

地震時リアルタイム制御のための連続システムの最適離散化

広島工業大学工学部 正会員 能島 暢昂

1. はじめに 近年、地震直後からの様々な情報の即時処理と施設制御による「リアルタイム地震防災」の技術開発が進んでいる¹⁾。ライフライン施設は面的な広がりを持ち、被害の広域波及や二次災害の防止が重要であるため、特にその取り組みが盛んである。緊急時には連続的な構造物群の被災部分が遮断されるが、遮断装置が適切に事前配置されていることが前提となる。本研究ではこれを、連続システムの最適離散化問題として定式化し、確率論的手法によって遮断装置の最適配置に関する基礎的考察を行ったものである。簡単のため、一次元的な広がりを持つ供給系ライフライン・システムを対象とした。

2. 連続システムの連結信頼性 図1のように長さ L (計算例では100とする)の一端を供給点とする直線形状システムを考え、被害はシステム上に一様・ランダムに発生すると仮定する。被害発生数 N が確定している場合²⁾、一端から n 番目の被害位置の確率密度関数はベータ分布で表される。一方、 N が単位長さあたり発生率 λ のポアソン分布(確率関数を $Po(N=n)$ と表す)に従う場合の破壊位置は、 n 個以上の被害発生という条件下においては、次式のように区間定義されたガンマ分布に従う。

$$f_{N,n}(x|N \geq n) = \frac{\lambda(\lambda x)^{n-1} e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \cdot \frac{1}{Po(N \geq n)} \quad (0 \leq x \leq L) \quad (1)$$

図2に $\lambda = 0.05$ の場合について示す。ここで、図3の太線に示すように、供給点に最も近い被害箇所(図1の f_1)までの距離を連結長さとした場合、その期待値 $\bar{\ell}$ と、一箇所以上の被害発生という条件付の期待連結長さ $\bar{\ell}_C$ は次式で求められ、 λ により図4に示す値をとる。

$$\bar{\ell} = \frac{1 - e^{-\lambda L}}{\lambda}, \quad \bar{\ell}_C = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1 - e^{-\lambda L} - \lambda L e^{-\lambda L}}{1 - e^{-\lambda L}} \quad (2)$$

また、図3に示す3種類のシステム形態についての期待連結長さは、それぞれ次式のようにになる。

$$\text{環状(両端供給点)システム } \bar{\ell}_{loop} = \frac{2 - 2e^{-\lambda L} - \lambda L e^{-\lambda L}}{\lambda} \quad (3)$$

$$\text{2重リンク OR システム } \bar{\ell}_{OR} = \frac{3 - 4e^{-\lambda L} + e^{-2\lambda L}}{2\lambda} \quad (4)$$

$$\text{2重リンク AND システム } \bar{\ell}_{AND} = \frac{1 - e^{-2\lambda L}}{2\lambda} \quad (5)$$

図5は、 $\bar{\ell}_{loop}$ 、 $\bar{\ell}_{OR}$ 、 $\bar{\ell}_{AND}$ の $\bar{\ell}$ に対する比を示す。 $\lambda \rightarrow \infty$ における極限は、それぞれ2、1.5、0.5である。

3. 離散化システムの連結信頼性 図1のように、長さ L のシステムの位置 ℓ_i ($i = 1, \dots, M$) に、 M 個の遮断装置を配置して、長さ d_i ($i = 1, \dots, M+1$) の区画に離散化した場合、供給点と連結している無被害区画の延長(直線形状システムの場合、図1の ℓ_2)の期待値は、

$$\overline{\ell(D)} = \sum_{i=1}^{M+1} e^{-\lambda \ell_i} \cdot d_i \quad (6)$$

$$\overline{\ell_{loop}^{(D)}} = \sum_{i=1}^{M+1} \left\{ e^{-\lambda \ell_i} + e^{-\lambda(L-\ell_{i-1})} \right\} \cdot d_i - L e^{-\lambda L} \quad (7)$$

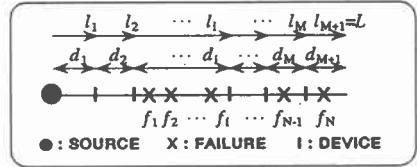


図1 連続システムの被害箇所と遮断装置による離散化

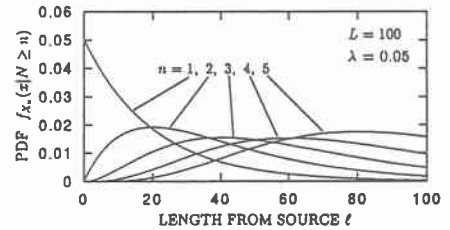


図2 n 個以上の被害発生という条件下での n 番目被害位置の確率密度関数

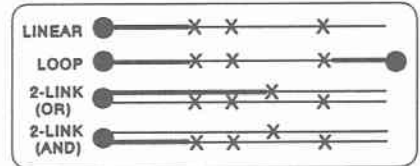


図3 4種のシステム形態における被害箇所と連結長さ

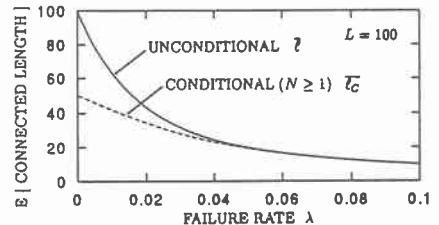


図4 直線形状システムの条件なし・条件付 ($N \geq 1$)の期待連結長さ

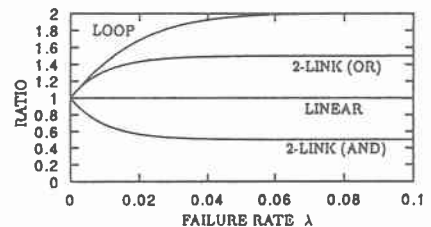


図5 3種のシステム形態と直線形状システムの期待連結長さの比

となる(AND/ORシステムについては省略)。図6は、直線形状システムで1個の遮断装置の配置位置を連続的に変化させた場合の期待連結長さ $\overline{\ell_C}$ の変化を示す。期待連結長さを最大化する最適位置は図7に示すように、図4の条件付期待連結長さ $\overline{\ell_C}$ とほぼ同様の傾向を示し、全長の中心付近から、 λ の増加とともに供給点に近づくことがわかる。

4. 期待連結長さを最大化する最適離散化 M 個の遮断装置の最適配置問題は、 $\ell_{M+1} = L$, $0 \leq d_i \leq L$ ($i = 1, \dots, M+1$) の制約条件下で、期待連結長さを最大化する分割パターン $\ell = \{\ell_i | i = 1, \dots, M+1\}$ を求める問題として定式化される。ダイナミック・プログラミングの一次元配分過程のアルゴリズムを応用すると、目的関数は配分量 d およびその累積値 ℓ の関数となるので $g(d, \ell)$ と表され、最適性の原理は文献3)に従って次式のようになる。

$$f_{M+1}(L) = \max_{d_1 + \dots + d_{M+1} = L, d_i \geq 0} \left[\sum_{i=1}^{M+1} g(d_i, \ell_i) \right] = \max_{0 \leq d_{M+1} \leq L} [g(d_{M+1}, L) + f_M(L - d_{M+1})] \quad (8)$$

図8と図9はそれぞれ、直線形状システムおよび環状システムの最適離散化パターンを示し、想定被災規模(被害率 λ)に依存することがわかる。 λ が小さい場合はほぼ均等分割となるが、 λ の増大とともに最適配置位置は供給点に偏り双方の相違が顕著に表れる。また図10は、無被害区間が全て機能するような自律分散型システムの期待連結長さ

$$\overline{\ell_H^{(D)}} = \sum_{i=1}^{M+1} e^{-\lambda d_i} \cdot d_i \quad (9)$$

を目的関数とした場合である。均等分割が基本的な形状となるが、 λ が大きく M が少ない場合には、短い区間の無被害化を狙ったパターンが最適となっている。図10に関しては、区画長さのみが意味を持ち、分割位置は任意である。

5. おわりに 一般に都市施設の緊急制御装置の配置については、まだ十分に検討されているとはいえない。本研究では、緊急遮断が常に最適位置で実現されることを想定しているが、このためには、被害の早期かつ高精度な検知が必須条件である。本稿では被害率 λ が全長 L にわたって一様である場合のみを示したが、被害率が位置 x についての密度関数 $\lambda(x)$ で与えられる場合には、次式の置き換えによって非定常ポアソン過程を考えることにより、本研究の方法を拡張できることを付記する。

$$\lambda d_i \rightarrow \int_{\ell_{i-1}}^{\ell_i} \lambda(x) dx, \quad \lambda \ell_i \rightarrow \int_0^{\ell_i} \lambda(x) dx \quad (10)$$

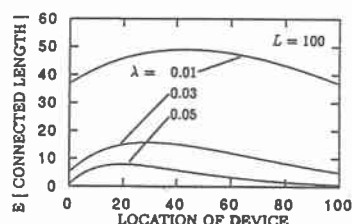


図6 直線形状システムにおける1個の遮断装置の配置位置による期待連結長さの変化

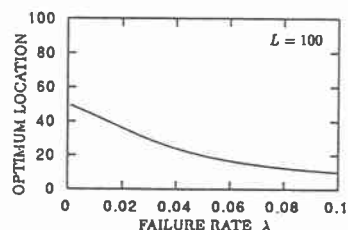


図7 直線形状システムにおける1個の遮断装置の最適配置位置

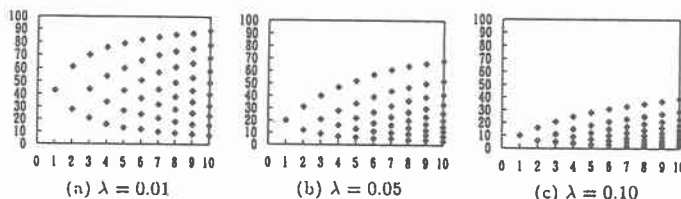


図8 直線形状システムにおける遮断装置数 M (横軸)と最適配置位置(縦軸)

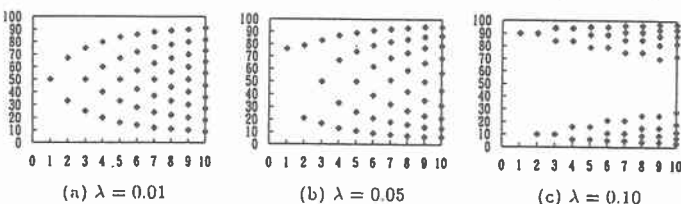


図9 環状システムにおける遮断装置数 M (横軸)と最適配置位置(縦軸)

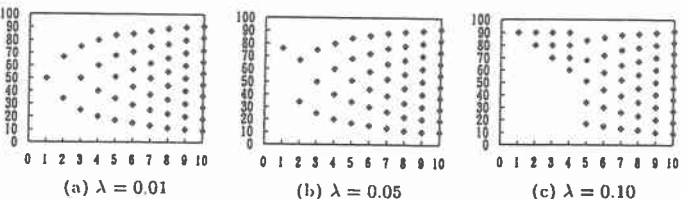


図10 自律分散型システムにおける遮断装置数 M (横軸)と最適配置位置(縦軸)

【参考文献】 1) 土岐憲三：大都市における地震災害のリアルタイム制御ーリアルタイム地震防災をめざしてー，第9回「大学と科学」公開シンポジウム組織委員会編「自然災害と地域社会の防災」，pp.90-100，1995年9月。 2) Kawakami, H., "Earthquake Physical Damage and Functional Serviceability of Lifeline Network Models," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.19, pp.1153-1165, 1990。 3) 吉川和広：土木計画とOR，丸善，pp.230-239，1969年。