

# 異方弾性体内のき裂の折れ曲がり挙動に関する数値解析

徳山高専 正員 ○橋本堅一  
金沢大学 正員 矢富盟祥

## 1. はじめに

岩石や岩盤は程度の違いはあるが、異方性挙動を示し、破壊、崩壊を議論するうえで、異方性を加味した変形挙動が重要視される。最近話題となっている複合材料も異方性を示すものが多く、その力学的挙動は幅広く研究されている。一方、材料の破壊は応力集中に支配され、その一つの要因に材料欠陥が挙げられる。材料欠陥から破壊が生じるとする破壊理論は、破壊力学として知られており、材料の破壊を論じるための大きな役割を担っている。本研究は、破壊力学におけるパラメータの一つであるエネルギー解放率を異方弾性体内のき裂について考察した。なお、異方性材料の破壊の進展方向を議論する上では、破壊靱性の異方性も考察する必要があるが、ここでは靱性値の異方性は考えていない。

## 2. 解析方法と解析モデル

解析に用いたエネルギー解放率を求める方法は、全エネルギー法を任意の経路独立積分に拡張した  $E$  積分法による<sup>1)</sup>。したがって、き裂長さの異なる2つ以上のモデルの解析が必要となる。

既存の解析結果と比較するために、単一き裂を有する一様引張無限板を近似した有限要素モデルを解析した。モデルは自由面の影響がほとんど表れないようにき裂長さに対して6倍の4自由面をもつ正方形モデルである。用いた有限要素は8節点アイソパラメトリック要素で要素分割を1/4領域でFig.1に示す。図中の太線は用いた積分経路で、各々組合せにより9本の積分経路を設定している。

異方性モデルとしては、横等方性板を考えた。解析モデルの概要をFig.2に示す。ここで異方性軸の方向は  $\theta_M$  を  $30^\circ$  に固定して折れ曲がり角  $\theta_K$  を変化させて、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を解析した。また、平面応力で考えると4つの材料定数が必要であるが、Fig.2中の弾性係数  $E_1$  を  $E_2$  の10倍にして、 $E_2$  方向に関するポアソン比、およびせん断弾性係数を  $\nu_2 = 0.03$ 、 $G_2 = 2(1 + \nu_2)/E_2$  とした。

$E$  積分は線形超弾性体においては積分経路上 ( $\Gamma$ ) で与えられた表面応力ベクトル  $s$ 、変位ベクトル  $u$  およびき裂長さ  $l$  を用いて次式で与えられる。

$$E(l, \alpha) = \int_{\Gamma} \left( \frac{1}{2} s \cdot \frac{\partial u}{\partial l} - \frac{1}{2} \frac{\partial s}{\partial l} \cdot u \right) ds \quad (1)$$

上式を局所座標  $\xi$  を用いて1次元積分し、さらに微分項を2点差分表示すると

$$E = \frac{1}{2\Delta l} \int_{-1}^1 \left[ \{ \sigma_{1i}(u'_i - u_i) - (\sigma'_{1i} - \sigma_{1i})u_i \} \frac{dx_2}{d\xi} - \{ \sigma_{i2}(u'_i - u_i) - (\sigma'_{i2} - \sigma_{i2})u_i \} \frac{dx_1}{d\xi} \right] d\xi \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

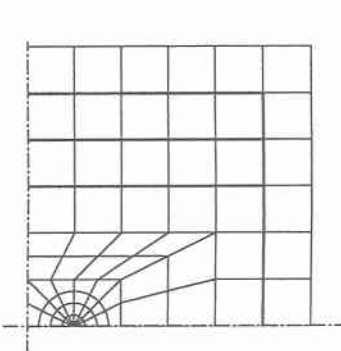


Fig.1 finite element mesh.

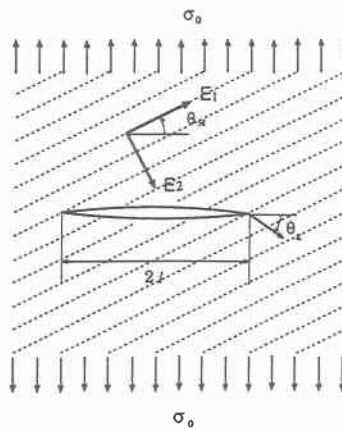


Fig.2 transversely isotropic model.

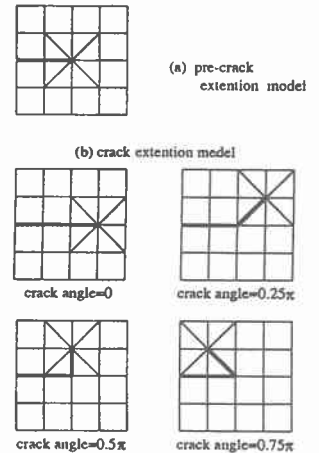


Fig.3 mesh near crack tip.

で与えられるので、本研究ではこの式を用いた。ここで1次元の積分はガウスの2次の求積法により行った。式中 $\sigma_{ij}$ は各要素辺における表面応力、 $u_i$ は各要素辺上における変位ベクトル、そして $\Delta l$ は基本モデルとき裂進展モデルのき裂長さの差である。またプライム(')がついた諸量はき裂進展モデルのものを表し、そうでないものは基本モデルの諸量を表している。辺上の応力は、節点変位により得られる要素辺上の応力は精度が劣るので、ガウスの積分点で求め積分経路内外の積分点要素応力を1次近似して要素辺上に外挿する方法で求めた。

き裂先端の要素には特異要素を用いており、き裂先端の要素分割をFig.3に示す。図に示すように、折れ曲がり角は基本的には $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ が扱えるようになっているが、き裂進展後のき裂先端の座標を変えることにより、任意の方向に折れ曲がる場合も解析可能である。

### 3. 解析結果

Fig.4は等方弾性体のき裂が直進する場合のエネルギー解放率を各々経路に対して示している。エネルギー解放率は解析解で正規化されている。いずれの経路でも1%前後大きく出ているが、十分な精度で解析されている。また経路の独立性も解析的に証明されている。

Fig.5に異方弾性体のき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の解析結果を示す。エネルギー解放率は $E_1$ の弾性係数をもつ等方弾性体のき裂が直進する場合のエネルギー解放率で無次元化している。破線はGaoらの摂動法による解析結果である。若干、グラフ形状が全体的に右にシフトする傾向は見られるが、折れ曲がり角が $90^\circ$ 以内では最大で3%程度の誤差で解析されている。特に重要となる最大エネルギー解放率を示す辺りでは1%前後の誤差となっており、高い精度で解析されているといえる。最大エネルギー解放率クライテリオン立場で議論すれば、 $-0.2\pi$ の方向に折れ曲がることを示唆しており、折れ曲がり方向もかなり高い精度で予測できることがわかる。

### 4. おわりに

本研究では、異方弾性体内のき裂のエネルギー解放率をE積分法によって解析し、最大エネルギー解放率クライテリオン立場からき裂の折れ曲がり挙動を考察した。その結果、既報の解析結果とよく一致しており、十分な精度で解析がなされた。今後は界面き裂などの境界条件や荷重条件がさらに複雑なモデルへの適用が期待される。

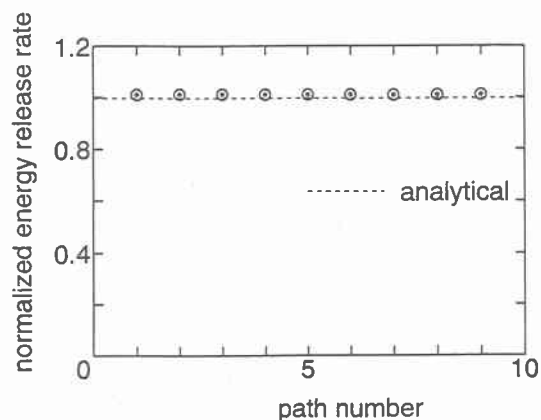


Fig.4 path error for isotropic model.

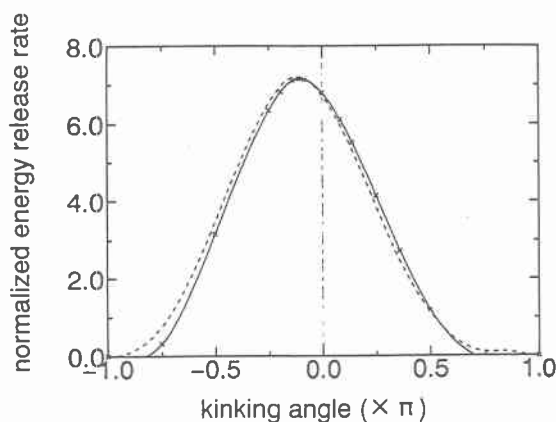


Fig.5 numerical result of anisotropic model.

### 参 考 文 献

- (1) Yatomi, C.: The energy release rate and the work done by the surface traction in quasi-static elastic crack growth, Int. J. Solid Structure, Vol. 19, pp. 183-187, 1983.