

流動要素法における応力速度の選択に関する一考察

住友建設(株) 〇永峰 崇 鳥取大学工学部 木山 英郎
鳥取大学工学部 藤村 尚 鳥取大学工学部 西村 強

1.はじめに 流動要素法¹⁾(Flow Element Method, 以下FLEMとする)は、個別要素法(DEM)の基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かして、各要素の自由な変形を許しながら要素間の連続性を保持し、全体としての大変形から流動までを解析できる手法である。

大変形問題における客観性のある応力速度の代表的なものとして、Jaumann速度が挙げられる。しかし、Jaumann速度(連続体スピン)を用いると、単純せん断を受けるブロックにおいて、せん断応力(τ)—せん断ひずみ度(γ)の関係が、 $1 \leq \gamma$ の高ひずみ域で正弦波状に振動するという、実際の材料挙動では考えられない異状を示すことが指摘されるなど、検討が進められている²⁾。既に、Jaumann応力速度をFLEMに導入して検討を進めているが、上記の影響か、高ひずみ域では満足できる結果を得るに至っていない³⁾。

そこで、本文では、新たにDienes速度⁴⁾を導入して、補正項がどのようにFLEM数値解に反映されるか検討する。

2.Dienes速度の導入 Dienes速度では、Euler応力 σ のスピンとして、

$$\dot{\Omega} = \dot{R} R^T \quad (1)$$

を用いており、すなわち、 σ の客観応力速度として、

$$\dot{\tilde{\sigma}} = \dot{\sigma} - \dot{\Omega} \sigma + \sigma \dot{\Omega} \quad (2)$$

を採用している。ここに、 R は回転テンソル(直交テンソル)であり、変形勾配 F の極分解式において、

$$F = RU = VR \quad (3)$$

で現れる R であり、肩符 T はその転置を表す。 U は右ストレッチ、 V は左ストレッチテンソルで、ともに対称な正の定符号テンソルである。また、スピン Ω は物質スピンとも呼ばれている。

次に、図-1のような一辺の長さ1の正方形ブロックの単純せん断変形の Ω の計算例を簡単に示す。 x_1, x_2 方向の変位 u_1, u_2 は次のようになる。

$$u_1 = e x_2, u_2 = 0 \quad (4)$$

従って、変形勾配テンソル F は次のようになる。

$$F = \begin{bmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

F を極分解し、 R を表すと次のとおりである。

$$R = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

この結果、物質スピン Ω は、

$$\dot{\Omega} = \dot{R} R^T = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\beta} \\ -\dot{\beta} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

一方、ストレッチングテンソル D と連続体スピン W は次のようになる。

$$D = (L + L^T)/2 = \begin{bmatrix} 0 & e/2 \\ e/2 & 0 \end{bmatrix}, \quad W = (L - L^T)/2 = \begin{bmatrix} 0 & e/2 \\ -e/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

このとき、物質スピン Ω と連続体スピン W の関係は式(7),(8)より、次のようになる。

$$\dot{\Omega} = W \cos^2 \beta = \{4/(\gamma^2 + 4)\} W \quad (\text{ただし、}\gamma = 2 \tan \beta) \quad (9)$$

上に述べたような応力速度を選択すれば、変位関数と材料の力学的特性によって決まる要素剛性マトリックスに加え、幾何剛性マトリックスが生ずるが、誘導過程、FLEMへの導入については、ここでは省略する。

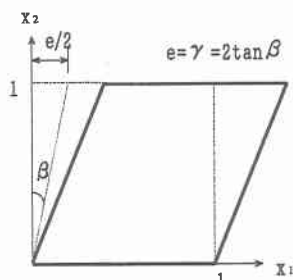


図-1 単純せん断変形

3.解析結果及び考察 図-2に示すような、単純せん断変形の解析を行った。解析領域としては、高さ16cm、幅16cmの1要素、積分点数4の平面ひずみ要素を用いた。解析定数は、表-1であり、自重は考慮していない。

図-3～図-5は、スピンを考慮しない場合、スピンを考慮した場合の主応力図である。図-4がJaumann速度を導入した場合、図-5がDienes速度を導入した場合の主応力図である。また、図-6～図-8は、それぞれの場合のせん断ひずみ度(γ)と応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)の関係である。

その結果、Dienes速度を導入した場合、 $\gamma=200\%$ 付近で応力の振動が抑えられ、それ以上の変形を与えると、スピンを考慮しない場合の結果に近づいていくことが分かった。これは、式(9)から分かるように、スピン Ω は、せん断変形開始時には $\dot{\gamma}$ に一致するが、 γ が大きくなるにつれて0に漸近し、応力の振動はスピンが変形とともに小さくなることによって抑えられるからである。

参考文献 1)木山 他；大変形のための流動要素法(FLEM)の提案,土木学会論文集NO.439/III-17,PP.63～68,1991.12. 2)黒田 充紀；変形する物体の客観応力速度について,構造工学論文集,vol.37A,1991.3. 3)木山 他；流動要素法(FLEM)における有限要素法を利用した節点力・要素応力増分過程の見直し,土質工学研究発表会,1993.6. 4)J.K.Dienes；On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies,1978.1

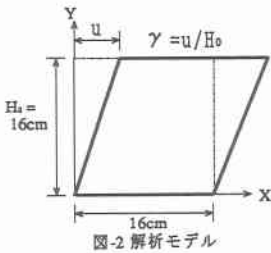


図-2 解析モデル

表-1 解析定数

ヤング率	$E=100 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$
密度	$\rho=2.65 \text{ (g/cm}^3\text{)}$
ポアソン比	$\nu=0.3$
時間増分	$\Delta t=1.0 \times 10^{-4} \text{ (sec)}$
変位速度	$\dot{u}=1.0 \text{ (cm/sec)}$

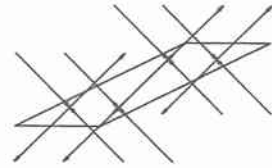


図-3 主応力図(スピン考慮せず, $\gamma=200\%$)

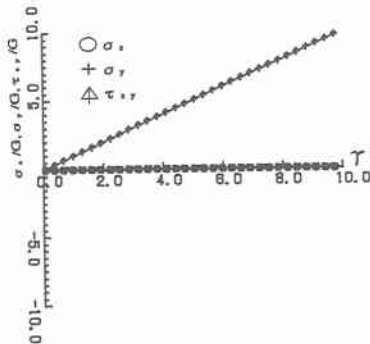


図-6 応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)-せん断ひずみ度(γ)(スピン考慮せず)

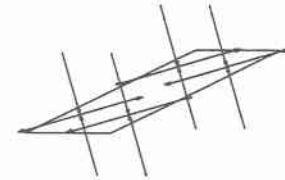


図-4 主応力図(連続体スピン考慮, $\gamma=200\%$)

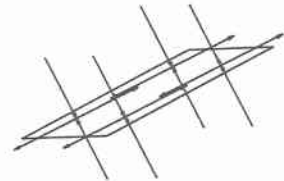


図-5 主応力図(物質スピン考慮, $\gamma=200\%$)

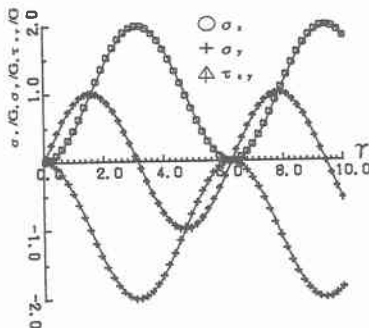


図-7 応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)-せん断ひずみ度(γ)(連続体スピン考慮)

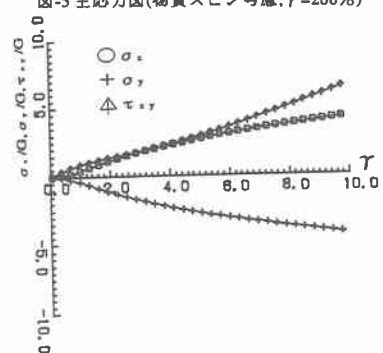


図-8 応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)-せん断ひずみ度(γ)(物質スピン考慮)