

非排水せん断過程における砂のひずみ軟化挙動の物理的意味

山口大学工学部 正会員 中田幸男 兵動正幸 村田秀一
 第一復建 (株) 正会員 板倉志保美
 山口大学大学院 学生員 ○山田泰弘 下野段朋恵

1. まえがき

緩～中密な砂を、非排水条件でせん断していくと図-1に示すように、変相状態以前にあるところから応力が減少するひずみ軟化挙動を示す場合がある。著者らは、これまでこのひずみ軟化を開始する応力状態から得られる応力比を限界有効応力比(CSR)と定義し、整理を行ってきた^{1),2)}。しかし、この応力比は非排水条件という限られた条件でのみ現れるパラメータであり、物理的な意味について弾塑性論の立場³⁾から解釈がなされているものの実験的な立場からの考察はなされていない。本報では、ひずみ軟化挙動の開始条件について検討するとともに CSR と排水せん断試験結果との関連性について考察するものである。

2. ひずみ軟化挙動の開始条件に対する検討

砂の体積変化は平均有効主応力 p および有効応力比 η の変化によって生じることから、体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ は、

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^{\phi} \quad (1)$$

で与えられる。平均有効主応力 p の変化による体積ひずみ増分が、弾性成分および塑性成分の和によって表現できるとすると、

$$d\varepsilon_v^e = d\varepsilon_v^{e\phi} + d\varepsilon_v^{\phi p} \quad (2)$$

とかくことができる。 η の変化によって生じる体積ひずみ増分は弾性成分を無視し、すべて塑性成分によって表現できるとすると次式が誘導できる。

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^{\phi} + d\varepsilon_v^{\phi p} + d\varepsilon_v^{\phi} \quad (3)$$

ここで、非排水条件は以下のように定式化できる。

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^{\phi} + d\varepsilon_v^{\phi p} + d\varepsilon_v^{\phi} = 0 \quad (4)$$

せん断初期から変相線に達するまで有効応力が減少するため、 $d\varepsilon_v^{\phi p} = 0$ となり、これを上式に代入すると、

$$d\varepsilon_v^{\phi} + d\varepsilon_v^{\phi} = 0 \quad (5)$$

が得られる。ここで $d\varepsilon_v^{\phi}$ が、体積弾性係数 K を用いて求められるとすると、次のように与えられる。

$$d\varepsilon_v^{\phi} = \frac{1}{K} dp \quad (6)$$

一方、 $d\varepsilon_v^{\phi}$ が次式のような形で表現できると仮定する。

$$d\varepsilon_v^{\phi} = \Lambda \cdot d\eta \quad (7)$$

ここで応力比 η が $\eta = \frac{q}{p}$ で与えられることから、 $d\eta$ は

$$d\eta = \frac{dq}{p} - \eta \frac{dp}{p} \text{ と書くことができ、}$$

$$d\varepsilon_v^{\phi} = \Lambda \left(\frac{dq}{p} - \eta \frac{dp}{p} \right) \quad (8)$$

と新たに書くことができる。さらに、(6),(8)式を(5)式に代入することにより、非排水条件下における砂の体積ひずみ増分挙動は以下のような式でまとめる

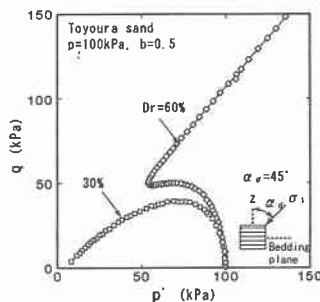


図-1 Dr=30,90%の非排水せん断挙動

ことができる。

$$\frac{1}{K} dp + \Lambda \left(\frac{dq}{p} - \eta \frac{dp}{p} \right) = 0 \quad (9)$$

さて、上式を dq について書き改めると

$$dq = \frac{p}{\Lambda} \left[-\frac{1}{K} dp + \Lambda \eta \frac{dp}{p} \right] \quad (10)$$

となる。非排水せん断の初期状態 (変相応力以前) において、 p, Λ の値がいずれも正であること、 dp の値が負であることを考慮すると、 $[\] = 0$ がひずみ軟化開始の条件ということになる。ちなみに $[\] < 0$ は軟化、 $[\] > 0$ は硬化を意味する。また $[\]$ 内の第1項は、(6)式より p の変化に対して生じる弾性体積ひずみ増分

$$d\varepsilon_v^{\phi} \left(= \frac{1}{K} dp \right) \text{ となり、} [\] \text{ 内の第2項は、(8)式に } dq = 0$$

(ひずみ軟化開始の条件) を代入したときの体積ひずみ増分、つまり p の変化のみによって応力比が変化する場合の体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v^{\phi(p)} \left(= -\Lambda \eta \frac{dp}{p} \right)$ とおけ

る。(10)式を書き換えると、

$$dq = \frac{p}{\Lambda} \left[-d\varepsilon_v^{\phi} + (-d\varepsilon_v^{\phi(p)}) \right] = 0 \quad (11)$$

となり上述した $[\]$ 内の正負関係より

$$\begin{cases} d\varepsilon_v^{\phi(p)} < -d\varepsilon_v^{\phi} & \text{硬化} \\ d\varepsilon_v^{\phi(p)} = -d\varepsilon_v^{\phi} & \text{軟化開始} \\ d\varepsilon_v^{\phi(p)} > -d\varepsilon_v^{\phi} & \text{軟化} \end{cases} \quad (12)$$

が得られる。つまり、弾性体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v^{\phi}$ とダイレイタンス増分 $d\varepsilon_v^{\phi(p)}$ が等しくなったとき、ひずみ軟化が生じ始めるということになる。ここで、式(12)の条件を実験結果を用いて議論することを考えた場合 $d\varepsilon_v^{\phi(p)}$ を求める実験、つまり q 一定で p が減少する実験を行う必要がある。しかし、その実験を行うには q の設定も含めて複雑な制御を要する。

そこで以下のように考える。

(8)式において $dp = 0, dq = 0$ の場合、 $d\varepsilon_v^{dn(q)} = \Lambda \frac{dq}{p}$ で

$dp = 0, dq = 0$ の場合、 $d\varepsilon_v^{dn(p)} = -\Lambda \eta \frac{dp}{p}$ となる。つまりある状態から

$$dq = -\eta dp \quad (13)$$

を満たす応力変化が作用する場合、 $d\varepsilon_v^{dn(q)} = d\varepsilon_v^{dn(p)}$ となる。このことは、 p 一定排水せん断試験中の軸差応力増分 dq に対して生じる $d\varepsilon_v^{dn(q)}$ と、(13)式より得られる

$dp = -\frac{dq}{\eta}$ と体積弾性係数 K を(6)式に代入すること

によって得られる $d\varepsilon_v^{dp}$ を比較することで、ひずみ軟化挙動の開始条件を議論できることを意味している。さて、最終的に(12)式の条件を書き直すと

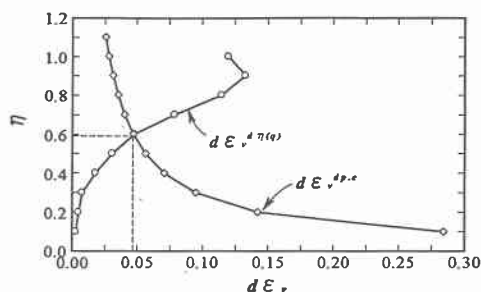
$$\begin{cases} d\varepsilon_v^{dn(q)} < -d\varepsilon_v^{dp} = \frac{1}{K} \frac{dq}{\eta} & \text{硬化} \\ d\varepsilon_v^{dn(q)} = -d\varepsilon_v^{dp} = \frac{1}{K} \frac{dq}{\eta} & \text{軟化開始} \\ d\varepsilon_v^{dn(q)} > -d\varepsilon_v^{dp} = \frac{1}{K} \frac{dq}{\eta} & \text{軟化} \end{cases} \quad (14)$$

となる。

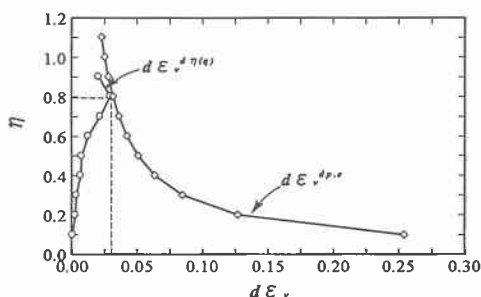
3. CSR と排水せん断試験結果との関連性

上述した $d\varepsilon_v^{dn(q)}$ と $d\varepsilon_v^{dp}$ の比較を行うために豊浦砂 ($Dr=60,30\%$) を対象に p 一定 ($p=100,70,50\text{kPa}$) 排水ねじりせん断試験を行った。図-2 は、 $p=70\text{kPa}$ における $\eta - d\varepsilon_v^{dn(q)}$ および $\eta - d\varepsilon_v^{dp}$ 関係を示している。また、ここで体積弾性係数 K ($Dr=35\%$ において $K=2.463$, $Dr=60\%$ において $K=2.756$) は、等方圧密除荷試験結果より得られた $e-\ln p$ 曲線の除荷時の傾き κ を用い $K = \frac{P}{\kappa(1+e)}$ より求めた。図より、 $Dr=60\%$

については2つの曲線が接する応力比が、 $Dr=35\%$ については2つの曲線が交差する応力比が存在することがわかる。上述の議論の結果、この応力比が排水せん断において求められるひずみ軟化開始点、つまり限界有効応力比となる。ちなみに $Dr=60\%$ の結果は $\eta_{CSR}=0.8$ 、 $Dr=35\%$ の結果は $\eta_{CSR}=0.6$ 付近で一致している。図-3 は、図-2 と同様の方法で $p=100,50\text{kPa}$ についても整理を行い、それより得られた排水条件下における限界有効応力比 η_{CSR} と拘束圧の関係を示したものである。図より、中密な砂は拘束圧が大きくなるにつれて η_{CSR} が増加するのに対して、緩い砂は拘束圧によらず η_{CSR} が、ほぼ一定値をとることがわかる。また、いずれの拘束圧においても緩い砂に比べて中密な砂の方が η_{CSR} の値が大きくなることわかる。図中には、図-1において得られた非排水条件下における限界有効応力比の値も併せて示している。排水試験結果と非排水試験結果を比較すると、中密な砂において η_{CSR} の値は、



(a) $Dr=35\%$ の結果



(b) $Dr=60\%$ の結果

図-2 $p=70\text{kPa}$ における応力比と体積ひずみ増分

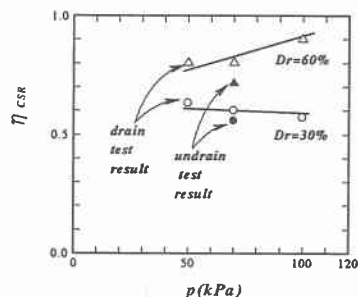


図-3 非排水条件下における
限界有効応力比と拘束圧の関係

若干非排水試験の方が下回っているが、緩い砂においては概ね一致しているといえる。

4. まとめ

本報では、ダイレイタンシーに着目し、ひずみ軟化挙動の開始条件について検討を行った。その結果、ひずみ軟化を開始する状態から得られる限界有効応力比は、排水せん断中のダイレイタンシー増分の大きさと密接な関係があることがわかった。

<参考文献>

- 1) 中田他、第31回地盤工学研究発表会講演概要集、2) 吉村他、第31回地盤工学研究発表会講演概要集、3) 森尾他、“三軸応力状態での飽和砂の不安定挙動の解析的検討” 土木学会論文集No.499/III-28, pp.157-165