

切頭二十面体トラス構造物の線形座屈解析

広島大学 学生会員 ○ 亀岡 稔弘
 広島大学 正会員 有尾 一郎
 広島大学 正会員 佐藤 誠

1. 研究の目的：対称性に富んだ形状を持つ構造物は、その対称性に起因する分岐座屈が起こることが知られてきており、その形態解析が重要である。本研究では、高次の対称性を持つ切頭二十面体トラス構造の形態に着目し、形態パラメータの変化と座屈耐荷力との関係を明らかにする。さらに、切頭二十面体トラス構造の一部に初期不整を持つ、不完全系と完全系との座屈荷重の違いについても考察する。

2. 解析方法：トラス部材の断面剛性E Aおよび支持条件を同一のもと、荷重条件について3モデルの荷重を考える。また、切頭二十面体トラス構造の形態の変化を表す指標として切頭パラメータ μ を設定する。汎用構造解析プログラム（MAR C）を用いた線形座屈解析に切頭パラメータを変化させることにより、耐荷力を求める。

2-1. 荷重条件：各モデルの荷重条件と設定理由を表-1に、荷重条件モデル図を図-1にそれぞれ示す。表-1に示す荷重条件の設定理由に加え、モデルIIの設定理由として、モデルIとの比較という点がある。また、モデルIIIの設定理由として、荷重ベクトルの変化による影響について比較するという点が挙げられる。

モデル名	荷重条件	モデルの設定理由
モデルI	五角形面に載荷	一方向の荷重に対する耐荷力を調べる
モデルII	全節点鉛直方向に載荷	自重を考慮し、モデル化
モデルIII	全節点等方圧	土圧、水圧のモデル化

2-2. 切頭パラメータ μ の定義：正二十面体に存在する12個すべての頂点について、正五角錐で切り落とすこと（切頭）により得られる多面体が切頭二十面体である。切頭をパラメータ変化させることにより、任意の形状を持つ切頭二十面体 が得られる。ゆえに、図-2より、

$$\mu = \frac{R_{\mu}}{r_{12}}, \quad 0 < \mu < 0.5$$

と切頭パラメータを定義し、トラスの形態変化を表現する。ここに、 r_{12} は辺ADを、 R_{μ} は切り落とされる正五角錐の高さである辺ABをそれぞれ表す。

2-3. 初期不整 ε ：完全系との座屈強度の違いについて考察するため、切頭二十面体トラス構造の一部に初期不整を与える。図-2に示す正二十面体の頂点Aについてz軸方向に初期不整を与え、その後に切頭を行う。なお本研究では、初期不整として $\varepsilon=0.15, 0.10, 0.05, -0.05, -0.10, -0.15$ の6パターンについて解析を行った。

3. 解析結果と考察

3-1. 切頭パラメータと座屈荷重：解析例として、モデルIについて言及する。座屈荷重と切頭パラメータとの関係を図-3に示す。最小の固有値にあたる1次座屈荷重 λ_1 と切頭パラメータ μ の間には、 $\mu=0.36$ のとき $\lambda_1=5.346$ （無次元量）となる極大点を持つ非線形の関係が存在する結果を得た。これは、 μ によって座屈荷重（倍率）が大きく異なることを表す。また、1次座屈荷重 λ_1 と2次座屈荷重 λ_2 とをプロッ

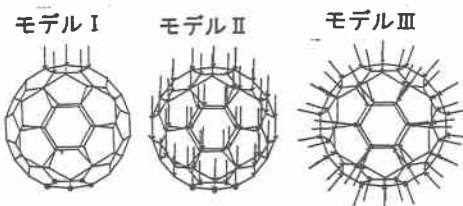


図-1 荷重条件モデル図

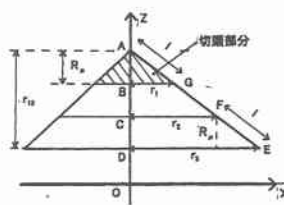


図-2 切頭二十面体の解剖図

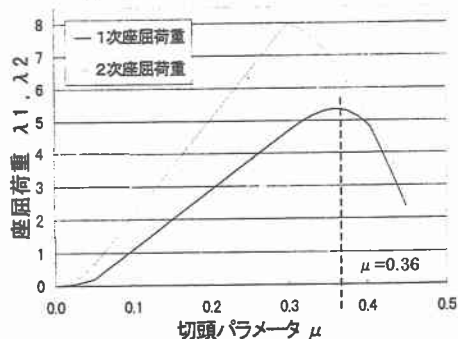


図-3 解析結果（モデルI）

トすると、 $\mu_s=0.405$ を境界点に最小固有値に対する固有ベクトルが入れ替わり、座屈時の変形モードが異なるモードを示すモードスイッチング現象が発生する結果を得た。

3-2. モードスイッチング：図-4は、図-3を拡大したものである。図中の実線は座屈時の変形モードが D_1 対称性を示すとき（1次の変形モード）、描かれる座屈荷重と切頭パラメータの関係を示す曲線を、破線は座屈時の変形モードが C_5 対称性を示すとき（2次の変形モード）、描かれる曲線をそれぞれ示す。 μ をパラメータ変化させると、 $\mu < \mu_s$ では、最小座屈荷重による変形モードは D_1 対称性を持つ変形モードであり、 $\mu > \mu_s$ では、最小座屈荷重による変形モードは C_5 対称性を持つ変形モードにスイッチすることが確かめられた。なお、 D_1 対称性を示す座屈時の変形モード、 C_5 対称性を示す座屈時の変形モードを図-5に示す。

3-3. 荷重条件と切頭パラメータ：表-2は、 λ_1 の極大値と $\mu=0.33$ (C_{60})における λ_1 との比較を各モデル毎に示したものである。表-2より、本解析で用いた荷重条件では、切頭二十面体トラス構造の中で C_{60} が安定な構造であるという結果を得た。

3-4. 初期不整の影響：代表例として、モデルⅠにおける不完全系について言及する。図-6に示すように、初期不整 ε （+15%、+10%、+5%）、完全系、初期不整 ε （-5%、-10%、-15%）の順に耐荷力が大きくなるという結果を得た。不完全切頭二十面体トラス構造（ $\mu=0.36$ ）において初期不整を変化させ、荷重条件と初期不整の関係を調べると、図-7に示すように初期不整として8%与えたとき座屈荷重は最大の耐荷力を示すことが分かった。

4. 結論

- 1) 切頭パラメータ μ と線形座屈荷重には、極大点を持つ幾何学的非線形の関係が成り立つことが確かめられた。
- 2) 1次座屈荷重、2次座屈荷重による変形モードは特定の対称性に退化し、ある切頭パラメータ μ を境界点として、モードスイッチング現象が起こることが確かめられた。
- 3) モデルⅢについても、 $\mu=0.32$ を境界点として、モードスイッチング現象が起こることが確かめられた。モデルⅡではモードスイッチング現象は見られなかった。

[参考文献]

- 1) 福本 秀士：土木学会編 新体系土木工学9 構造物の座屈・安定解析，土木学会，pp.1-25，1982。
- 2) 「化学」編集部編： C_{60} ・フラーレンの化学，化学同人，pp.24-33，1993。

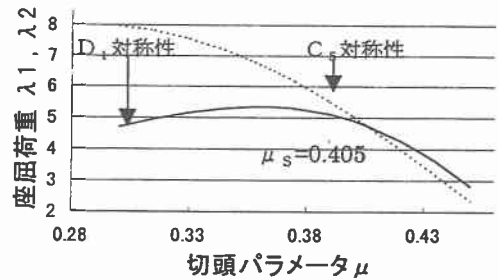


図-4 モードスイッチング (モデルⅠ)

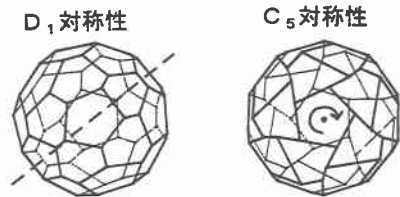


図-5 座屈時の変形モード

表-2 座屈荷重の比較

モデル	μ	λ1	
		極大値	μ=0.33
モデルⅠ	極大値	0.36	5.3460
	C60	0.33	5.1503
モデルⅡ	極大値	0.28	2.0838
	C60	0.33	1.9527
モデルⅢ	極大値	0.32	3.5805
	C60	0.33	3.5505

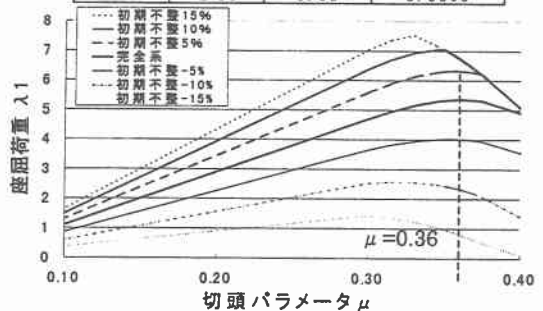


図-6 切頭パラメータと座屈荷重 (モデルⅠ)

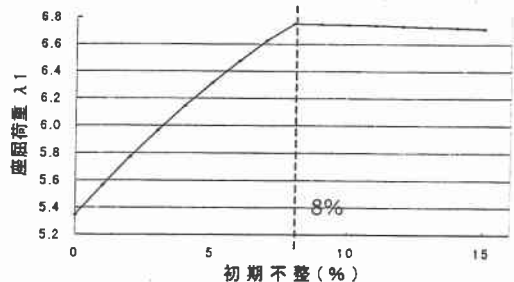


図-7 初期不整と座屈荷重 ($\mu=0.36$)