1.序論** アーチ系橋梁の動特性の特徴の一つとして、逆対称 1 次振動が最低の固有円振動数となり、たわみ振動が目立つことからこれまでに、長径間のアーチ橋において、使用上から補修・補強などが問題となるケースがある。本研究は、このことに注目し、これらの逆対称 1 次振動を抑制する方法を提案するとともに、この手法の振動抑制効果を明らかにすることを目的とする。この手法は Fig. 1 のように、アーチリブの逆対称 1 次振動を抑制するため、アーチのモードの腹の位置と橋梁構造の不動点との間に、バネとダンパーからなる減衰装置(エネルギー吸収装置)を有する張力部材(減衰部材)を挿入することにより振動抑制を試みるものである。本研究では、アーチリブに対する逆対称 1 次振動のエネルギー吸収装置の振動抑制効果を示すと

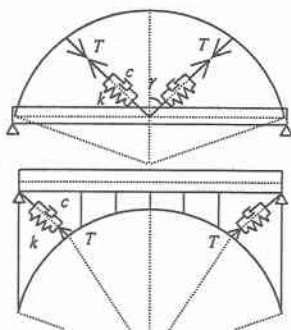


図-1 アーチ橋抑制モデル

もに、ランガー橋に既述の減衰部材を装着することによる逆対称 1 次振動の抑制効果を明らかにする。  
**2.エネルギー吸収装置の近似調整条件** Fig. 1 に示すように、ケーブルからなる減衰部材をアーチに固定する場合、振動時に減衰部材に圧縮力が作用しないように、減衰部材に初期張力を導入しておき、対象構造物の振動時にゆるみが生じないようにする必要がある。アーチの逆対称振動時に、減衰部材に圧縮力が作用しないためには、ダンパーの減衰係数  $c$ 、ばね係数  $k$  および最小初期張力  $T$  が満たす条件は、近似的ではあるが、式(1)の通りである。  $k \equiv c\omega_1/l + \alpha_1$ ,  $T = k(1 + \alpha_1)W_{\max}$  (1)

式(1)中、 $W_{\max}$ :逆対称振動時の減衰部材の最大縮み振幅、 $\alpha_1$ :余裕量、 $\omega_1$ :逆対称 1 次の固有円振動数である。ここで、最大縮み振幅  $W_{\max}$  はランガー橋設計時のたわみ制限をもとに、また既存のランガー橋の実測結果をもとに、けたの 1/4 点に発生する逆対称振動時の動的たわみを式(2)のように推定し式(3)で表した。

$$\delta_{i,\max} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{L}{600} (1+i)(1+\alpha_2) \right\} \quad i: \text{衝撃係数}, \alpha_2: \text{余裕量} \quad (2), \quad W_{\max} = \frac{L}{1800 \cos \gamma} (1+i)(1+\alpha_2) \quad (3)$$

この  $W_{\max}$  を用いることにより、式(1)より、エネルギー吸収装置の諸量の最小必要量が与えられる。

**3.エネルギー吸収装置を有するアーチリブの自由振動解析** 上路アーチ橋などでは死荷重がアーチに作用し、スレンダーなアーチの振動では初期応力が影響し、変形の影響を考慮した振動解析が必要とされることは周知の通りである。そこで本研究では、アーチリブに対しては、線形化した有限変形理論を適用し、初期荷重として、死荷重とともに減衰部材からの初期力を考慮して、減衰部材(エネルギー吸収装置)の効果を調査した。初期荷重の有限変形の影響を考慮した円弧アーチの自由振動の運動方程式は(4)式のように表される。

$$\begin{aligned} EI(u'''' + v''') - EAR^2(v' - u) - (N_d + N_r)R^2(u'' + 2v' - u) + (Q_d + Q_r)R^2(v'' - u') - (p_d + p_r)R^2(v' - u) + (q_d + q_r)R^3(u' + v) \\ + k(C_s^2 u + S_s^2 v)\delta(\theta - \alpha)R^4 + c(C_s^2 \dot{u} + S_s^2 \dot{v})\delta(\theta - \alpha)R^4 + mR^4 \ddot{u} = 0 \\ -EI(u'''' + v''') - EAR^2(v' - u') + (Q_d + Q_r)R^2(u + u'') - (p_d + p_r)R^3(u' + v) \\ + k(S_s^2 u + C_s^2 v)\delta(\theta - \alpha)R^4 + c(S_s^2 \dot{u} + C_s^2 \dot{v})\delta(\theta - \alpha)R^4 + mR^4 \ddot{v} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式中、 $R$ :半径、 $EA$ :アーチの伸縮剛性、 $EI$ :アーチの曲げ剛性、 $u, v$ :アーチの半径および接線方向変位、 $N_d, N_r$ :死荷重および減衰部材からの初期力によるアーチ軸力、 $Q_d, Q_r$ :同外力のアーチせん断力、 $p_d, p_r$ :同外力の半径方向分布荷重強度、 $q_d, q_r$ :同外力の接線方向分布荷重強度、 $k, c$ :減衰部材のばね係数と減衰係数、 $C_s, S_s$ :定数、 $(\cdot)' = \partial/\partial\theta$ ,  $(\cdot)\dot{ } = \partial/\partial t$ ,  $\delta(\theta - \alpha)$ :Dirac の  $\delta$  関数である。

本研究では、2 ヒンジアーチの逆対称 1 次モードに注目することから、2 ヒンジアーチの自由振動時の逆対称振動変位を(5)式で表す。

$$u(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n e^{i\omega_n t} \sin \frac{2i\pi\theta}{\theta_0}, \quad v(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n e^{i\omega_n t} \left(1 - \cos \frac{2i\pi\theta}{\theta_0}\right) \quad \lambda: \text{特性指数} \quad (5)$$

振動数方程式は式(6)で表され、複素固有値解析することにより、固有値として、動特性が算出される。

$$| [A] + \lambda[B] + \lambda^2[C] | = 0 \quad (6)$$

**4.アーチリブに対する調査結果** 数値解析で用いたアーチリブは、山田橋(ランガー橋)のアーチ部を取り出し、円弧アーチとしたものである。本研究では、エネルギー吸収装置をアーチリブのモードの腹に装着し、微小変形および有限変形理論の両理論により解析し、エネルギー吸収装置が動特性に与える影響を示す。以下の解析で使用する無次元量は(7)式の通りである。

$$\chi = c/c_0, \quad \kappa = k/k_0, \quad \tau = T/T_0, \quad \eta = w/w_0, \quad \gamma = 1.182(\text{rad}) \quad (7)$$

$c_0$ : アーチの臨界減衰,  $k_0$ : アーチの 1/4 点の剛性

$T_0$ : 半径方向等分布荷重の座屈荷重の総重量の 1/2

$w_0$ : 鉛直方向等分布荷重作用時の等分布座屈荷重

上記の減衰装置中のばね、ダンパーの特性値および張力は、アーチリブの逆対称 1 次の固有円振動数を求め、エネルギー吸収装置の伸縮量を式(3)で、また余裕量  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.2$  としたとき、式(1)および式(3)より、 $\kappa = 1.39\chi$ ,  $\tau = 9.98 \times 10^{-4}\chi$  となる。すなわち、エネルギー吸収装置が圧縮を受けないためには、装置の減衰係数  $c(\chi)$  が与えられ、ばね係数  $k(\kappa)$  および最小張力  $T(\tau)$  が与えられる。

**初期荷重の影響** 初期荷重  $w$  の変動にともなうアーチの逆対称 1 次の固有円振動数  $\omega_1$  の挙動を図-2 に示した。図より、初期力の影響は、解析結果に大きな影響を及ぼすことが明らかである。

**エネルギー吸収装置の影響** エネルギー吸収装置の減衰係数  $c(\chi)$  の変動にともなうアーチの逆対称 1 次のモード減衰比  $\xi$  と固有円振動数  $\omega_1$  の挙動の結果を図-2 に示した。図中には鉛直等分布荷重  $w(\eta)$  の大きさの変化による挙動も同時に示している。図中、 $\eta=0$  の曲線と微小変形理論より算出した結果は一致した。また、エネルギー吸収装置を装着することにより、アーチの剛性を高めるとともに、減衰効果も期待できる。

**5.エネルギー吸収装置がランガー橋の動特性に与える影響** 本解析の対象橋は、既述の山田橋(逆対称 1 次の固有円振動数=3.85rad/sec)である。アーチリブの 1/4 点および 3/4 点とけたの 1/2 点に減衰部材を挿入したエネルギー吸収装置が動特性に与える影響を有限要素法(微小変形理論および線形化した有限変形理論)を用い解析調査した。線形化した有限変形理論については、死荷重による軸力を考慮した幾何剛性マトリクスを導入している。ここでは、減衰材に高減衰ゴムを用い、表-2 に示す特性を持つエネルギー吸収装置を想定した。以下の解析結果の表示に(7)式で示される無次元量を用いた。基準値となる  $c_0$ 、 $k_0$ 、 $T_0$  に表-2 の各値を用いた。

**エネルギー吸収装置の影響** エネルギー吸収装置の減衰係数  $c(\chi)$  の変動にともなうランガー橋の逆対称 1 次のモード減衰比  $\xi$  および固有円振動数  $\omega_1$  の変動挙動を図-3(a)と図-3(b)に示した。図より、エネルギー吸収装置を装着することにより、ランガー橋の剛性を高めることができ、また同時に、ある程度の減衰効果も期待できる。しかし、実橋に装着するためには、より大きな減衰性能を有する減衰部材が必要であろう。

表-1 対象アーチの諸元

| 境界条件                                 | 両端ヒンジ                 |
|--------------------------------------|-----------------------|
| アーチの半径 R(cm)                         | $1.06 \times 10^3$    |
| 中心角 $\theta_0(\text{rad})$           | 1.113                 |
| 断面積 A(cm <sup>2</sup> )              | $3.17 \times 10^2$    |
| 単位体積重量 $\rho$ (kgf/cm <sup>3</sup> ) | $7.85 \times 10^{-3}$ |
| 弾性係数 E(kgf/cm <sup>2</sup> )         | $2.10 \times 10^6$    |
| 断面 2 次モーメント I(cm <sup>4</sup> )      | $6.22 \times 10^4$    |
| 橋長 L(cm)                             | $1.12 \times 10^4$    |
| ライズ f(cm)                            | $1.60 \times 10^3$    |

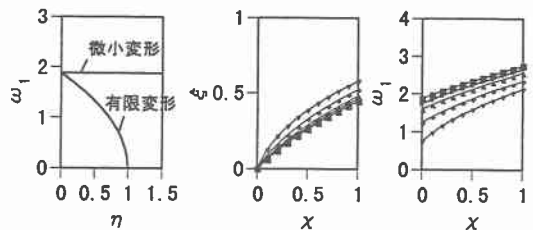


図-2 初期等分布荷重および減衰部材の影響

■:  $\eta=0$  ●:  $\eta=0.14$  ▲:  $\eta=0.28$  ◆:  $\eta=0.56$  ▼:  $\eta=0.84$

表-2 減衰部材の特性値

| 減衰係数  | ばね係数   | 張力      |
|-------|--------|---------|
| 35.50 | 113.88 | 1991.25 |

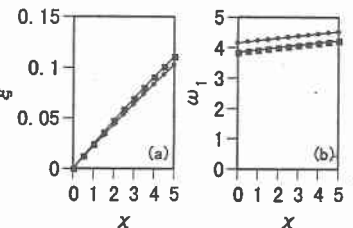


図-3 減衰部材の影響

■: 微小変形 ●: 有限変形