鉄道通勤者と鉄道企業の相互作用の理論的分析

玉野総合コンサルタント株式会社　正会員　○久冨　秀樹
広島大学工学部　正会員　奥村　誠

1．背景と目的

近年，時差出勤，ピーク料金制度等のソフトな施策を通じて，通勤需要を時間的に分散し混雑率を緩和する施策が注目を集めている．実際の時刻別混雑度は時刻別の運行頻度によっても影響を受けるため，鉄道通勤者と鉄道企業の相互作用を考慮して時刻別の運行頻度と通勤者の出発時刻の分布を予測しなければ，これらのソフトな施策の効果を明らかにすることができない．そこでこの相互作用を理論的に分析することを本研究の目的とする．

2．本研究における通勤サービス市場の捉え方

通勤者は各自の効用を最大にするように都心への到着時刻を選択し，鉄道企業は費用最小化を図るように輸送密度を決定すると考える．

通勤者の行動は，混雑という外部不経済を発生する．したがって，両者の自由な行動の結果である市場均衡は社会全体にとって望ましいとは限らない．政府は市場均衡を補正するために，スケジュール管理のような交通システム管理施策（ＴＳＭ）と，時刻別運賃制度等の設定により通勤者の行動に影響を与える交通需要管理施策（ＴＤＭ）を行う．本研究では，この両者の施策の効果を比較するモデルを作成する．

3．基本モデルの定式化

本研究では，大都市圏のベッドタウン駅と都心駅を連結する１本の通勤鉄道を利用するN人の通勤者を考える．業務開始時刻は外生的に一時点に与えられていて，通勤時間は出発時刻によらず常に一定と考える．

(1) 市場均衡状態を求めるモデル

市場均衡は，通勤者の均衡条件を満足するものの中で最も鉄道企業の費用を最小にするものとなり，次の最適化問題の解である．

$$\max\int_0^T \zeta_0(\alpha(t))\,dt - NcT \tag{1}$$

$$\text{s.t.}\quad \dot{s}(t) = -(c/\eta)s(t)^{\eta-1} \quad , \quad s(0)=(cT)^{\frac{1}{\eta}} \quad , \quad s(T)=0 \tag{2}$$

$$\dot{M}(t)=s(t)\alpha(t) \quad , \quad M(0)=0 \quad , \quad M(T)=N \tag{3}$$

ただし，$\alpha(t)$，$s(t)$，$M(t)$，Tはそれぞれ輸送密度，混雑率，累積通勤者数，最早到着時刻である．この問題は最適制御問題であり，ポントリャーギンの最大原理を用いて解を求めることができる．

$$\mu_1=\zeta_0(1+\theta)\left(\frac{Nc}{\eta\theta\psi}\right)^{\theta}\bar{s}^{\left(-\frac{1}{\psi}\right)} \tag{4}$$

$$\alpha(t)=\left(\frac{\mu_1}{\zeta_0(1+\theta)}\right)^{\frac{1}{\theta}}(c(T_1-t))^{\frac{1}{\eta\theta}} \tag{5}$$

$$s(t)=(c(T_1-t))^{\frac{1}{\eta}} \tag{6}$$

$$T_1=\frac{\bar{s}^{\eta}}{c} \tag{7}$$

ただし，$\psi=1/(1+\theta+\eta\theta)$である．ｃは時間費用，$\eta$は効用弾力値，$\xi=\theta+1$は費用弾力値である．その時の総費用TC，総効用TU，社会的総便益W=TU - TCは次の通りである．

$$TC_1=\left(\frac{\mu_1}{1+\theta}\right)N \tag{8}$$

$$TU_1=-cNT_1 \tag{9}$$

$$W_1=-cNT_1-\frac{\mu_1}{1+\theta}N \tag{10}$$

（２）ＴＳＭ施策下の状態を求めるモデル

次に，通勤者の自由な行動は認めたうえで，鉄道企業の時刻別の輸送密度をコントロールするというＴＳＭ施策を考える．目的関数は社会的総便益の最大化であり，先の問題と同様の最適制御問題となる．このモデルの解は，以下のようになる．

$$\alpha(t)=\left(\frac{\mu_2}{\zeta_0(1+\theta)}\right)^{\frac{1}{\theta}}(c(T_2-t))^{\frac{1}{\eta\theta}} \tag{11}$$

$$s(t)=(c(T_2-t))^{\frac{1}{\eta}} \tag{12}$$

$$\mu_2=(1+\theta)(\eta\psi)^{\frac{1}{1+\eta}}\left(\frac{Nc}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\theta\phi}} \tag{13}$$

$$T_2=(\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}}\theta^{-\frac{1}{\phi}}N^{\frac{1}{\phi}}c^{\left(\frac{1}{\phi}-1\right)}\zeta_0^{\frac{1}{\theta\phi}} \tag{14}$$

$$TC_2=(\eta\psi)^{\frac{1}{1+\eta}}N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)}\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{15}$$

$$TU_2=-(\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}}N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)}\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\theta\phi}} \tag{16}$$

$$W_2=-(\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}}(1+\eta\psi)N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)}\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\theta\phi}} \tag{17}$$

ただし，$\phi=(1+\eta)(1+\theta)/(\eta\theta)$，である．

（3）ＴＤＭ施策下の状態を求めるモデル

時間帯別運賃などのＴＤＭ施策を導入し，通勤者の行動をコントロールして空いている時間帯へ移らせることを考える．この時のモデルも最適制御問題となり，解は以下のようになる．

$$\alpha(t)=\left(\frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_0}\right)^{\frac{1}{\theta}}\left(\frac{c(T_3-t)}{1+\eta}\right)^{\frac{1+\eta}{\theta\eta}} \tag{18}$$

$$s(t)=\left(\frac{c(T_3-t)}{\eta+1}\right)^{\frac{1}{\eta}} \tag{19}$$

$$T_3=(1+\eta)\left(\frac{1+\theta}{\eta}\right)^{\frac{\eta}{1+\eta}}\left(\frac{N}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}c^{\left(\frac{1}{\phi}-1\right)}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{20}$$

$$TC_3=\left(\frac{\eta}{1+\theta}\right)^{\frac{1}{1+\eta}}\frac{\phi}{1+\phi}N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)}\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{21}$$

$$TU_3=-\eta\left(\frac{\eta}{1+\theta}\right)^{-\frac{\eta}{1+\eta}}N^{\frac{1}{\phi}}\left(N+N^{\frac{1}{1+\phi}}\right)\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{22}$$

$$W_3=TU_3-TC_3 \tag{23}$$

式の大小関係の比較より，必ず$W_1 \le W_2 \le W_3$となりＴＳＭの効果（W_2-W_1），ＴＤＭの効果（W_3-W_2）はパラメーターの値に関わらずいずれも非負であることが確認できた．

また，適当なパラメーター値を与えて３つのケースの$\alpha(t)$，$s(t)$を計算すると図-1，図-2のようになった．

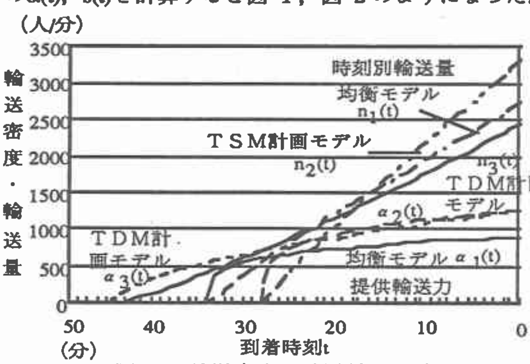

図-１　輸送密度・輸送量の比較

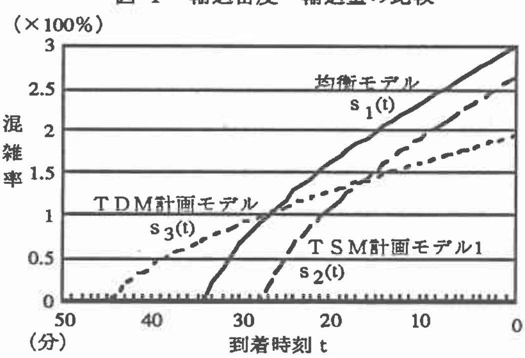

図-２　混雑率の比較

これにより，市場均衡状態では輸送密度と混雑率ともにある時刻に立ち上がり，遅刻寸前の時刻に近づくにつれて大きくなるという通勤パターンが得られる．ＴＳＭ施策により鉄道企業にピーク時の列車本数を増加させるよう規制すると，ピーク時の混雑率は低くなる．さらにＴＤＭ施策により通勤者を混雑していた時刻からより空いている時刻へと移らせれば，ピークが平準化することがわかる．

４．輸送力制約下の分析

車両基地の増強，駅施設の拡張，ホームの延伸，さらには複々線化といった土地の購入を伴うハードな施策には莫大な投資と期間を要し，短期的には増強が可能な範囲が限られてくる．このような場合，輸送力$\alpha(t)$に関する制約条件$0 \le \alpha(t) \le \overline{\alpha}$が存在する．この場合，輸送力が制約$\alpha(t)=\overline{\alpha}$を受ける時間帯$[-T_4,0]$と，制約を受けず$\alpha(t)<\overline{\alpha}$となる時間帯$[0,T_1]$に分けて問題を分析することができる．紙面の都合上，結果の式は省略するが，$\overline{\alpha}$を一定とおいて通勤者数Nを増加させていき，均衡，ＴＳＭ，ＴＤＭの３つの条件下での総費用TC，総効用TU，社会的総便益Wの変化を計算することができる．

数値計算により，施策の効果の変化を計算した結果を図-3に示す。これより，人数がある程度少ない時は，ＴＳＭの効果（W_2-W_1）の方がＴＤＭの効果（W_3-W_2）よりも大きい．しかし，通勤者数Nが多くなるとＴＳＭ効果は小さくなる一方，ＴＤＭの効果は大きくなっていく．

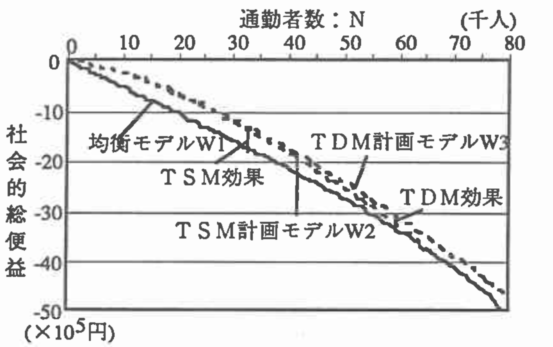

図-３　Nの変化によるＴＤＭ，ＴＳＭの効果

５．結論

以上より，ＴＳＭ施策は通勤者数が少なく鉄道企業の輸送力に余裕がある範囲で効果が大きく，通勤者数が多くなると，ＴＤＭ施策の必要性が高まることが確かめられた．