

非保存力場における棒の有限変位問題

広島大学 正会員 藤井 堅
広島大学 学生会員 ○浅尾 尚之

1.はじめに 棒の三次元弾性座屈解析結果から、棒部材が等方応力状態で座屈する結果¹⁾が得られた。等方応力状態で座屈するという事は、例えば水圧が作用した場合にも座屈することを示す。一方、水圧を作用させた棒の座屈実験では、座屈には水圧は影響しないという結果が得られた。このような解析と実験との最も大きな相違は、水圧と等方応力、すなわち非保存力と保存力の違いと考えられる。水圧は常に面に対して垂直に作用するため、棒の変形に伴って、圧力の作用方向が異なるので、追従力と呼ばれ、非保存力の代表例であるのは言うまでもない。そこで本研究では、非保存力として、保存力が同時に弾性棒に作用した場合の有限変位挙動を調べた。まず、保存力場と非保存力場仮定の両面から圧力を扱い、軸方向応力を受ける棒の幾何学的非線形挙動を調べ、また、あわせて座屈実験を行って、解析と比較した。

2. 非線形有限変位解析 本解析は棒の Euler 座屈を二次元平面の面内座屈問題とし、座屈及び後座屈を有限要素法により解析した。解析には、アイソパラメトリック4節点四辺形平面要素を使用し、幾何学的非線形は、移動 Lagrange 法により考慮した。精度検討の結果、Euler 座屈応力 σ_y での誤差は 1.9(%)と十分な精度が確認された。この時の要素分割は、幅方向=8、長さ=100 の計 800 要素である。解析モデルは $L/W=20$ (L:長さ, W:幅)とした。解析上、後座屈へスムーズに移行させるため、解析モデルには初期たわみ δ (MAX=10.0cm, $\delta/L=1/20$)を正弦曲線で与えた。なお、応力は圧縮を正とする。

1)保存力場仮定 図-1,図-2に示すような作用方向が変化しない応力を作用させ、応力と解析モデル上端の横たわみの関係を図-3に示す。

2)非保存力場仮定 非保存力とした解析では、応力増分途中からプログラムが収束しなくなったため、解析できた範囲で結果を紹介する。図-4に示すようなモデルを用いた解析結果を図-5に、図-6~9に示すようなモデルを用いた解析結果を図-10にそれぞれ示す。

3)考察 図-3の結果から、図-1のモデルでは、軸方向応力が増加するに従って、理論曲線²⁾に漸近していく。この結果は、従来の座屈理論に基づく後座屈現象を表現している。また、図-2のモデルでは、等方圧が大きくなるに従い、低い応力 ($\sigma_x/\sigma_y=0.4$ 付近)から、横たわみが増加しているのがわかる。これは横方向応力が軸方向座

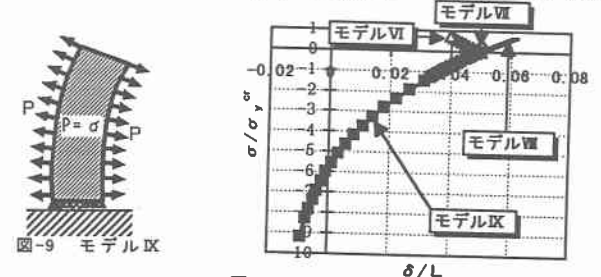
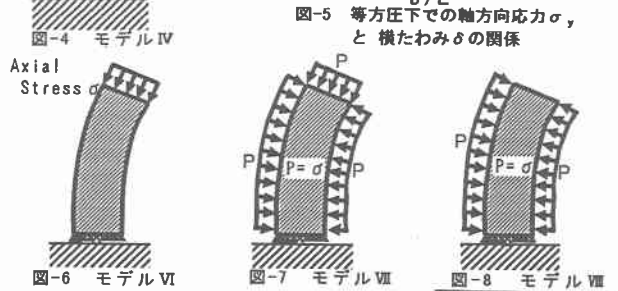
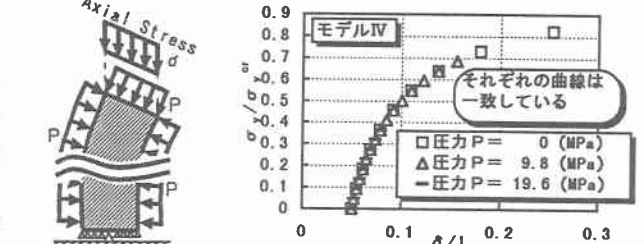
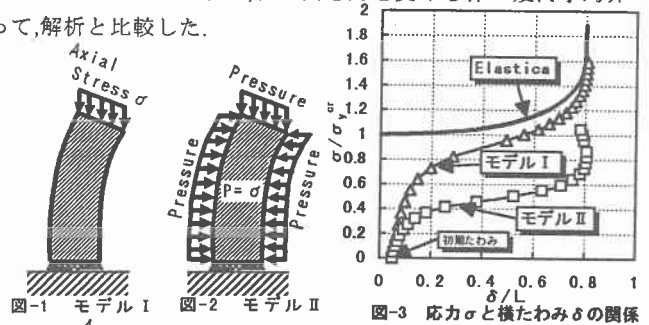


図-10 応力(非保存力) σ と横たわみ δ の関係

屈応力を低下させていることを示している。

次に、図-4に示すように圧力を作用させ、その後、保存力の軸方向応力を作用させた時には、図-5に示すように、圧力による横たわみへの影響がないことが分かる。また、図-10の結果から、図-6のモデルでは、軸方向応力の増加とともに、横たわみが小さくなっており、逆に、図-8のモデルでは、横たわみが大きくなるのがわかる。しかし、図-7のように全体に圧力を作用させた時には、横たわみは生じていない。これが圧力を保存力とした場合と非保存力とした場合の大きく異なる点である。また、図-9のように負の圧力とし、側圧に引張を作用させたモデルでは、右側と左側の辺長を比べると左側が大きいので側圧の水平成分は釣り合わず、不釣り合い力が、左方向に作用することになる。したがって、頂上の変位は左側へ変位し、負の圧力の増加につれて、初期たわみを減少させる方向に変位する。負の圧力がさらに増加すると柱は変形し、ほぼ真っ直ぐな(初期たわみがない)状態に近づくと、右側の辺長と左側の辺長は等しくなり、圧力の水平成分の不釣り合い力も減少する。したがって頂部の水平変位はある一定値に漸近すると考えられ、図-10でもこの現象が現れている。

3. 三軸応力下の円形断面棒の座屈実験

1) 実験概要 試験体は、ウツコンを用い、実験装置は、三軸圧縮試験機を使用した。実験の概要を図-11に示す。レーザー変位計によって座屈後の横たわみを測定した。両端の境界条件の詳細を図-12に示す。まず、室内に一定圧力を作用させた。圧力は、図-13の凡例に示す4パターンで行い、空気圧を一定に保ったまま、ひずみ速度0.3(mm/min)の速さで軸圧縮力を加えた。引張試験によって得られたそれぞれの試験体の材料特性を表-1に示す。

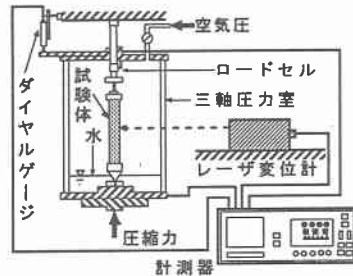


図-11 座屈実験の概要(三軸圧縮試験機)

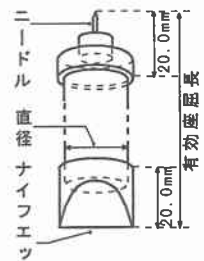


図-12 試験体

表-1 試験体の材料特性

試験体番号	有効座屈長 (cm)	平均直径 (cm)	初期弾性係数 (MPa)	ポアソン比
I	12.868	1.499	7.33	0.43
II	12.902	1.497	7.33	0.43
III	12.895	1.502	7.33	0.43
IV	12.863	1.449	7.77	0.48

2) 実験結果と考察 図-13の応力-横たわみ曲線では、圧力だけを作用させてもたわみの増加は見られなかった。図-14には、図-13の軸応力から圧力による影響を差し引いた応力-横たわみの関係を示している。これらの曲線から圧力による横たわみへの影響はない。つまり圧力だけでは、棒は座屈しないということが分かる。ここで、図-13, 14ではロードセルの自重37.20(kPa)分を補正している。

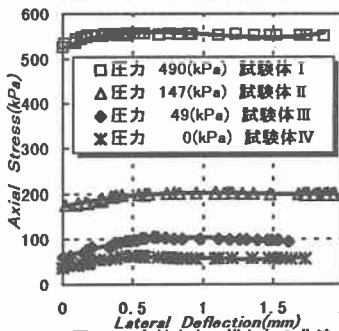


図-13 全軸応力-横たわみ曲線

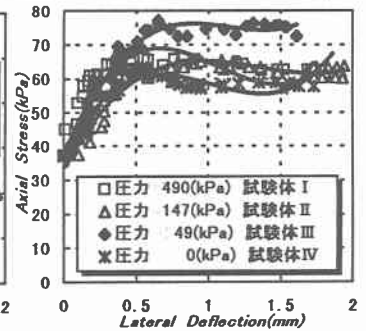


図-14 全軸応力から圧力による影響を差し引いた応力-横たわみ曲線

4. おわりに 解析結果により、圧力を保存力とした場合では、圧力が大きくなると座屈荷重は小さくなるということが示された。一方、圧力を非保存力とした正確な解析では、圧力は座屈挙動に影響しないという結果が得られた。この後者の結果は実験結果と同じである。また、圧力を非保存力とした解析でも、応力増分を繰り返していくとEuler座屈応力と同じ大きさで、接線剛性行列の行列式の値は正定値ではなくなる。この特異点は何を示すのかまでは明らかにできなかったし、また、それ以上の圧力が作用する場合の挙動についても解析できなかった。この特異点の解明は今後行っていくつもりである。

[参考文献] 1) 田坂裕一：三軸応力状態における棒の座屈問題、広島大学修士論文、1996。 2) Timoshenko & Gere: Theory of Elastic Stability, McGRAW-HILL, pp.76-82, 1961。