

急勾配弯曲部における数値解析

鳥取大学工学部 正 員 道上 正規
鳥取大学工学部 正 員 檜谷 治
(株)フジタ 正 員 永瀬 恭一
大成建設(株) 正 員 ○大丸 雄一郎

1. はじめに 山地河川では、一般的に急勾配で相対水深 (h/d) が小さく、常・射流が混在し3次元性の強い流れとなる。本研究では、従来の2次元の MacCormack 法¹⁾を3次元に拡張し、実際の河川により近い急勾配弯曲部における射流流れに関する数値解析を行い、従来の研究との比較により流れの特性を検討した。

2. 計算方法 解析においては図-1に示す座標系を用い、基礎式は連続式と静水圧分布を仮定した流下、横断方向の運動方程式を用いた。以下にこれを保存則表示したものを示す。ただし、水深 h は水深平均の連続式により求め、鉛直方向流速 w は連続式を河床から任意の点まで積分して求める。

$$U_t + E_s + F_n + G_z = C$$

ここで、

$$U = \begin{pmatrix} h \\ u \\ v \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} u_m h \\ u^2 + gh \\ uv \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} r v_m h \\ r \\ uv \\ v^2 + gh \\ 0 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ uw \\ vw \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -\frac{uv}{r} - g I_s + \frac{\partial}{\partial s} \left(2 \epsilon_h \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon_h \frac{\partial u}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{u^2}{r} - g I_n + \frac{\partial}{\partial s} \left(\epsilon_h \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(2 \epsilon_h \frac{\partial v}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{pmatrix}$$

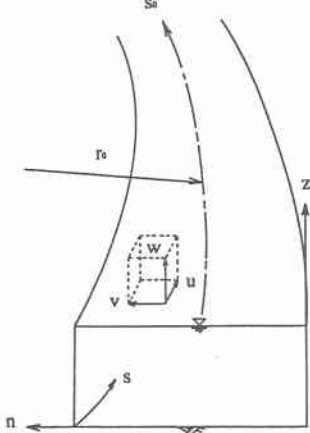


図-1 解析の座標系

ただし、 h : 水深, u_m, v_m : 平均流速, u, v, w : 流速, r : 水路中心軸までの曲率半径, ϵ_h, ϵ_z : 渦動粘性係数, I_s, I_n : 河床勾配である。

上記の基礎式を MacCormack 法により差分化し、水深 h および流速 u, v, w を求める。また、計算に用いる人工粘性項には拡散型のものを用いた¹⁾。解析における平面メッシュは図-2に示す直交曲線座標を用い、鉛直方向の計算メッシュはすべての点で水深の10等分とした。平面計算メッシュは、横断方向に $\Delta n = 2.0\text{cm}$ 、流下方向には水路中心軸に沿って $\Delta s \div 2.0\text{cm}$ とし、計算時間間隔は CFL 条件を満たすように $\Delta t = 0.0005$ 秒とした。また、せん断力の評価には河床の抵抗係数 C_d を導入し、底面で流速が一様化される領域（粗度域）を考慮した鉛直方向の渦動粘性分布を用いた²⁾。

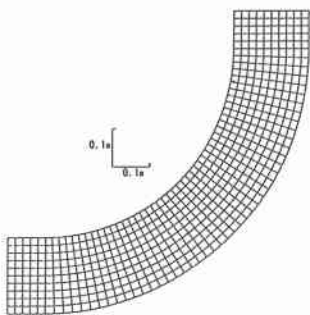


図-2 解析メッシュ

表-1 計算条件

流量 (l/sec)	0.01
勾配	1/10
水路幅 (m)	0.2
粗度 n	0.03
等流水深 (m)	0.04
フルード数 Fr_0	2.0
抵抗係数 C_d	0.355
r_0 (m)	0.6

3. 計算条件 計算区間上流端におけるフルード数 Fr_0 を 2.0 程度とし、直線部でつながれた 90° 弯曲部における射流流れを 2 次元および 3 次元モデルにより解析し、流況を調べた。計算条件を表-1に示す。

4. 計算結果および考察 図-3 (a), (b) にそれぞれ2次元および3次元モデルで計算された Fr の縦断変化を示す。両モデルとも内岸で一部流れが常流に遷移しており、全体的な特性は一致しているが、2次元モデルでは Fr の最大値が 3.5 程度であるのに対し、3次元モデルでは内岸の Fr が 6.0 程度まで大きくなっている。つぎに、図-4 (a), (b) に外岸

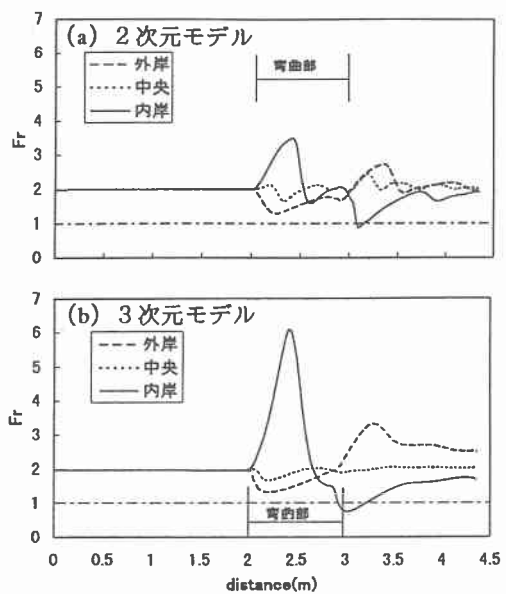


図-3 Frの縦断変化

および内岸における縦断方向の水面形状を示す。全体的にみると、外岸側と内岸側で対称な形状となっているが、特に外岸側の水位について考察する。Ippenによると弯曲部の射流には衝撃波の発生による交互流があらわれる³⁾が、2次元モデルの場合、弯曲部入口の外岸側で水位は最大値を示し、3次元モデルの場合、外岸の水位は弯曲部入口から一様大きくなり、最大値は60°付近にあらわれる。ここで、式(1)および(2)に示すLenauの式⁴⁾により弯曲部

外岸での水深の最大値 h_{max} およびその発生位置 θ_{max} を比較し、表-2に示す。両モデルとも h_{max} はLenauの理論値よりやや小さくなるが、その発生位置については2次元モデルの計算結果がLenauの理論式にほぼ一致しているのに対し、3次元モデルではこれより大きくなっており、ベルヌーイ式、連続式および流れの全域にわたり渦度ベクトルの鉛直成分 $\omega=0$ という仮定が用いられているLenauの式による計算値および平均流速による2次元モデルの結果と、3次元モデルでは計算結果が大きく異なる。つぎに、図-4(a)および(b)を比較すると、2次元モデルでは、弯曲部入口で外岸から内岸へ向かう最大の水面勾配が発生し、その後外岸と内岸の位相が逆転する交互流が発生していることがわかる。一方、3次元モデルは弯曲部内で一様に水面勾配が増加するが、50°付近を境に減少に転じている。これは、計算において特に運動方程式中の v および w の慣性項が大きくなるため、その結果、2次元モデルと異なった結果になると思われる。

5. おわりに 急勾配弯曲部における常・射流の混在する流れを数値解析した。その結果、このような流れ場においては、 v および w の影響が大きいため、3次元モデルを適用する必要があることが判明した。

参考文献 1) 道上・永瀬ら：狭窄部を持つ急流河川の平面2次元計算, 第50回土木学会年講概要集, pp.590-591
2) 中川・辻本ら：礫床河川の流砂過程の解明に果たす流れ構造の意義, 第32回水理講演会論文集, pp.535-540
3) 椿東一郎：水理学I, pp.182
4) 細田ら：高速弯曲流に関する二、三の検討, 土木学会論文集 No.387/II-8, pp.171-178

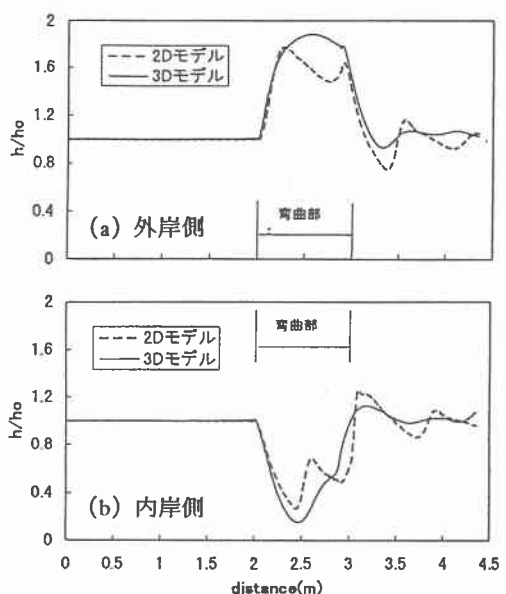


図-4 水面形の縦断変化

$$h_{max}/h_0 = 1.0 + Fr_0^2 \cdot B / \{R + (B/2)\} \quad (1)$$
$$\theta_{max} = (Fr_0^2 - 1)^{1/2} \cdot B / \{R + (B/2)\} \quad (2)$$

h_0 : 等流水深, R : 水路内岸までの曲率半径

表-2 Lenauの式との比較

	Lenau	2次元モデル	3次元モデル
h_{max}/h_0	2.33	1.78	1.89
θ_{max}	33°	30°	60°