

アウターケーブルを用いた動吸振システムによる
けたの振動制御に関する研究（逆対称振動モード時）

熊本大学大学院 学生員○大森貴行 山口大学大学院 学生員 椿辰一郎
山口大学工学部 正員 會田忠義 山口大学工学部 正員 麻生稔彦

1. まえがき けたの受動的振動制御の代表的手法としてTMDが用いられ、その制振効果が十分に認められていることは周知の通りである。本研究では、けたの減衰性能を向上させる一手法としてアウターケーブルを用い、けたとの間にばね・ダンパーからなる支材を図1のように挿入した機構を提案する。1次モードの制振は、既往の研究¹⁾でけた中央にダンパーを挿入することにより実用的に可能である。本研究はこの制振機構をスパン1/4点に装備したけたの応答を調査し、この機構の2次モードを中心とした制振効果を明らかにするとともにその実用化の可能性を示す。

2. けたの運動方程式と振動解析 ケーブル初期力（圧縮力を正として）導入状態を基準として、この状態に周期外力が作用し振動している状態を想定する。けたの運動方程式とケーブルのつりあい式は次式となる。式中、 $\bar{v}(x)$ ：初期力(T_{01}, T_{02})によるたわみ、 $v(x, t)$ ：振動たわみ、 EI ：曲げ剛性、 m ：単位長さ質量、 \bar{v}_0 ：初期力導入によるケーブル最下端のたわみ、 $v_0(t)$ ：ケーブル最下端の振動たわみ、 c_0 ：けたの減衰係数

（けたの運動方程式）

$$EI v''(x, t) + m \ddot{v}(x, t) - T_0 v''(x, t) + c_0 \dot{v}(x, t) = k \left\{ v_0(t) - v\left(\frac{l}{4}, t\right) \right\} \delta\left(x - \frac{l}{4}\right) \\ + c \left\{ \dot{v}_0(t) - \dot{v}\left(\frac{l}{4}, t\right) \right\} \delta\left(x - \frac{l}{4}\right) + P \cos \omega_0 t \delta(x - a) \quad (1)$$

（けたの境界条件式）

$$x=0 : v(0, t) = 0, EI v'(0, t) = d T_2 \cos(\alpha_2 + \beta_2) e \\ = 4EAe \{ v(0, t) \cos^2(\alpha_2 + \beta_2) + v_0(t) \sin(\alpha_2 + \beta_2) \cos(\alpha_2 + \beta_2) \} / \{ l \sqrt{1 + \tan^2(\alpha_2 + \beta_2)} \} \quad (2)$$

$$x=l : v(l, t) = 0, EI v'(l, t) = d T_1 \cos(\alpha_1 + \beta_1) e \\ = 4EAe \{ v(l, t) \cos^2(\alpha_1 + \beta_1) + v_0(t) \sin(\alpha_1 + \beta_1) \cos(\alpha_1 + \beta_1) \} / \{ 3l \sqrt{1 + \tan^2(\alpha_1 + \beta_1)} \} \quad (3)$$

（ケーブルのつりあい式）

$$k \left\{ v_0(t) - v\left(\frac{l}{4}, t\right) \right\} + c \left\{ \dot{v}_0(t) - \dot{v}\left(\frac{l}{4}, t\right) \right\} = \{ K_2 \sin^2(\alpha_2 + \beta_2) + K_1 \sin^2(\alpha_1 + \beta_1) - Z_1 - Z_2 \} v_0(t) \\ - e \{ K_2 \sin(\alpha_2 + \beta_2) v(0, t)' + K_1 \sin(\alpha_1 + \beta_1) v(l, t)' \} \quad (4)$$

$$K_1 = 4EA / \{ 3l \sqrt{1 + \tan^2(\alpha_1 + \beta_1)} \} \quad K_2 = 4EA / \{ l \sqrt{1 + \tan^2(\alpha_2 + \beta_2)} \}$$

$$Z_1 = 4 \cos(\alpha_1 + \beta_1) T_{01} / \{ 3l \sqrt{1 + \tan^2(\alpha_1 + \beta_1)} \} \quad Z_2 = 4 \cos^2(\alpha_2 + \beta_2) T_{02} / \{ l \sqrt{1 + \tan^2(\alpha_2 + \beta_2)} \}$$

$$\text{けたの振動変位 } v(x, t) = \sum_{i=1}^N p_i(t) \Phi_i(x) \quad (\Phi_i(x) : \text{けた単独の自由振動の } i \text{ 次の固有関数},$$

$p_i(t)$: 時間にに関する未知関数) を運動方程式、境界条件式およびケーブルのつりあい式に代入し整理すると次式を得る。

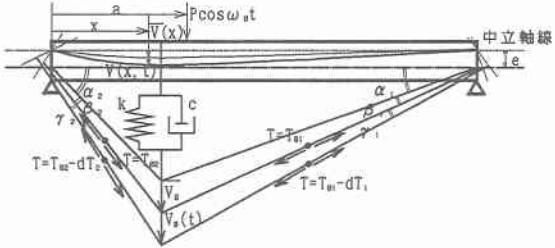


図1 解析モデル

$$m[I]\{\ddot{\rho}\} + m[\overline{\omega^2}]\{\rho\} + c[\overline{D}]\{\dot{\rho}\} - c[d]\dot{v}_0 + k[D]\{\rho\} - k[d]v_0 + X_2[\overline{D1}]\{\rho\} \\ - X_1[\overline{D2}]\{\rho\} + Y_2[\overline{d1}]v_0 - Y_1[\overline{d2}]v_0 = P\{\Phi\} \cos \omega_0 t \quad (5)$$

$$c[d]\{\dot{\rho}\} - c\dot{v}_0 + k[d]\{\rho\} - k[v_0] - Z[v_0] - S1[e[\overline{d2}]\{\rho\} - S2[\overline{d1}]\{\rho\}] = 0 \quad (6)$$

$$D_{ij} = \Phi_i\left(\frac{l}{4}\right)\Phi_j\left(\frac{l}{4}\right), d_i = \Phi_i\left(\frac{l}{4}\right), d_j = \Phi_j\left(\frac{l}{4}\right), \overline{D1}_{ij} = \Phi'_i(0)\Phi'_j(0)$$

$$\overline{D2}_{ij} = \Phi'_i(l)\Phi'_j(l), \overline{d1}_j = \Phi'_j(0), \overline{d2}_j = -\Phi'_j(l), \{\rho\} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N\}$$

$$X_i = K_i e^2 \cos^2(\alpha_i + \beta_i), Y_i = K_i e \cos(\alpha_i + \beta_i) \sin(\alpha_i + \beta_i), S_i = K_i \sin(\alpha_i + \beta_i)$$

$$Z = \{K2 \sin^2(\alpha_2 + \beta_2) + K1 \sin^2(\alpha_1 + \beta_1) - Z1 - Z2\} \quad (i = 1, 2)$$

けたの強制振動変位は、上記のモード方程式の特解を次式で表すとき

$$\{\rho\} = \{A\} \cos \omega_0 t + \{B\} \sin \omega_0 t \quad (7)$$

$$v_0 = a \cos \omega_0 t + b \sin \omega_0 t \quad (8)$$

上式が式(5)(6)を満たす条件より $\{A\}$ および $\{B\}$ ならびに a および b が求められ、次式から求められる。

$$v(x, t) = \sum_{j=1}^N (A_j \cos \omega_0 t + B_j \sin \omega_0 t) \Phi_j(x) \quad (9)$$

3. 数値解析結果 数値解析にあたり、スパン 30m、幅員 8.5m の合成けた（建設省標準けた）を対象とし、アウターケーブルとして $\phi=63 mm$ のケーブル（2本）を用いた。この対象けたに対して、ケーブルの初期張力 T_{01} (T_{02})、支材のばね係数 k 、ダンパーの減衰係数 c を変動させ、それぞれの変動に伴う応答の挙動解析を行った。

【定常加振による応答】 $T_{01}=0.3T_d$, $k=0.5k_0$, $c=0.5c_c$, $e=0.1m$ の時の左支点から $1/4$ 点加振、観測による共振曲線を図2に示す。図中、内部減衰($h=0.01$)を考慮した結果も示している。

(k_0 : けたの中央のバネ係数 $48EI/l^3$ 、 c_c : けたの1次モードの臨界減衰係数 ($2m\omega_1$)、 T_d : ケーブルの破断強度 (3340kN))

【アウターケーブルの初期張力と支材のダンパーの減衰性能が応答に与える影響】 $k=0.5k_0$ 、 $e=0.1m$ として $c=\gamma c_c$ ($\gamma=0\sim1.0$)、 $T_{01}=\beta T_d$ ($\beta=0\sim0.5$) の変動による、左支点から $1/4$ 点を加振したときの、同一点の変位の最大応答（共振曲線の1次モードと2次モードのピーク値）の挙動を調べ図3に示した。図には内部減衰を有するけたの最大応答も示した。図よりケーブル張力による影響は小さいが、減衰が応答に与える影響は明かで、その効果は1次モード、2次モード両方に有効であるといえる。また、図よりダンパーの減衰定数をけたの減衰定数に換算することが可能である。

【ダンパーのばね係数が応答に与える影響】 $T_{01}=0.3T_d$, $c=0.5c_c$, $e=0.1m$ として $k=\alpha k_0$ ($\alpha=0\sim5.0$) の変動による応答の挙動を調べ、その結果を図4に示す。図より1次モードについてはばねの剛性を上げることにより制振させることが可能であるが、2次モードについては、1次モードほどの効果は見られない。また、ばねの剛性を上げると応答はある一定の値に収束しており制振効果には限界があるといえる。

4. まとめ 本研究の方法により、橋梁の振動に大きく影響する1次モードと2次モードに対する制振効果が大きいことは明らかであるが、やはり2次モードに対する効果の方が大きく1次モードに対しては既報の通りスパン中央に装着する場合が望ましい。参考文献：1)椿、會田、麻生、清田、今田：アウターケーブルを用いたけたの振動制御について、土木学会第50回年次学術講演会講演概要集第1部(B), pp. 892~893

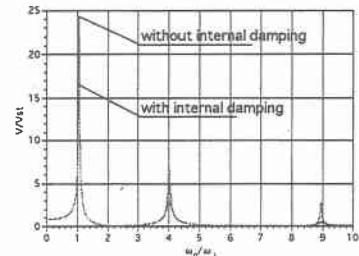


図2 共振曲線

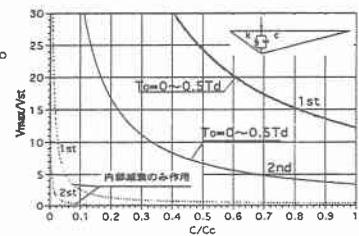


図3 張力-減衰-最大応答曲線

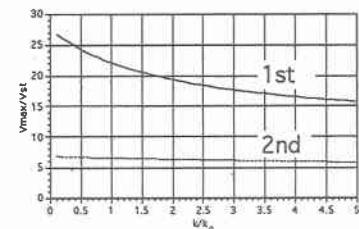


図4 ばね係数-最大応答曲線