流動要素法による弾塑性地山の特性曲線の考察

一宮市〇平岩　孝幸　大林組　狭間　稔司
鳥取大学　木山　英郎　藤村　尚　西村　強

1. はじめに

物体の大変形は，与えられた荷重に比して剛性が小さいとき生じる．これには，もともと剛性が小さいときあるいは降伏によって剛性が低下する場合が考えられるであろう．後者をモデル化するとき，適当な降伏条件式を導入する必要がある．本研究では，関連流動則とDrucker-Prager型の降伏条件による増分型弾塑性構成式を流動要素法(FLEM)[1]に導入し，トンネル掘削に伴う周辺地盤の数値シミュレーションを実施したものである．周辺地盤の変位や塑性領域の進展等を側圧係数や初期応力レベルに注目しながらまとめている．

2. 弾塑性構成式の導入

本研究では，地盤材料を弾塑性体と仮定し，Drucker-Prager型降伏条件と関連流動則により増分型の弾塑性構成式を導入している[2]．今，降伏関数をfとすれば次のようである．

$$f=\alpha J_1+\sqrt{J_2'}=\beta \tag{1}$$

ここに，J_1は，応力の第一不変量，J_2'は偏差応力で表された応力の第二不変量である．
パラメータαとβは，Mohr-Coulombの降伏条件式の粘着力成分cと内部摩擦角ϕより次式で近似的に求めることができる．

$$\alpha=\frac{\sin\phi}{(9+3\sin^2\phi)^{1/2}}\ ,\qquad \beta=\frac{3c\cos\phi}{(9+3\sin^2\phi)^{1/2}} \tag{2}$$

FLEMは，時刻tでの運動方程式を時間増分Δtについて差分近似し，未知変位を陽な形で近似する逐次解法を用いている．

$$\{M\}\{{}^{t}\ddot{u}\}=\{{}^{t}R\}-\{{}^{t-\Delta t}F\}-\{C\}\{{}^{t-\Delta t}\dot{u}\} \tag{3}$$

ここに，$\{{}^{t}R\}$：時刻tの外力ベクトル，$\{{}^{t-\Delta t}F\}$：時刻tの内部等価節点力ベクトル，$\{M\}$：質量マトリックス，$\{{}^{t}\ddot{u}\}$：時刻tの加速度ベクトル，$\{C\}$：減衰マトリックス，$\{{}^{t-\Delta t}\dot{u}\}$：時刻tの速度ベクトル
内部等価節点力$\{{}^{t}F\}$は，以下に示す式から求められる．まず，増分ひずみ$\{\Delta\varepsilon\}$は，変位・ひずみマトリクス$[B]$と増分変位ベクトル$\{\Delta u\}=\{{}^{t}u\}-\{{}^{t-\Delta t}u\}$から次のようになる．

$$\{\Delta\varepsilon\}=[B]\{\Delta u\} \tag{4}$$

要素内応力状態が塑性状態に達したとき，この全ひずみ増分が，弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の和であるとみなして，次式のように弾塑性応力-ひずみマトリックスが求められる．

$$[D^{p}]=[D^{e}]-\frac{[D^{e}]\{\partial f/\partial\sigma\}\{\partial f/\partial\sigma\}^{T}[D^{e}]}{\{\partial f/\partial\sigma\}^{T}[D^{e}]\{\partial f/\partial\sigma\}} \tag{5}$$

時刻tでの応力増分$\{\Delta\sigma\}$は，弾性マトリックス$[D^{e}]$あるいは$[D^{ep}]$を用いて次式のようになる．

$$\{\Delta\sigma\}=[D^{e}]\{\Delta\varepsilon\}\quad \text{あるいは}\quad \{\Delta\sigma\}=[D^{ep}]\{\Delta\varepsilon\} \tag{6}$$

節点力およびあるいは応力を次のように更新する．

$$\{{}^{t}F\}=\{{}^{t-\Delta t}F\}+\int_V[B]\{\Delta\sigma\}d(vol) \tag{7}$$

$$\{{}^{t}\sigma\}=\{{}^{t-\Delta t}\sigma\}+\{\Delta\sigma\} \tag{8}$$

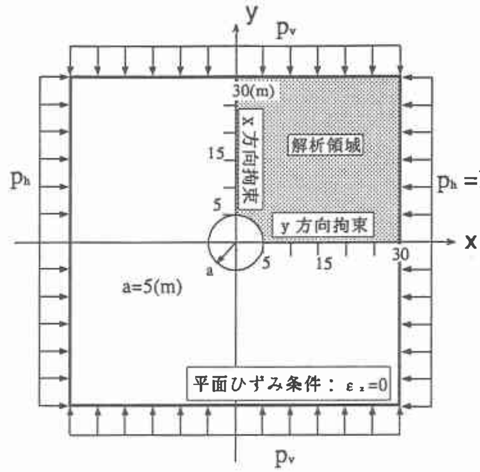


図-1 解析モデル

式(3)により時刻tにおける加速度ベクトルが求まれば，これを時間増分Δtについて積分し，変位増分ベクトル{Δu}と速度ベクトル{u̇}を求め，(2)～(8)より，節点力および応力を求めていく．この過程を繰り返せば，与えられた条件のもとでの変形が表現される．

3. トンネルの変形解析への適用

2.で述べた解析法によってトンネル周辺地盤の変形解析を実施した．図-1は，平面ひずみ問題として，鉛直応力p_vに対し，水平応力$p_h=kp_v$（k:側圧係数）により初期地盤内応力を仮定した解析モデルである．半径a=5mのトンネル掘削を想定し，対称性から1/4領域を解析領域とする．地盤のヤング率E=196MPa(2000kgf/cm^2)，ポアソン比ν=0.3，c=0.34MPa，ϕ=30°を材料定数として用いている．ここでの解析では，ロックボルトやライニングなどは考えておらず，掘削に伴う地盤の変形にのみ注目したものである．

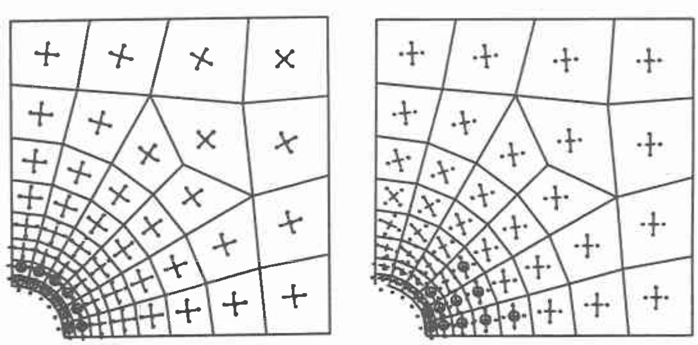
図-2は，一例としてp_v=1.96MPa(p_v/E=0.01)とした解析より，(a)k=1.0，(b)k=0.5のときのトンネル断面内の主応力を各要素の重心位置で示したものである．○印がある要素は降伏していることを示している．(a)図では降伏した要素が同心円上に広がるのに対し，(b)では側方に広がる様子が見られる．今回の解析では，この他p_v=2.94MPa(p_v/E=0.15)とした解析も実施している．これらの解析より半径方向壁面変位の様子をまとめたものが表-1である．この表では，天端の変位δ_vと側方の変位δ_hを弾性解析と比較しながらまとめている．側圧係数kが0.5のとき，側方変位が大きくなることがわかる．

表-1 側圧係数と内空変位[cm]

k	1.0				0.5			
p_v	Elastic		Elasto-Plastic		Elastic		Elasto-Plastic	
(MPa)	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v	δ_h	δ_v
1.96	11.78	11.78	15.60	15.60	3.98	13.70	27.08	19.32
2.94	17.64	17.64	25.60	25.60	5.94	20.54	74.90	31.72

4. まとめ

本研究では，Drucker-Prager型降伏条件と関連流動則を用いた増分型弾塑性構成式を流動要素法に導入した．そして，トンネル周辺地盤の解析に適用し，塑性域の進展や壁面変位を求め，検討した．



(a)k=1.0 (b)k=0.5

図-2 主応力と降伏要素（p_v=1.96MPa）

参考文献

[1]木山他:土木学会論文集，No.439/Ⅲ-9,pp.63-68，1991．
[2]鷲津他：有限要素法ハンドブック，応用編，pp.182-198，1992.