

軸対称 4-bars truss のホップ型分岐座屈解析

広島大学 正会員 ○ 有尾 一郎
 広島大学 正会員 藤井 堅
 広島大学 正会員 佐藤 誠

1 はじめに

軸圧縮力を受ける部材の代表的な破壊形態の1つである完全系の分岐理論を考える。分岐座屈の発生メカニズムを考えるにあたり、構造解析例として軸対称3次元空間4-bars trussの構造モデルを用いて、荷重パラメータを与えたときの分岐点の近傍における解の漸近的な性状により、ホップ型の分岐径路を求めた。

2 分岐解析

図-1 に4本の部材からなる軸対称トラス構造を考える。頂点を原点とし (x_i, y_i, z_i) は節点 i の座標を表す。また、図中の実線は載荷時のトラスの変形を (x, y, z) で示したものである。それぞれの方向 $(\phi = x, y, z)$ の釣合式は、

$$F_\phi = \sum_{i=1}^n EA \left(\frac{1}{L_i} - \frac{1}{\hat{L}_i} \right) (\phi - \phi_i) + \bar{k}_\phi - \bar{f}_\phi = 0, \quad \phi = x, y, z, \quad \text{when } n = 4 \quad (1)$$

となり、ここで、 $\bar{k}_\phi, \bar{f}_\phi$ は ϕ 方向のバネ定数パラメータと荷重パラメータを、 $EA = \text{Const.}$ は断面剛性をそれぞれ表す。ただし、 $\bar{k}_z = 0, \bar{f}_x = \bar{f}_y = 0$ と考えることとする。また L_i と $\hat{L}_i$ は変形前・変形後の部材の長さでバネ定数パラメータは

$$L_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}, \quad \hat{L}_i = \sqrt{(x + x_i)^2 + (y + y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$

$$\bar{k}_\phi = \sum_i \frac{\phi - \phi_i}{L_i} \begin{cases} \text{If} & \phi = x, \quad i = 1, 3 \\ \text{Elseif} & \phi = y, \quad i = 2, 4 \\ \text{Otherwise} & k_z = 0 \end{cases}$$

とそれぞれ表し、初期不整変数として各節点の変形前の座標は

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = \mathbf{v}^0 + \epsilon \mathbf{d} &= (x_1, y_1, z_1, \dots, x_4, y_4, z_4)^T \\ (x_i, y_i, z_i) &= \left(\cos \left(\frac{(i-1)\pi}{2} \right), \sin \left(\frac{(i-1)\pi}{2} \right), a_0 \right), \quad i = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

Ichiro ARIO, Katashi FUJII and Makoto SATO

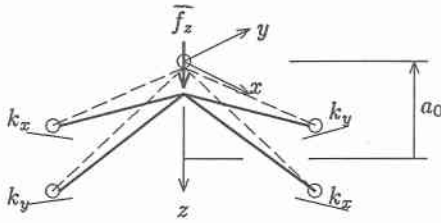
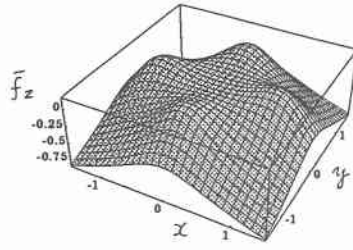


図-1 4-bars truss モデル

図-2 釣合曲面 ($z=0, a_0=0.5$)

とベクトル表示される。 v^0 は変数の完全系の値を表し、完全系 ($\epsilon=0$) のとき v^0 の値を定義することにより v が式 (2) のように定まる。以上の数値を式 (1) に代入することにより釣合式は求められる。完全系の主径路 ($x, y=0$) 上の分岐点の位置は釣合式の Jacobian (接線剛性行列) J^0 が特異となる解であるから

$$\det|J^0| = 8 \left(\frac{3}{p} - \frac{1}{(1+q)^{3/2}} - \frac{2}{(1+q)^{1/2}} \right)^2 \left(\frac{1}{p} + \frac{q}{(1+q)^{3/2}} - \frac{1}{(1+q)^{1/2}} \right) = 0, \quad (2)$$

$$p \equiv \sqrt{1+a_0^2}, \quad q \equiv (z-a_0)^2$$

から求められる。この完全系の解曲面を図-2 に示す。

例えば、 $a_0=0.5$ ときの分岐点の位置は

$$x_c^0 = 0, \quad y_c^0 = 0, \quad z_c^0 = 0.1178 (\text{重根}), \quad (\bar{f}_z)_c^0 = 0.0607 > 0 \quad (3)$$

となり、分岐点近傍の解の特性を調べるための増分変数は $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \tilde{f}_z)$ を

$$(x, y, z, \bar{f}_z) = (\tilde{x}, \tilde{y}, 0.1178 + \tilde{z}, 0.0607 + \tilde{f}_z)$$

となる。また、釣合式 (1) を分岐点の近傍でテイラー展開すると

$$\begin{aligned} F_x(x, y, z) - F_x(x_c^0, y_c^0, z_c^0) &= \tilde{x}(a_1 + a_2\tilde{x}^2 + a_3\tilde{y}^2 + a_4\tilde{z} + a_5\tilde{z}^2) + \text{h.o.t.} = 0 \\ F_y(x, y, z) - F_y(x_c^0, y_c^0, z_c^0) &= \tilde{y}(b_1 + b_2\tilde{y}^2 + b_3\tilde{x}^2 + b_4\tilde{z} + b_5\tilde{z}^2) + \text{h.o.t.} = 0 \\ F_z(x, y, z, \bar{f}_z) - F_z(x_c^0, y_c^0, z_c^0, \bar{f}_{zc}^0) &= c_1 - \tilde{f}_z + c_2\tilde{z} + \text{h.o.t.} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

と増分形の連立方程式を求めることができる。ここに h.o.t. は高次項を表す。我々は増分形の式の先頭項に注目しているので、式 (4) を連立して解くと

$$\begin{cases} \tilde{x} = 0, \quad \tilde{y} = 0, \quad \tilde{z} = \frac{\tilde{f}_z - c_1}{c_2}, & \text{主径路} \\ \tilde{f}_z = c_1 + c_2\tilde{z} = \alpha_1 \pm \alpha_2 \sqrt{\alpha_3 - (a_2x^2 + a_3y^2)} & \text{分岐径路} \end{cases} \quad (5)$$

と求められる。この分岐径路はホップ型分岐となり分岐点の近傍における標準形が得られた。

3 結語

本研究の結果、このような 3 次元空間の対称トラスにおけるホップ分岐解を実際に確かめた。以上の分岐点や分岐点近傍の解の漸近的な性質について調べることにより、軸対称系の飛び移り座屈や横倒れ座屈などの分岐座屈挙動の解析が行える。