

## 地震時における剛体の三次元運動について

山口大学工学部 正会員 ○清野 純史

山口大学工学部 正会員 三浦 房紀

NTT 小川 誠之

## 1. はじめに

最近の設計技術・建築技術・建材技術の発達により、地震による建物の倒壊からの危険性は減少したかのように思われていたが、1995年の阪神大震災では死者の約89%が家屋や家具類の倒壊による圧迫死や窒息死であったという報告がなされている<sup>1)</sup>。また、建物が倒壊に至らないまでも、地震が起こった際の建物内部にある物の移動（棚・家具の転倒・散乱、頭上への物の落下など）による被害は我々の予想を上回るものであり、依然として居住者の安全性は保証されてはいない。本研究では問題空間を三次元に設定し、剛体運動の解析およびその検討を行った。

## 2. 三次元剛体運動のモデル化と定式化

本研究では、剛体の運動は重心 $(x, y, z)$ の変位と $x$ 軸、 $y$ 軸、 $z$ 軸まわりのそれぞれの回転角 $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ の6自由度系として表現することにする。

また、この剛体の運動を既存の二次元の研究<sup>2)</sup>にならい、Rest（静止）、Slide（滑っている状態）、Rotation（回転）、Slide rotation（滑りながらの回転）、Translation jump（平行移動のジャンプ）、Rotation jump（回転しながらのジャンプ）のように大きく6つのタイプに分類を行った。

これら、剛体の6つのタイプを推移させることによりすべての剛体の動きを表現することが可能となる。方程式は1つの自由度に対して変位・速度・加速度を求める3元の実数連立方程式であり、系は6自由度であるため、複雑な式の展開と繰り返し計算を必要とする。例えば、Rotationの問題では $x$ 軸まわりの角加速度は以下ようになる。

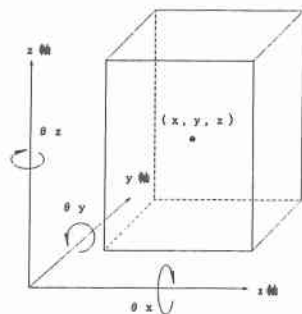


図1 剛体のモデル

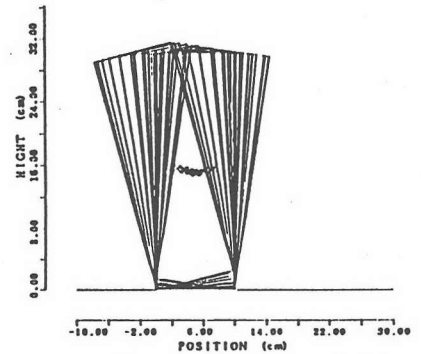
$$\ddot{\theta}_x = \frac{1}{I_{gx}^2 + (y^2 + z^2)} \times \left[ \ddot{Y} \sqrt{b^2 + r_{yz}^2 \cos^2(\alpha_x - |\theta_x|)} \cos(\alpha_{xy} - |\theta_y|) - S_x'(\ddot{Z} + g) \sqrt{\{b^2 + r_{yz}^2 \cos^2(\alpha_x - |\theta_x|)\} \sin^2(\alpha_{xy} - |\theta_y|) + r_{yz}^2 \sin^2(\alpha_x - |\theta_x|) \cos(\alpha_{yz} - |\theta_z|)} \right] \quad (1)$$

## 3. 剛体運動のシミュレーション

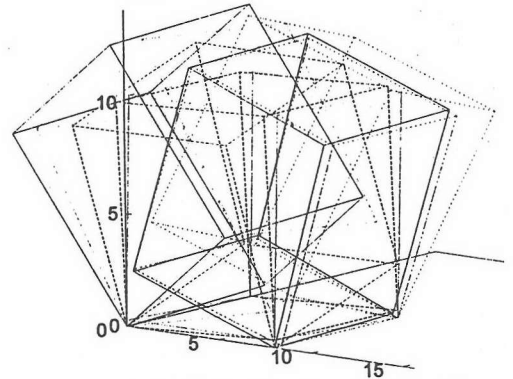
各タイプの運動方程式および衝突後の運動に関する方程式を導くとともに、各運動間の遷移を考慮した計算アルゴリズムを構築した。表1はこの運動の推移条件を示したものである。そして、これらの方程式を線形加速度法によって数値的に解くプログラムを作成し、これを地震時における剛体運動のシミュレーションに適用した。まず、三次元運動方程式を用いて、一定に傾けた剛体が重力の影響からひとりでに倒れ始める自由振動（フリーロッキング）のシミュレーションを行った。図2は二次元<sup>3)</sup>と三次元のフリーロッキングの比較である。

表 1 状態推移条件

| 現在の状態               | 推移条件                                                                                                                                                                                                    | 次の状態                | 現在の状態               | 推移条件                                                                                                                             | 次の状態                |                     |                     |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Rest                | $ x  > \mu(x+z)$<br>$\cap \mu < \frac{b}{h}$                                                                                                                                                            | Slide               | Rotation            | $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ \dot{\theta}_0 = 0 \end{cases} \cap \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ \dot{\theta}_0 = 0 \end{cases}$ | Rest                |                     |                     |
|                     | または<br>$ y  > \mu(x+z)$<br>$\cap \mu < \frac{w}{h}$                                                                                                                                                     |                     |                     | $ x+z  > \bar{\mu}(s+2+z)$<br>または<br>$ y+z  > \bar{\mu}(s+2+z)$                                                                  | Slide<br>Rotation   |                     |                     |
|                     | $\frac{b}{h} > \frac{s+2}{ x }$<br>$\cap \mu \geq \frac{ x }{s+2}$<br>$\cap \mu > \frac{b}{h}$<br>または<br>$\frac{b}{w} > \frac{s+2}{ y }$<br>$\cap \mu \geq \frac{ y }{s+2}$<br>$\cap \mu > \frac{w}{h}$ |                     |                     | $2+s < -g$                                                                                                                       | Rotation<br>Jump    |                     |                     |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Slide<br>Rotation   | Rotation            | Slide<br>Rotation                                                                                                                | Slide               |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Rotation<br>Jump    | Rotation<br>Jump    |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     |                     | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |
|                     |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     |                                                                                                                                  |                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |
|                     | Translation<br>Jump                                                                                                                                                                                     | Translation<br>Jump | Translation<br>Jump |                                                                                                                                  |                     |                     |                     |
| Translation<br>Jump |                                                                                                                                                                                                         |                     |                     | Translation<br>Jump                                                                                                              | Translation<br>Jump |                     |                     |



(a)二次元シミュレーション結果



(b)三次元シミュレーション結果

図2 フリーロッキングシミュレーション

次に静止している剛体の底面から正弦波振動を入力した場合のシミュレーションを行った。入力パターンとして①水平方向1成分のみ、②水平方向2成分、③水平方向2成分と鉛直方向1成分とした。このうち3成分の例を示したものが図3である。既存の二次元の研究では剛体の転倒のきっかけは高さとの比によって決まるが、三次元解析においてはこれに奥行きと高さの比が関係してくるので複雑な様相を呈することがわかる。

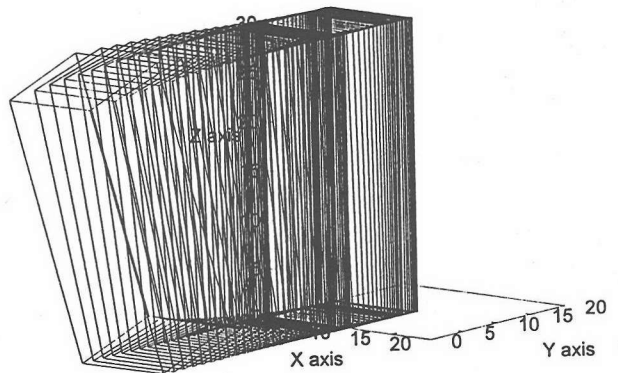


図3 正弦波を入力した場合のシミュレーション

## 参考文献

- 1) 日本建築学会建築計画委員会兵庫県南部地震調査研究部会：  
“阪神淡路大震災住宅内部被害調査報告書”，1996
- 2) YUJI ISHIYAMA：“REVIEW AND DISCUSSION ON OVERTURNING OF BODIES BY EARTHQUAKE MOTIONS”，  
Building Research Institute Ministry of Construction, 1980
- 3) 上田陽子：“地震時における剛体運動のシミュレーション”，山口大学卒業論文, 1995