

自由表面近傍の欠陥による 弾性波動の散乱解析

岡山大学大学院

学生員 ○ 岡本和明

岡山大学環境理工学部

正員 廣瀬壮一

1. はじめに

二次元半無限弾性領域に円筒波を入射させたときの境界、及び境界近傍の欠陥による反射・散乱に関してその定式化、及び解析プログラムの開発を行い、数値解析を行った。点発信源は欠陥から十分遠方にあるとする仮定の下で、半無限自由表面における反射波は波線理論により近似的に評価し、欠陥、ならびに欠陥と自由表面との相互作用による散乱波は境界要素法を用いて解析した。

2. 解析方法

半無限自由表面近傍に欠陥が存在するとき、そこへ照射された入射波は自由表面では反射し、欠陥では散乱する。したがって、超音波の反射・散乱挙動を計算するとき、問題を欠陥の存在しない場合の自由表面における入射・反射（free-field）と、欠陥の存在による散乱（scattered-field）との二つに分けて考えることができる。

1. 波線理論による円筒波の反射

入射波の発信源を y 、受信点を x とすると、 y 点から x 点に伝わる波は、直接到達する P と S 波の2種類と、自由表面で反射する PP 、 SS 、 PS 、 SP の4種類の反射が考えられる。受信点 x は自由表面近傍にあるとして、点 y は自由表面から点 x までの距離に比べて十分遠方にあると仮定する。また、点 y における k 方向の時間調和な単位集中加振力による点 x での i 方向の変位を考える。この時、波線理論を用いることにより、直接入射波 U_{ik}^α ($\alpha = P, S$) と反射波 $U_{ik}^{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = P, S$) はそれぞれ式(1)、(2)のように近似的に表される。

$$U_{ik}^\alpha(x, y) = \frac{e^{i(k_\alpha|x-y|+\pi/4)}}{(8\pi k_\alpha|x-y|)^{1/2}} \frac{1}{\mu} \left(\frac{C_T}{C_\alpha}\right)^2 d_k^\alpha(\theta_\alpha) d_i^\alpha(\theta_\alpha) e^{ik_\alpha \zeta \cdot x} \dots\dots\dots (1)$$

$$U_{ik}^{\alpha\beta}(x, y) = \frac{e^{i(k_\alpha|y|+\pi/4)}}{(8\pi k_\alpha|y|)^{1/2}} \frac{1}{\mu} \left(\frac{C_T}{C_\alpha}\right)^2 d_k^\alpha(\theta_\alpha) R^{\alpha\beta}(\theta_\alpha) d_i^\beta(\theta_\beta) e^{ik_\beta \zeta^{\alpha\beta}(\theta_\beta) \cdot x} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 k は波数、 C は波速、 d_i は振動方向ベクトル成分、 R は反射係数、 μ はせん断剛性、 ζ は進行方向ベクトル、 θ は入射角あるいは反射角を表す。また、 α 、 β のギリシャ文字は P 波、 S 波の波動の種類を表す。

2. 境界要素法による散乱解析

全波動場の変位 u_{ik} は、入射波、反射波と散乱波のそれぞれの変位の和として式(3)で表される。

$$u_{ik} = \sum_{\alpha=P,S} U_{ik}^\alpha + \sum_{\alpha=P,S} \sum_{\beta=P,S} U_{ik}^{\alpha\beta} + u_{ik}^{sc} \dots\dots\dots (3)$$

境界要素法によれば散乱波 u_{ik}^{sc} は次式を満足する。

$$\frac{1}{2} u_{ik}^{sc}(z, y) = \int_{S+B} G_{ij}(z, x) t_{ik}^{sc}(x, y) ds_x - \int_{S+B} H_{ij}(z, x) u_{jk}^{sc}(x, y) ds_x \quad z \in S, B \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 G_{ij} 、 H_{ij} はそれぞれ無限弾性体の基本解とその表面力成分を表す。入射波と反射波は式(1)、(2)で与えられ、また、欠陥と自由表面での境界条件も与えられるので、それらの条件の下で式(4)を解くことにより、欠陥近傍の波動場を得ることができる。

3. 解析結果

解析に用いたモデルは図1に示すようなものである。欠陥は半径 a の円形空洞であり、また h は境界 S から欠陥の中心点までの深さを表し、 H は点発信源までの深さを表す。自由表面 S は無限に続く境界であるが、数値計算上、有限の長さで打ち切りざるを得ない。今回の解析では次のように設定した。 $(a=1\text{mm}, h=2\text{mm}, H=50\text{mm})$ また、 P 波、 S 波の波速はそれぞれ、 1700m/sec , 1000m/sec とし、周波数は 0.25MHz とした。解析は、全波動場における変位 u のうち散乱波の変位 u^{sc} のみを未知数としたもの(式(4))と、散乱波の変位 u^{sc} と反射波の変位 u^r の両方を未知数としたもの(ここでは述べていない定式化)のそれぞれにおいて境界積分方程式をたて、打ち切り長さを、 $A=6\text{mm}, 4\text{mm}, 2\text{mm}$ として解析を行い、比較を行った。以下に解析結果を示す。

図2,3,4において、データC,Dが散乱波変位のみを未知数とした定式化のもので、データA,Bが散乱波と反射波の両方を未知数とした定式化のものである。また、データA,Cは x_1 方向の、データB,Dは x_2 方向の変位を表す。図からも分かるように、式(4)による解は打ち切り長さに依存せずほぼ一定の変位が得られているのに対し、散乱波の変位のみを未知数とした場合は打ち切り長さを十分にとらなければ、信用できる値が得られないといえる。

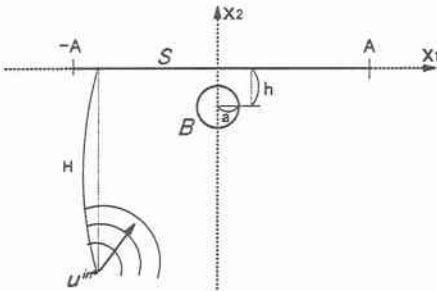


図1 解析モデル

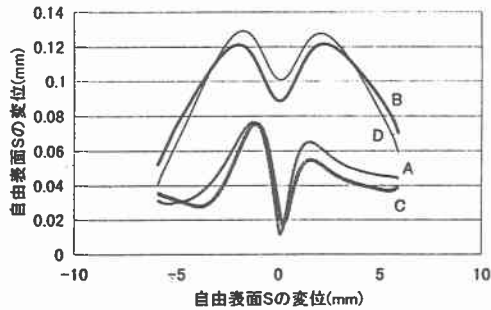


図2 自由表面Sの変位($A=6$)

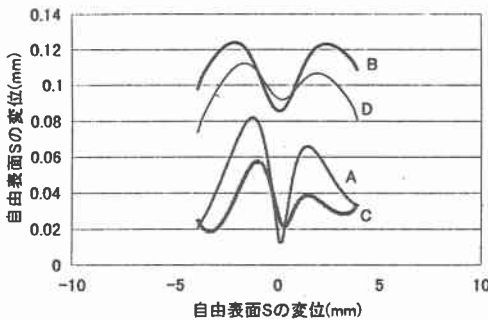


図3 自由表面Sの変位($A=4$)

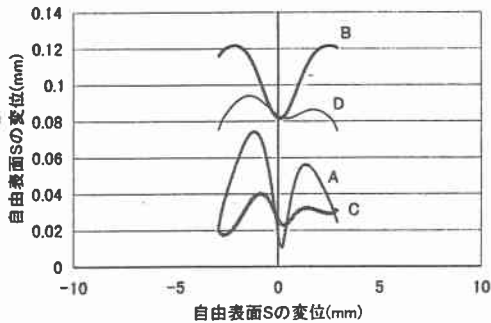


図4 自由表面Sの変位($A=3$)

4. おわりに

本研究では、式(4)による定式化では、打ち切り長さ依存せず、常に一定の値を得られることが分かった。よって、波線理論と境界要素法の組み合わせた解析方法の有効性を示すことができた。

今後の展望として、一つの境界をもつ半無限弾性領域の重ね合わせにより、板状弾性領域への応用を考えている。

参考文献

- 1) 廣瀬壮一、北原道弘：液体－固体の境界近傍における欠陥による散乱、境界要素法研究会境界要素法論文集第8巻, pp.63-68, (1991)
- 2) J.D.Achenbach: Wave Propagation in elastic solids, North-Holland Publishing, Amsterdam, pp.165-184, (1973)