

動吸振平板を用いた平板構造物の自由振動抑制について

東急建設 正員○矢ヶ崎剛
松江高専 正員 大屋誠

日本鉄塔 正員 竹下浩司
山口大学工学部 正員 麻生稔彦
山口大学工学部 正員 會田忠義

1.序論 簡易構造物(簡易駐車場)などの2階部分の振動抑制に天井材を利用する方法として Fig.1 に示すような平板タイプ動吸振システムが提案されてきた。平板タイプ動吸振システムとは、対象平板と同じ境界条件をもち、質量および剛性が相似の平板を、ばねおよびダンパーにより連結した構造をいう。筆者らは、上記の動吸振システムの定常加振に対する調整法およびその制振効果を明らかにしてきた¹⁾。本研究では自由振動に対するシステムの調整法および制振効果を明らかにする。

2.運動方程式とモード方程式 Fig.1 に示す座標系を用いるとき、対象平板と動吸振平板の運動方程式は、次式で表される。

$$(\text{対象平板}) \quad m_1 \ddot{w}_1(x, y, t) + D_1 \nabla^2 w_1(x, y, t) + c_1 \dot{w}_1(x, y, t) + c(\dot{w}_1(x, y, t) - \dot{w}_2(x, y, t)) + k(w_1(x, y, t) - w_2(x, y, t)) = 0 \quad (1)$$

$$(\text{動吸振平板}) \quad m_2 \ddot{w}_2(x, y, t) + D_2 \nabla^2 w_2(x, y, t) + c_2 \dot{w}_2(x, y, t) + c(\dot{w}_2(x, y, t) - \dot{w}_1(x, y, t)) + k(w_2(x, y, t) - w_1(x, y, t)) = 0 \quad (2)$$

ここで、 $w_1(x, y, t)$, $w_2(x, y, t)$:対象平板および動吸振平板の振動たわみ、 m_1 , m_2 :両平板の単位面積あたりの質量、 D_1 , D_2 :両平板の板剛度、 c_1 , c_2 :両平板の内部粘性減衰係数、 c :連結ダンパー

の減衰係数、 k :連結ばねのばね定数、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 、 $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}$ である。

両平板の振動変位を、固有関数 $\Phi_i(x, y)$ とそれぞれの平板に対する未知関数 $\rho_{1i}(t)$ および $\rho_{2i}(t)$ の積の級数和で表す。すなわち、

$$w_1 = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{ij} \rho_{1ij}, \quad w_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{ij} \rho_{2ij} \quad (3)$$

となる。平板の固有振動数が互いに離れているとし、さらに両平板の内部減衰を無視し、 (p, q) 次モードに注目するとモード方程式は次式で表される。

$$m_1 \ddot{\rho}_{1pq} + k_1 \rho_{1pq} + \bar{c}_{pq} (\dot{\rho}_{1pq} - \dot{\rho}_{2pq}) + \bar{k}_{pq} (\rho_{1pq} - \rho_{2pq}) = 0 \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{\rho}_{2pq} + k_2 \rho_{2pq} + \bar{c}_{pq} (\dot{\rho}_{2pq} - \dot{\rho}_{1pq}) + \bar{k}_{pq} (\rho_{2pq} - \rho_{1pq}) = 0 \quad (5)$$

ここで、添字 p は平板の x 方向の $\sin$ 半波数、 q は y 方向の $\sin$ 半波数、 $\bar{c}_{pq} = c_0 D_{pq}$ 、 $k_1 = m_1 \omega_{1pq}^2$ 、 $\bar{k}_{pq} = k_0 D_{pq}$ 、 $k_2 = m_2 \omega_{2pq}^2$ である。また、 ω_{1pq} , ω_{2pq} :対象平板、動吸振平板の (p, q) 次の固有円振動数、 c_0 , k_0 :減衰係数およびばね定数の基準値、 $D_{pq} = \int_0^a \int_0^b \epsilon_i \Phi_{ij}^2 dx dy$, $D_{pq} = \int_0^a \int_0^b \epsilon_i \Phi_{ij}^2 dx dy$ 、 ϵ_i , ϵ_k :分布状態を表すステップ関数である。

式(4),(5)は Fig.2 に示す2自由度3ばね系モデルの運動方程式を表し、主振動系が対象平板の応答に、副振動系が動吸振平板の応答に対応する。

3.動吸振システムの設計 Fig.2 の主振動系における (p, q) 次モードの振動変位を抑制するためには、 ρ_{1pq} を抑制しなくてはならない。このことは、主振動系のモード減衰比 ξ_1 および副振動系のモード減衰比 ξ_2 を高めることに相当する。Fig.2 の2自由度系において、ばね定数 k を一定値とし、減衰係数 c を変化させ、主振動系のモード減衰比 ξ_1 および副振動系のモード減衰比 ξ_2 の挙動を調べると Fig.3 に示す通りとなる。Fig.3 より、主振動系の振動を抑制する最適なばね定数および減衰係数は、主振動系のモード減衰比 ξ_1 と副振動系のモード減衰比 ξ_2 が等しく、かつ最大の値を取るように動吸振システムを設計しなければならない²⁾。対象平板の (p, q) 次モードの自由振動振幅が振動発生時から t 秒後 (p, q) 次固有周期の n 周期後に初期振幅の r 分の1に減衰させることを考え、副振動系質量 m_2 が与えられたとき(質量比 μ の決定)、次式より k_2 , $\bar{k}_{pq}$, $\bar{c}_{pq}$, D_2 を求めることができる。

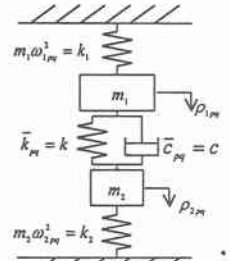
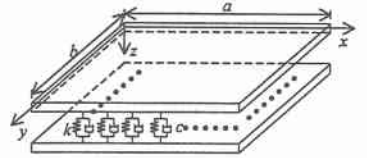
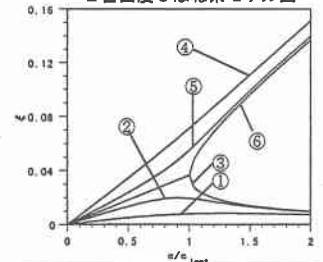


Fig.2 (p, q) 次モードに対する

2自由度3ばね系モデル図



①: $\xi_1(k/k_{top} = 0.9)$, ④: $\xi_2(k/k_{top} = 0.9)$
②: $\xi_1(k/k_{top} = 0.95)$, ⑤: $\xi_2(k/k_{top} = 0.95)$
③: $\xi_1(k/k_{top} = 1.0)$, ⑥: $\xi_2(k/k_{top} = 1.0)$

Fig.3 減衰係数の変化による
モード減衰比の変化

$$\xi = \frac{1}{2n\pi} \ln r \quad f_3^2 = \frac{\sqrt{\mu} - 2\xi}{\sqrt{\mu} + 2\xi} \quad k_1 = \mu k_1 f_1^2 \quad \bar{k}_{eq} = \frac{\mu k_1 (1 - f_3^2)(1 - \mu^2 f_3^2)}{(1 + \mu)^2 (1 + \mu f_3^2)}$$

5)等分布装着による制振効果 等分布の連結ばねおよびダンパーを有する動吸振システム諸元を Table 1 に示す。質量比 $\mu = 0.01$ を与えた場合、制振対象モードを 1 次((1,1)次)モードとし、10 周期後に初期振幅の 10 分の 1 に減衰させる条件での調整結果を Table 2 に示す。(a/4, b/4)を加振したときの同一点での両平板の自由振動応答を Fig. 4 に示す。Fig. 4 より、対象平板の 1 次モードは減衰効果が高いといえる。しかし、2 次((2,1)次)モードの減衰効果はなく、この調整法では、制振対象以外のモードには、抑制効果はないといえる。以上の結果から等分布ばね・ダンパーによる動吸振システムの装着方法では、複数のモードに対して減衰効果を上げることができなかった。したがって、部分的に集中装着させることで複数のモードに対して減衰効果を上げること考える。

6)集中装着による制振効果の向上 1 次モードを抑制し、同時に 2 次モードを抑制する場合を想定する。制振対象モードを 1 次モードとしたとき、部分的に装着されたばね(k_0)とダンパー(c_0)を有する系の Fig. 2 に示す 2 自由度系における主振動系の応答が等分布装着されたばねとダンパーを有する場合の同じ 2 自由度系の応答と等しくする、かつ制振対象モードを 2 次としたとき、同じ部分的に装着されたばね・ダンパーを有するときの 2 自由度系的主振動系の応答が等分布ばね・ダンパーを有するときのそれと等しくする条件より、部分装着ばねの基準ばね定数 k_0 とその分布幅およびダンパーの基準ばね係数 c_0 とその分布状態を求めることができる。ここでは等分布装着の 1 次および 2 次モードに対する最適調整ばね係数 k_{1opt} と k_{2opt} の比および最適減衰係数 c_{1opt} と c_{2opt} の比は下記の通りである。

$$\frac{k_{2opt}}{k_{1opt}} = 3.698, \quad \frac{c_{2opt}}{c_{1opt}} = 1.885 \quad (6)$$

この条件を満たすばねの分布は Fig. 6 に示す通り $x=0 \sim 17.3\text{cm}$, $132.7 \sim 150\text{cm}$ ダンパーについては $0 \sim 53.3\text{cm}$, $96.7 \sim 150\text{cm}$ であった。このとき、ばね定数 $k_0 = 50.88 \times k_{1opt}$ 、減衰係数 $c_0 = 2.176 \times c_{1opt}$ であった。このときの両平板の自由振動応答を Fig. 7 に示す。図より 1 次および 2 次モードの制振効果は十分に満たされていることがわかる。

7)結論 等分布装着状態では、単一モードにおいては設計通りに制振効果があることが明らかになった。しかし、制振対象以外のモードにおいては制振効果が低い。平板では 1 次モード以外のモードの全振動振幅に対する割合が高いため、制振対象外のモードに対する制振効果を向上させるには、集中装着することが望ましい。本研究で提示する方法により集中装着範囲およびばね・ダンパーの強度を明らかにすることが可能となった。

参考文献)

- 1)Aida,T.,et al. : Vibration Control of Plates by plate-Type Dynamic Vibration Absorbers. ASME, Journal of Vibration and Control, Vol.117, pp.332~338(1995)
- 2)Fujino,Y.,et al. : Design Formulas for Tuned Mass Dampers Based on a Perturbation Technique. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.22, pp.833~854(1993)

$$\bar{c}_m = \sqrt{\frac{4m_2\mu k_1(1-f_3^2)}{(1+\mu)^2(1+\mu f_3^2)}} \quad D_2 = \mu D_1 f_3^2 \quad (6)$$

Table 1 対象平板の諸元

両平板の横の長さ: a	150.0(cm)
両平板の縦の長さ: b	100.0(cm)
対象平板の単位面積質量: m_1	$8.01 \times 10^{-4}(\text{Ns}^2/\text{cm}^2)$
対象平板の板剛度: D_1	$1.92 \times 10^3(\text{Ncm})$

Table 2 調整結果

動吸振平板の単位面積質量: m_2	$8.01 \times 10^{-4}(\text{Ns}^2/\text{cm}^2)$
動吸振平板の板剛度: D_2	$5.10 \times 10^3(\text{Ncm})$
連結ばねのばね定数: k_{opt}	$2.81 \times 10^{-4}(\text{N/cm}^2)$
連結ダンパーの減衰係数: c_{opt}	$2.60 \times 10^{-2}(\text{Ns/cm}^2)$

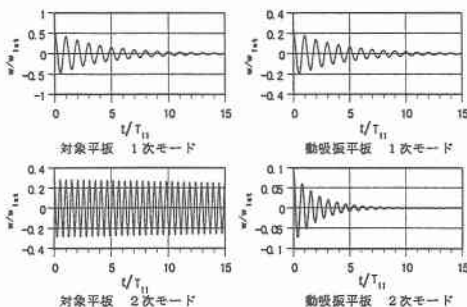


Fig. 4 対象平板と動吸振平板の自由振動応答

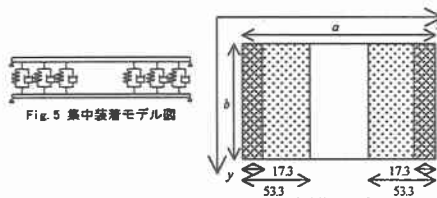


Fig. 5 集中装着モデル図

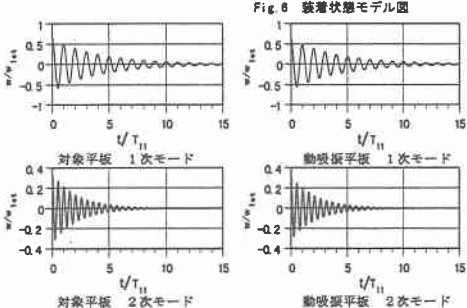


Fig. 6 装着状態モデル図

Fig. 7 対象平板と動吸振平板の自由振動応答