

拘束せん断層をもつ平板の損失係数に関する検討

山口大学工学部 学生員○椿辰一郎

山口大学工学部 正 員 麻生稔彦

山口大学工学部 正 員 會田忠義

1 まえがき

土木構造物の動的応答を低減するために、個々の部材に減衰性を向上させることは有効な方法であると考えられる。部材に減衰性を付加する方法として拘束せん断層を装着してサンドイッチ構造とする方法があるが、この減衰性については明確でない点がある。そこで本研究では部分的にサンドイッチ構造とした平板の損失係数に関する基礎的な特性について検討した。

2 拘束せん断層を部分被覆した場合の損失係数の解法

いま、図-1に示すサンドイッチ平板を考える。図-1において第3層は、高さ t_3 、長さ L 、幅 W の基本平板であり、 y 軸に平行な境界は単純支持とし x 軸に平行な境界について任意の境界条件を持つものとする。また第1層、第2層はそれぞれ高さ t_1 、 t_2 の拘束層およびせん断層であり、基本平板の左下端部より x 方向に a 、 y 方向に c の位置に長さ p_L 、幅 p_w で被覆している。ここで、拘束層、基本平板の弾性係数を E_1 、 E_3 、ポアソン比を ν_1 、 ν_3 、せん断層の材料損失係数を β としせん断弾性係数を $G=G^*(1+i\beta)$ とする。解析にあたっては以下の仮定を設ける。(1) 第2層の弾性係数は第1層、第3層に比べて小さく、第2層には軸力は生じない。(2) 各層の z 方向変位は等しい。(3) 第1層、第3層のせん断変形は無視する。(4) 各層間にすべりは生じない。以上の仮定により図-1において考慮する変位は拘束層、基本平板の x 軸方向変位 u_1 、 u_3 および y 軸方向変位 v_1 、 v_3 と各層の上下方向変位 w とする。 x 方向の振動次数を m 、 y 方向の振動次数を n とすると変位は次式で表される。

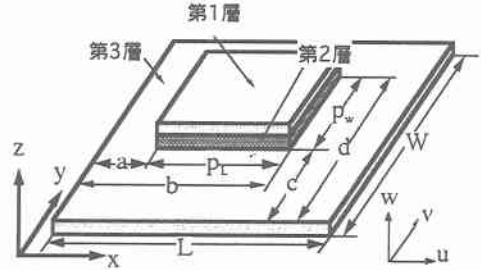


図-1 解析モデル概要図

$$\begin{aligned} u_1 &= \left\{ c_1 - u_m \cos \frac{m\pi}{p_L} (x-a) \sin \frac{n\pi}{p_w} (y-c) \right\} \sin \omega t & v_1 &= \left\{ c_1 - v_m \sin \frac{m\pi}{p_L} (x-a) \cos \frac{n\pi}{p_w} (y-c) \right\} \sin \omega t \\ u_3 &= \bar{u} \cos \frac{m\pi}{p_L} (x-a) \sin \frac{n\pi}{p_w} (y-c) \sin \omega t & v_3 &= \bar{v} \sin \frac{m\pi}{p_L} (x-a) \cos \frac{n\pi}{p_w} (y-c) \sin \omega t \\ w &= w_m \sin \lambda_m x (L_1 \sin \lambda_m y + L_2 \cos \lambda_m y + L_3 \sinh \lambda_m y + L_4 \cosh \lambda_m y) \sin \omega t \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $L_1 \sim L_4$ 、 λ_m 、 λ_n ：支持条件、振動次数により定まる定数、 $\bar{u} = f_1 u_m + f_2 v_m$ 、 $\bar{v} = f_3 u_m + f_4 v_m$

第1層～第3層に生じるひずみエネルギー $E_1 \sim E_3$ および系の運動エネルギー T は変位を用いてそれぞれ(2)～(5)式で示される。

$$E_1 = \frac{E_1 t_1}{2(1-\nu_1^2)} \int_a^b \int_c^d \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \nu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial v_1}{\partial y} \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} + \nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \frac{1-\nu_1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} + \nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{t_1^3}{12} \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2(1-\nu_1) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right\} \right] dx dy \quad (2)$$

$$E_2 = \frac{G}{2t_2} \int_a^b \int_c^d \left\{ \left(u_1 - u_3 + a \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(v_1 - v_3 + a \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (3)$$

$$E_3 = \frac{E_3 t_3}{2(1-\nu_3^2)} \int_a^b \int_c^d \left[\frac{\partial u_3}{\partial x} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \nu_3 \frac{\partial v_3}{\partial y} \right) + \frac{\partial v_3}{\partial y} \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} + \nu_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \right) + \frac{1-\nu_3}{2} \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} + \nu_3 \frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy \\ + \frac{E_3 t_3^3}{24(1-\nu_3^2)} \int_0^L \int_0^W \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2(1-\nu_3) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right\} dx dy \quad (4)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_a^b \int_c^d \rho_1 t_1 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{1}{2} \int_a^b \int_c^d \rho_2 t_2 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^W \rho_3 t_3 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (5)$$

ここで系の1周期の運動について式(6)で示されるレーリー・リッツの定理を適用すると、最終的に系の損失係数に関して式(7)が得られる。

$$\int_0^{2\pi/\omega} (E_1 + E_2 + E_3 - T) dt = 0 \quad (6) \quad \{\omega^2 - R^2(1 + \eta^2 i)\} w_m = 0 \quad (7)$$

3 数値解析結果

先に示した解析法を用いて拘束せん断層を基本平板に部分被覆した場合の損失係数の検討を行った。解析モデルの諸元を表-1に示す。この諸元は文献1)に示されているものを用いた。解析にあたってはx軸に沿って単純、固定、自由の3つの支持条件を持ち、y軸に沿った境界についてはいずれも単純支持とした。ただし、今回の解析ではz方向変位を式(1)で仮定しているため、x軸に沿う境界条件が自由のものについては、曲げ変形についてのみ解析し、剛体運動については考慮していない。図-2に拘束せん断層が基本平板を覆う割合(被覆率 ζ)が損失係数 η に与える影響について解析した結果を示す。ここで被覆率 ζ とは基本平板の面積 A_3 に対する拘束せん断層の面積 A_1 の比($\zeta = A_1/A_3$)としている。また各支持条件とも基本平板中央より徐々に被覆し、最終的に平板全体を覆う($A_1 = A_3$)ように ζ を変化させ η を求めた。図-2より支持条件、振動次数によらず、 ζ が0.1以下で η は非常に小さく、その後 ζ の増加につれ η が増加していることがわかる。いずれの場合においても、基本平板の振動次数が $m=1, n=1$ で損失係数が大きい。また、支持条件で比較すると、Pin-Fix-Pin-Fixの境界条件を持つ場合に、 η が小さくなっている。したがって η は支持条件、振動次数、被覆率に大きく影響されることが明らかになった。ここで、Pin-Fix-Pin-Fixの境界条件の場合に、基本平板の振動次数が $m=1, n=1$ および $m=1, n=2$ では、 ζ が0.7付近で η が最大となっている。これは、制振の対象となる平板全域を被覆するより一部分を被覆した方がより減衰効果があることを示している。このような拘束せん断層の部分被覆効果はサンドイッチばりの場合にも認められるものであり、基本平板と拘束層の幾何形状、板剛度、せん断弾性係数、振動次数等が関係するものと考えられ、今後平板の部分被覆効果について検討を行う必要があるものと考えられる。

参考文献 1) A.K.Lall : Vibration and Damping Analysis of Rectangular Plate with Partially Covered Constrained Viscoelastic Layer, Journal of Vibration, Acoustic, Stress, and Reliability in Design, pp241-247, 1987 2) Eric.E.Unger : Loss Factors of Viscoelastically Damped Beam Structures, The Journal of The Acoustical Society of America, pp1082-1089, 1961

表-1 解析諸元

支持条件	ピン-ピン、ピン-固定 ピン-自由 (曲げのみ)
解析対象振動次数	x軸方向 1~2次 y軸方向 1~2次
基本平板の諸元	
長さ	L=1.0m
幅	W=1.0m
厚さ	t ₃ =0.005m
単位体積質量	$\rho_3=7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
弾性係数	$E_3=2.07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
ポアソン比	$\nu_3=0.334$
拘束層の諸元	
厚さ	t ₁ =0.005m
単位体積質量	$\rho_1=7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
弾性係数	$E_1=2.07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
ポアソン比	$\nu_1=0.334$
せん断層の諸元	
厚さ	t ₂ =0.005m
単位体積質量	$\rho_2=2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
せん断弾性係数	$G^*=4.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ $\beta=0.38$

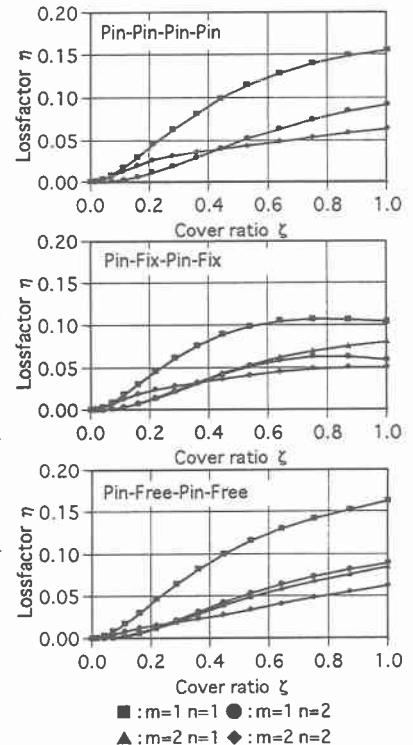


図-2 被覆率が損失係数に与える影響