異方弾性体中における曲がりき裂のＢＥＭ解析

岡山大学大学院　学生員　○久保博司
岡山大学環境理工学部　正員　廣瀬壮一

1. はじめに

岩、氷、複合材料等、異方性を示す弾性体の破壊力学的挙動を明らかにすることは重要である。本研究は、材料の異方性がその力学的特性に及ぼす影響を明らかにするもので、特に、曲がりき裂先端での応力集中の度合い、すなわち、応力拡大係数とき裂進展角度について考察する。

2. 境界要素法による解析

無限遠方で応力σ_{ij}^{∞}が作用している無限異方弾性体中にあるき裂を考え、き裂面C上の応力が0であるとする。t_j^{∞}を応力σ_{ij}^{∞}によるき裂面での表面力、$[u_i(y)]$をき裂開口変位、W_{ij}^Sを積分核とするとき、次式を得る。

$$-t_j^{\infty}(x) = \int_C W_{ij}^S(y,x)[u_i(y)]ds_y \quad \cdots\cdots (1)$$

W^SはWang & Achenbach[1]によって得られた異方弾性体に対する基本解より求められ、次式により与えられる。

$$W_{ij}^S(y,x) = \frac{\partial}{\partial s_y}\frac{\partial}{\partial s_x}\frac{1}{\pi}Im\sum_{m=1}^{M}\tilde{C}_{ij}^m \log\{d_\lambda\cdot(y-x)\} \quad \cdots\cdots (2)$$

ここで$\tilde{C}_{ij}^m$, d_λは弾性定数により決定される定数である。W^Sは超特異性をもっているため、ガラーキン法により積分方程式を解く。ここで、開口変位を次のように近似する。

$$[u_i(y)] = \sum_m \phi^m(y)[u_i^m] \quad \cdots\cdots (3)$$

式(1)の両辺に形状関数ϕ^nをかけ、xについて線積分を行い、方程式を正則化すると、

$$-\int_C \phi^n(x)t_j^{\infty}(x)ds(x) = \int_C \frac{\partial\phi^n}{\partial s(x)}ds_x\sum_m\int_C\frac{\partial\phi^m}{\partial s(y)}ds_y[u_i^m]\frac{1}{\pi}Im\sum_\lambda\tilde{C}_{ij}^\lambda\log\{d_\lambda\cdot(y-x)\} \quad \cdots\cdots (4)$$

となる。すなわち、上式は、

$$-T_j^n = \sum_m\sum_i J_{ij}^{m,n}[u_i^m] \quad \cdots\cdots (5)$$

の形式に離散化され、これより開口変位$[u_i^m]$を求める。

3. 解析結果

図1に示す解析モデルに対して異方弾性体の二次元平面ひずみ状態の静的き裂解析を行い、得られたき裂開口変位から応力拡大係数[2]を求め、解析結果を評価する。無限遠方で一様な応力 σ_{22}^{∞}が作用しているとする。評価においては、応力拡大係数Kを無次元化したパラメータFを使用する。

$$F_1 = K_1/\sigma^{\infty}\sqrt{\pi c} \quad , \quad F_2 = K_2/\sigma^{\infty}\sqrt{\pi c} \quad \cdots\cdots (6)$$

ここで、$c = a + b\cos\theta$である。

表1は$\phi = 0°$とし、$\theta, b/a$を変化させた時の本手法による結果と文献3)による結果を比較したものである。必ずしも、精度はあまり良いとは言えない。これは本解析において、形状関数ϕ^nとして１次関数を使用しているためであると考えられる。今後、より高次の形状関数を用いれば、精度は向上するものと考えられる。

次に、主き裂の両端で微小なき裂が進展したとして、微小き裂の進展角度を変化させた時の応力拡大係数F_1, F_2を計算した。図2は微小き裂の長さを$b/a = 0.01$とし、F_1, F_2の値を図示したものである。図2(a)は主き裂の傾きが0°で、図2(b)は45°である。き裂の進展方向はF_1, F_2に依存するが、ここでは$F_2 = 0$の方向にき裂が進展すると仮定すると、主き裂の傾きが0°の時は、き裂は水平に進展し、傾きが45°の時は、90°～

100°の方向に進展することがわかる。10°程度のずれは、異方性による影響と考えられる。

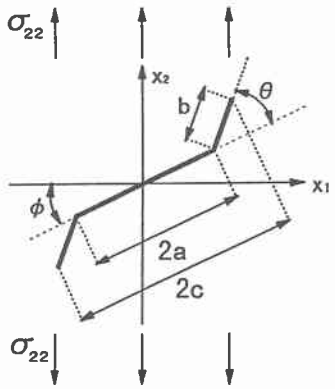


図 1 解析モデル

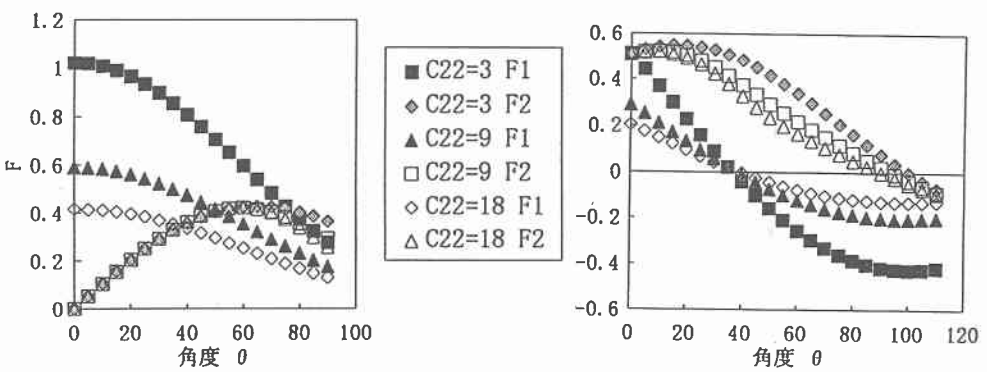
表 1 解析結果の比較

（本解析による解）

	θ=30°		θ=45°		θ=60°	
b/a	F1	F2	F1	F2	F1	F2
0.05	0.86615	0.34432	0.69857	0.45281	0.49996	0.49845
0.1	0.85054	0.37193	0.66911	0.4892	0.45295	0.53786
0.2	0.83402	0.39958	0.63975	0.52683	0.46617	0.58087
0.4	0.81455	0.41881	0.61321	0.55394	0.36941	0.614
0.6	0.8135	0.43477	0.60614	0.57346	0.35695	0.63275
0.8	0.81373	0.44367	0.6036	0.58348	0.35326	0.64012
1	0.81428	0.44935	0.60267	0.58935	0.35247	0.64281

（文献 3)による解）

b/a	F1	F2	F1	F2	F1	F2
0.05	0.8603	0.3182	0.7058	0.4184	0.5232	0.461
0.1	0.8483	0.3436	0.6805	0.4507	0.4822	0.492
0.2	0.8356	0.3727	0.6532	0.4888	0.4306	0.535
0.4	0.8242	0.4021	0.628	0.5284	0.3934	0.5794
0.6	0.8187	0.4176	0.6161	0.5491	0.3734	0.6031
0.8	0.8156	0.4271	0.6095	0.5617	0.3629	0.617
1	0.8135	0.4335	0.6054	0.5698	0.357	0.6253



(a) 主き裂の傾き 0°　　(b) 主き裂の傾き 45°

図 2 き裂進展角度の検討

参考文献
1) C.-Y. Wang and J. D. Achenbach, Geophys. J. Int., 118, pp.384-392, 1994
2) V. E. Saouma and E. S. Sikiotis, Eng. Fract. Mech., 25, pp.115-121, 1986
3) Y.Murakami et al.(eds), Stress Intensity Factors Hand book Vol.1, Pergamon Press, Oxford, 1987