連結ダンパーのみを有する動吸振平板による平板の受動的振動制御

ＮＴＴ　正員　○林　香里
山口大学工学部　正員　會田　忠義
山口大学工学部　正員　麻生　稔彦

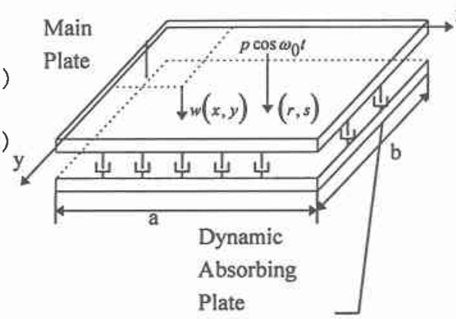
1．まえがき　受動的振動制御の方法としてはこれまでもいろいろな振動制御の方法が提案されてきた。現在最も多く実用化されているものはＴＭＤである。本研究では、平板構造物の受動的制振の一手段として対象平板に動吸振平板（動吸振格子等）を連結ダンパーを用いて装着することにより対象平板を制振させる方法を提案する。ここで等分布質量、等分布剛性をもつ平板を想定し対象平板と同じ境界条件を持つ動吸振平板をダンパーのみによって連結する場合を考える。

2．運動方程式　図－１に示す対象平板および動吸振平板の曲げ振動の運動方程式は式(1)および式(2)で表される。

$$m_1\ddot{\omega}_1+c_1\dot{\omega}_1+D_1\nabla^2\nabla^2\omega_1+c\left(\dot{\omega}_1-\dot{\omega}_2\right)=P\delta\left(x-r\right)\delta\left(y-s\right)\cos\omega_0 t \quad (1)$$

$$m_2\ddot{\omega}_2+c_2\dot{\omega}_1+D_2\nabla^2\nabla^2\omega_1+c\left(\dot{\omega}_2-\dot{\omega}_1\right)=0 \quad (2)$$

ここで m_1, m_2 ：対象平板および動吸振平板の単位面積当たりの質量，D_1, D_2 ：両平板の板剛度，c ：連結ダンパーの平板単位面積当たりの減衰係数，P ：荷重振幅，δ ：Diracの δ 関数，ω_0 ：荷重の励振振動数，(r,s) ：荷重の作用位置の座標，c_1, c_2 ：両平板の内部減衰係数，$\nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$



図－１　解析モデル

3．モード方程式と振動解析　対象平板と動吸振平板の固有関数は、両平板の境界条件が同じある場合、同一関数で表されることにより、両平板の (i,j) モードの固有関数を Φ_{ij} とするとき両平板の振動変位は次式で表すことができる。

$$W_1\left(x,y,t\right)=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\rho_{1,ij}\left(t\right)\Phi_{ij}\left(x,y\right) \qquad W_2\left(x,y,t\right)=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\rho_{2,ij}\left(t\right)\Phi_{ij}\left(x,y\right) \quad (3)$$

式(3)を式(1)および(2)に代入し整理すると運動方程式(1)および式(2)は次のモード方程式となる。

$$m_1\ddot{\rho}_{1,pq}+m_1\omega_{1,pq}^2\rho_{1,pq}+c_1\dot{\rho}_{1,pq}+c\left(\dot{\rho}_{1,pq}-\dot{\rho}_{2,pq}\right)=P\Phi_{pq}\left(r,s\right)\cos\omega_0 t \quad (4)$$

$$m_2\ddot{\rho}_{2,pq}+m_2\omega_{2,pq}^2\rho_{2,pq}+c_2\dot{\rho}_{2,pq}+c\left(\dot{\rho}_{2,pq}-\dot{\rho}_{1,pq}\right)=0$$

$$p=1,2,3........M,q=1,2,3........N \quad (5)$$

ここで $\omega_{1,pq}$，$\omega_{2,pq}$ ：対象平板のおよび動吸振平板の (p,q) 次の固有円振動数である。これらには式(6)に示す関係を有する。

$$\frac{m_1\omega_{1,pq}^2}{D_1}=\frac{m_2\omega_{2,pq}^2}{D_2} \quad (6)$$

内部減衰を無視した場合の式(4)および式(5)は図－２に示す２質量２バネ１ダンパー系の運動方程式に相当する。このことにより各モードは独立し、モード間の連成がないことが明らかである。図－２に示す主振動系の強制振動変位を式(7)のように表すことができる。調和バランス法を適用すると強制振動時の振幅は式(8)で与えられる。

$$y_1=a_1\cos\omega_0 t+b_1\sin\omega_0 t \quad (7)$$

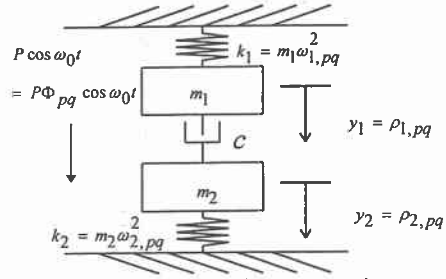
$$A_1=\sqrt{a_1^2+b_1^2}=Y_1 y_{st} \quad (8)$$

ここで Y_1 および y_{st} は以下の通りである。

$$Y_1^2 = \frac{\left(f^2-g^2\right)+4f^2g^2\left(c/c_c\right)^2}{\left\{\left(f^2-g^2\right)\right\}^2+4f^2g^2\left(c/c_c\right)^2\left\{-\left(1+\mu\right)g^2+1+\mu f^2\right\}^2} \tag{9}$$

$$y_{st} = \frac{P}{k_1} = P\Phi_{pq}/m_1\omega_{1,pq}^2,\ f = \frac{\nu_2}{\nu_1}\ \ g = \frac{\omega_0}{\nu_1} \tag{10}$$

ここで $\nu_1^2 = \dfrac{k_1}{m_1}$　$\nu_2^2 = \dfrac{k_2}{m_2}$　$\mu = \dfrac{m_2}{m_1}$　$c_c = 2\sqrt{m_2 k_2}$　(11)



図－2　２質量２バネ２ダンパー系モデル

4．固有振動数比および強制振動数比の最適解法　図－２の主振動系の応答 Y_1 を極小にする副振動系の固有振動数比 f 、減衰比 c/c_c、質量比 μ を求める。質量比と減衰係数を与え，主振動系の最大応答を極小化する固有振動数比 f を求め、このときの主振動系の最大無次元振幅 Y_1 を求める。解析結果を表－1に示す。

表－１　ニュートンラプソン法による最適解

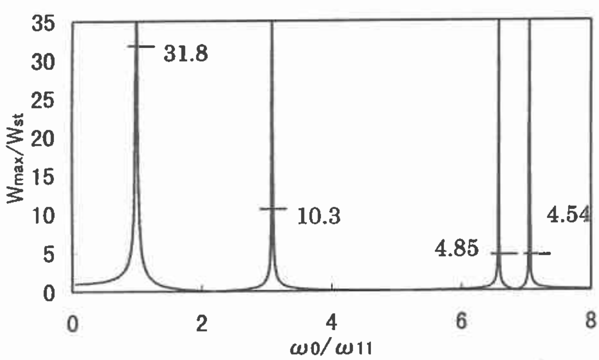
質量比 (μ)	減衰比 (c/c_c)	固有振動数比	無次元振幅
0.05	0.05	0.84775	257.27
	0.10	0.77294	148.64
	0.20	0.66666	82.64
	0.40	0.53652	83.50
	0.60	0.45226	54.57
0.10	0.05	0.84626	128.94
	0.10	0.77132	74.62
	0.20	0.66319	43.96
	0.40	0.53149	32.31
	0.60	0.44631	27.69
	0.80	0.37665	25.44
0.20	0.05	0.84386	64.62
	0.10	0.76756	37.51
	0.20	0.65658	23.18
	0.40	0.52144	16.50
	0.60	0.43462	14.21
	0.80	0.37240	13.12

5. 動吸振板の最適調整法　周期外力の振動数が対象平板の (i,j) 次の固有振動数に近いときを想定する。まず質量比 μ および対象平板の制限振幅 δ を与える。

このとき $A_1 = \delta$ であることにより対象平板のモード座標での制限振幅 Y_1 が式(8)より決まる。制限振幅 Y_1 が決まると、式(10)および(11)の関係により、式(12)のように連結ダンパーの減衰係数 c と動吸振平板の板剛度 D_2 が与えられる。すなわち表－１より与えられた Y_1 に対する減衰比 (c/c_c) と固有振動数比 f を読みとることが出来る。これらの値を用いて減衰係数 c および動吸振平板の板剛度 D_2 は次式で与えられる。

$$c = 2m_2 f\Phi_{ij}(x,y),\ \ D_2 = \mu f^2 D_1 \tag{12}$$

6. 計算例　表－２の諸元を有する周辺単純支持を対象とした。制振モードを(1, 1)次とし、モード座標における制振振幅および質量比をそれぞれ $Y_1 = 54.57$ および $\mu = 0.05$ とした。このときの固有振動数比 f および減衰比 c/c_c は表－１より求められ、動吸振平板の設計値は表－２の値となる。平板中央点加振時の同一点の共振曲線を図－３に示す。図より振動の抑制状況は明らかである。



図－３　共振曲線

表－２　平板の諸元

横幅	a ＝150.0cm
縦幅	b ＝90.0 cm
板厚	d ＝1.0 cm
単位面積質量	$m = 2.69\times10^{-3}\,\mathrm{Ns^2/cm^2}$
弾性係数	$E = 7.03\times10^{5}\ \mathrm{N/cm^2}$
ポアソン比	$\nu = 0.34$

表－３　動吸振器の設計

$c = 5.982\times10^{-4}\,\mathrm{Ns/cm}$
$D_2 = 6.774\times10^{2}\,\mathrm{Ncm}$