

常流と射流が混在する流れの数値解析法に関する研究

岡山大学環境理工学部 正 員 名合 宏之
 岡山大学環境理工学部 正 員 前野 詩朗
 阪神高速道路公団 正 員 尾幡 佳徳
 宝塚市役所 正 員 ○飯田 明典

1. はじめに 常流と射流が混在する流れを、常流部と射流部の混在を意識することなく解析可能な方法として MacCormack 法が脚光を浴び、堰越流部での跳水を含む流れの解析に適用が可能であることがこれまでの研究により明らかにされている¹⁾。しかし、これらの研究で対象としている堰は 1:10 程度の緩い勾配のスロープを有する堰であった。本研究では、スロープが 1:1 程度のかかなり急な勾配の堰周辺部での常流と射流が混在する流れを対象として MacCormack 法を用いて解析し、その適用性を検討するものである。

2. 数値解析法 以下に本研究で用いた解析法の概要を示す。

1) 基礎式：基礎方程式としては、2次元浅水方程式を保存形で表した次式を用いる。

$$U_t + E_x + F_y = C \quad (1)$$

ここに

$$U = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + \frac{gh^2}{2} - \varepsilon \frac{\partial(uh)}{\partial x} \\ uvh - \varepsilon \frac{\partial(vh)}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} vh \\ uvh - \varepsilon \frac{\partial(uh)}{\partial y} \\ v^2h + \frac{gh^2}{2} - \varepsilon \frac{\partial(vh)}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \left(-\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \right) \\ gh \left(-\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \right) \end{bmatrix}$$

h : 水深、 u, v : 流速、 z : 河床高、 n : マニングの粗度係数、 ε : 渦動粘性係数

2) 差分スキーム：空間・時間方向に2次の精度を有する MacCormack 法により差分化を行う¹⁾。MacCormack 法は予測子段階の値を用いて、再度、修正子段階で補正することにより、計算精度の向上を図るものである。計算を簡略化するため本研究では、基礎式に対して以下に示す時間分割法を採用した。

$$U_t + E_x = C_x, \quad U_t + F_y = C_y \quad (2)$$

それぞれに一次元スキームを適用し解を求め、 Δt 秒後の値 $U_{i,j}^{n+1}$ は、次式のように表される。

$$U_{i,j}^{n+1} = L_x(\Delta t/2) L_y(\Delta t/2) L_y(\Delta t/2) L_x(\Delta t/2) U_{i,j}^n \quad (3)$$

ここに、 L_x, L_y は各方向の演算子を表す。また、各差分ステップにおける差分方法は表1の通りである。

表1 各ステップの差分方法

ステップ	予測子段階	修正子段階
第1ステップ L_x	後退差分	前進差分
第2ステップ L_y	後退差分	前進差分
第3ステップ L_y	前進差分	後退差分
第4ステップ L_x	前進差分	後退差分

3) 人工粘性：本解析においては以下に示す人工粘性を付加して解析を行った。

$$U_i = U_i + r_{i+1} \{U_{i+1} - U_i\} - r_i \{U_i - U_{i-1}\} \quad (4)$$

$$\text{ここに } V_i = \frac{|hs_{i+1} - 2hs_i + hs_{i-1}|}{hs_{i+1} + 2hs_i + hs_{i-1}}$$

$$r_i = k \max \{V_{i-1}, V_i\} \quad (5)$$

k : 人工粘性係数

3. 解析結果と実験値との比較検討 実験は幅 260cm、長さ 500cm の水路に図1のような高さ 10cm、長さ 110cm、幅 30cm、上流下流部傾斜勾配 1:1 の堰を2つ設置し、堰を越流する流量条件 (72.2(l/s)) で行った。メッシュサイズは 5cm の正方形メッシュを採用し、実験装置の対称性を考慮して右岸側半分の領域を解析した。初期条件では、解析領域全体に

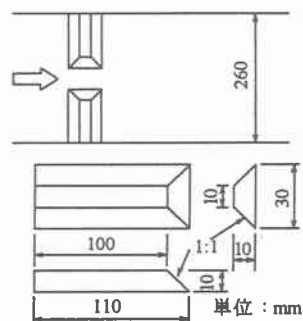


図1 実験装置

上流端水位を与え、時間進行に伴い徐々に上下流端の境界条件に近づけた。なお、境界条件として上流端では流量を、下流端では水位を、側壁の境界はスリップ条件とした。また、安定条件としては CFL 条件を用い、具体的には、 Δt の値は CFL 条件により求められる最小の Δt の 8 割を採用した。

図 2, 3 は、実験による水面形および流速分布を示し、図 4, 5 は図 2, 3 に対応する解析結果を示している。解析では、堰越流部および跳水後において若干の数値振動が見られる。この原因として、跳水を含む急変流部の流れは 3 次元的であるのに対し、本解析では鉛直方向の流速分布を一様と仮定したために、急変部の流れが十分再現されていないことが挙げられる。しかしながら、これらの局所的な区間を除く全体的な流況の傾向は、ほぼ再現できていると考えられる。

4. 結論 本研究により、本解析は急な勾配のスロープを有する堰を越流し、跳水が存在するような場合にも解析可能であることが明らかになった。しかし、跳水区間で数値振動が見られるなど局所的区間における取り扱い法、境界条件の設定方法や人工粘性項の取り扱いなど、今後さらに検討する必要がある。

参考文献: 山下恭正, 清水康行, 荒井信行, 三谷紀一: 1 次元保存則差分法による常射流混在流れの計算法, 河川に関する調査・試験・研究報告書, 1994, P375-380

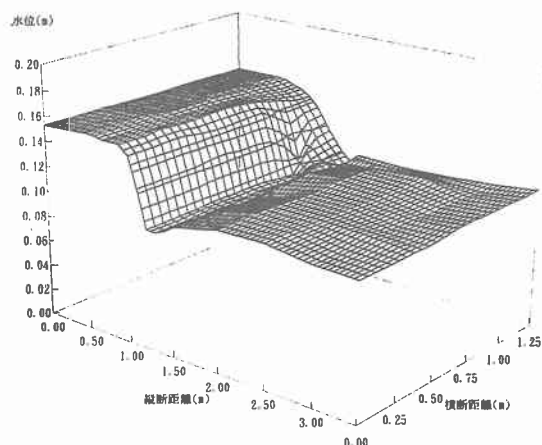


図 2 水面形 (実験結果)

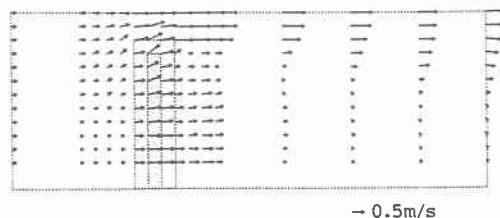


図 3 流速分布 (実験結果)

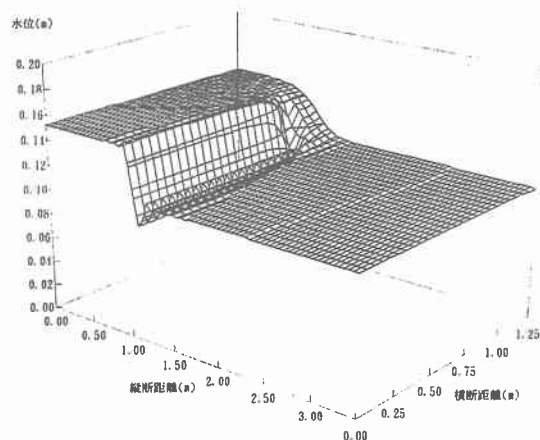


図 4 水面形 (解析結果)

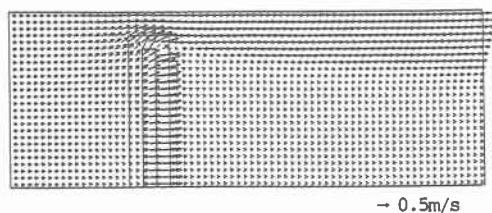


図 5 流速分布 (解析結果)