

SH板波の散乱解析

岡山大学大学院 学生員 ○片岡秀起
 岡山大学環境理工学部 正員 廣瀬壮一
 住友金属工業 山野正樹

1. はじめに

薄板の非破壊検査法として、超音波板波探傷法があるが、板波の伝播・散乱に関しては未知な部分も多く、超音波探傷が最適な条件下で適用されているとは言い難い。そこで本研究は、SH板波の2次元波動解析を行って、超音波探傷の定量化のための基礎理論の開発を図るものである。

2. 境界要素法による解析

図1のような無限に続く板状の弾性領域Dを考えると、散乱波変位 $u_i^{sc}(\mathbf{x})$ は次式のように表すことができる。

$$\frac{1}{2}u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \int_{S_f^{\infty}+S_c} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_f^{\infty}+S_c} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \dots\dots\dots (1)$$

上式は無限に続く板上下の境界 S_f^{∞} 上での積分を含んでいる。このような積分を行うことは数値計算上難しいので、境界 S_f^{∞} を適当なところで打ち切って解析するのが一般的である。その場合、解くべき積分方程式は次式のようになる。

$$\frac{1}{2}u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \int_{S_f+S_c} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_f+S_c} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \dots\dots\dots (2)$$

上式を離散化して解くことにより、境界上の変位、及び表面力を求めることができる。

3. 数値結果と問題点

解析モデルは図1に示すような厚さ $2h$ の欠陥を含んだ弾性板である。欠陥は板上下面に平行な長さ $2h$ のき裂とする。図1のようなモデルに対して上下境界面の打ち切り長さを $nh(n = 20, 24, 28, 32, 36, 40)$ と変化させて解析を行った。図2はき裂開口変位の分布を示したものである。打ち切り長さ nh を変化させると、変位にばらつきが生じた。そこで、この問題を解決するため、板の上下面を打ち切るのではなく、図3のように板の両端の境界 S_g^{∞} も含めた計算を行うこととした。

4. 改良した境界要素法解析

板の両端の境界 S_g を含めると散乱波変位 $u_i^{sc}(\mathbf{x})$ は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i^{sc}(\mathbf{x}) = & \int_{S_f+S_c} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_f+S_c} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \\ & + \int_{S_g} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_g} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

一方、板上下面での境界条件を満足するグリーン関数 G_{jk} ならびにその表面力成分 H_{jk} を用いると、散乱波 $u_k^{sc}(\mathbf{y})$ は

$$u_k^{sc}(\mathbf{y}) = \int_{S_c} G_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) t_j(z) dS_z - \int_{S_c} H_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) u_j(z) dS_z \dots\dots\dots (4)$$

と表される。境界 S_g はき裂から十分遠方にあると仮定すると、グリーン関数は留数定理を用いて次のように表すことができる。

$$G_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \sum_m \sum_{\beta=s\pm} g_{ik}(k) e^{ik^{\beta} \cdot (\mathbf{z}-\mathbf{y})} \dots\dots\dots (5)$$

$$H_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \sum_m \sum_{\beta=s\pm} h_{ik}(k) e^{ik^{\beta} \cdot (\mathbf{z}-\mathbf{y})} \dots\dots\dots (6)$$

式(4)に式(5),(6)を代入すると次式が得られる。

$$u_k^{sc}(y) = \sum_m \sum_{\beta=s\pm} g_{ik}(k) e^{-ik^\beta \cdot y} \int_{S_c} e^{ik^\beta \cdot z} t_j(z) dS_z - \sum_m \sum_{\beta=s\pm} h_{ik}(k) e^{-ik^\beta \cdot y} \int_{S_c} e^{ik^\beta \cdot z} u_j(z) dS_z \dots (7)$$

これを式(3)へ代入して整理すると次式を得る。

$$\frac{1}{2} u_i^{sc}(x) = \int_{S_f+S_c} U_{ik}(x, y) t_k^{sc}(y) dS_y - \int_{S_f+S_c} T_{ik}(x, y) u_k^{sc}(y) dS_y + A(x) \int_{S_c} e^{ik^\beta \cdot z} t_j(z) dS_z - B(x) \int_{S_c} e^{ik^\beta \cdot z} u_j(z) dS_z \dots (8)$$

以上のようにして散乱波変位を求める境界積分方程式を誘導すれば、境界 S_c の積分はき裂 S_c 上の変位、表面力を用いて表すことができるので、板両端の境界 S_s を含めた計算を行っても未知数の数は変わらず、容易に計算ができる。

5. 最後に

先に述べたような板両端の境界を含めた計算を行えば、考慮する上下の板長を変えても欠陥の境界上の変位がばらつくことはなくなると思われる。解析結果の詳細は当日発表する。

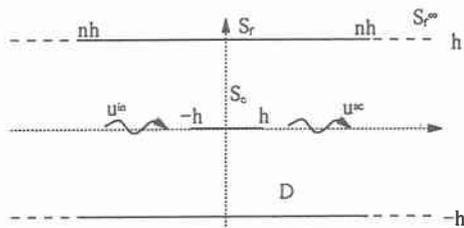


図1 モデル1

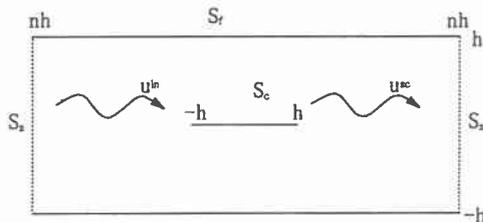


図3 モデル2

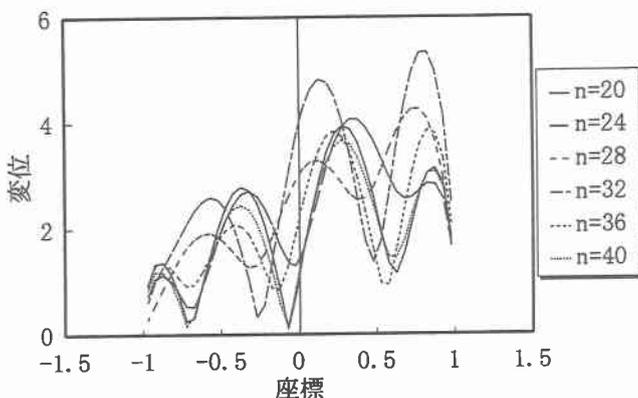


図2 計算結果