

SH 板波の散乱解析

岡山大学大学院 学生員 ○片岡秀起
岡山大学環境理工学部 正員 廣瀬壮一
住友金属工業 山野正樹

1. はじめに

薄板の非破壊検査法として、超音波板波探傷法があるが、板波の伝播・散乱に関しては未知な部分も多く、超音波探傷が最適な条件下で適用されているとは言い難い。そこで本研究は、SH 板波の2次元波動解析を行って、超音波探傷の定量化のための基礎理論の開発を図るものである。

2. 境界要素法による解析

図1のような無限に続く板状の弾性領域Dを考えると、散乱波変位 $u_i^{sc}(\mathbf{x})$ は次式のように表すことができる。

$$\frac{1}{2}u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \int_{S_f+S_c} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_f+S_c} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \quad \dots\dots\dots (1)$$

上式は無限に続く板上下の境界 S_f 上での積分を含んでいる。このような積分を行うことは数値計算上難しいので、境界 S_f を適当なところで打ち切って解析するのが一般的である。その場合、解くべき積分方程式は次式のようになる。

$$\frac{1}{2}u_i^{sc}(\mathbf{x}) = \int_{S_f+S_c} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_f+S_c} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式を離散化して解くことにより、境界上の変位、及び表面力を求めることができる。

3. 数値結果と問題点

解析モデルは図1に示すような厚さ $2h$ の欠陥を含んだ弾性板である。欠陥は板上下面に平行な長さ $2h$ のき裂とする。図1のようなモデルに対して上下境界面の打ち切り長さを nh ($n = 20, 24, 28, 32, 36, 40$)と変化させて解析を行った。図2はき裂開口変位の分布を示したものである。打ち切り長さ nh を変化させると、変位にばらつきが生じた。そこで、この問題を解決するため、板の上下面を打ち切るのではなく、図3のように板の両端の境界 S_g も含めた計算を行うこととした。

4. 改良した境界要素法解析

板の両端の境界 S_g を含めると散乱波変位 $u_i^{sc}(\mathbf{x})$ は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i^{sc}(\mathbf{x}) = & \int_{S_f+S_c} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_f+S_c} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \\ & + \int_{S_g} U_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y - \int_{S_g} T_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k^{sc}(\mathbf{y}) dS_y \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

一方、板上下面での境界条件を満足するグリーン関数 G_{jk} ならびにその表面力成分 H_{jk} を用いると、散乱波 $u_k^{sc}(\mathbf{y})$ は

$$u_k^{sc}(\mathbf{y}) = \int_{S_c} G_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) t_j(\mathbf{z}) dS_z - \int_{S_c} H_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) u_j(\mathbf{z}) dS_z \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表される。境界 S_g はき裂から十分遠方にあると仮定すると、グリーン関数は留数定理を用いて次のように表すことができる。

$$G_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \sum_m \sum_{\beta=s\pm} g_{ik}(k) e^{ik^\beta \cdot (\mathbf{z}-\mathbf{y})} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$H_{jk}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) = \sum_m \sum_{\beta=s\pm} h_{ik}(k) e^{ik^\beta \cdot (\mathbf{z}-\mathbf{y})} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(4)に式(5),(6)を代入すると次式が得られる。

