

床版を増厚した合成桁の挙動について

山口大学工学部 学生員 ○石倉俊彦
 山口大学工学部 正会員 浜田純夫
 山口大学工学部 正会員 高海克彦
 山口大学工学部 学生員 山本直子

1. まえがき

合成桁を用いた道路橋などの構造物は、各部の剛性により、載荷荷重が実際には横分配されているので、荷重の横分配計算を行い設計するのが合理的である。しかし実際には、計算法の煩雑性と多種多様性により、荷重は床版、横桁等により隣接桁間にもみ作用し、主桁が単独に抵抗するという仮定のもとで計算する慣用計算法が用いられてきた。しかしこの計算値は、載荷試験による実測値と比較しかなり誤差がある。そこで、より簡単で近似性の高い計算理論として板理論、格子理論が用いられている。本研究では、薄板の曲げ理論、平面応力理論、梁の理論を用い合成桁の仮想仕事の原理を導き、FEMに適用させ合成桁を一体構造物と仮定し解析した。更に、クリープによるたわみの増加に対して床版の増厚を考えた場合についてもその挙動を解析してみた。

2. 仮想仕事に基づくつり合い方程式

図1の合成桁の床版の中立面にx軸、y軸をとり、この面に垂直方向をz軸とする。床版の任意点でのひずみは、薄板の曲げ理論によれば2次元問題とされ次式で表される。

$$\varepsilon_{px} = u_{p,x} - z w_{p,xx} \cdots (1) \quad \varepsilon_{py} = u_{p,y} - z w_{p,yy} \cdots (2) \quad \gamma_{pxy} = u_{p,y} + v_{p,x} - 2z w_{p,xy} \cdots (3)$$

また、応力は弾性体に関するフックの法則に基づけば

$$\sigma_{px} = \bar{E}(\varepsilon_{px} + \nu \varepsilon_{py}) \cdots (4) \quad \sigma_{py} = \bar{E}(\varepsilon_{py} + \nu \varepsilon_{px}) \cdots (5)$$

$$\tau_{pxy} = \frac{1-\nu}{2} \bar{E} \gamma_{pxy} \cdots (6) \quad \bar{E} = \frac{E_p}{1-\nu^2} \cdots (7)$$

そして、床版の内部仮想仕事は次式で表される。

$$\delta U_p = \int_V (\sigma_{px} \delta \varepsilon_{px} + \sigma_{py} \delta \varepsilon_{py} + \tau_{pxy} \delta \gamma_{pxy}) dV \cdots (8)$$

図1の合成桁の梁の中立軸をy軸にとりこの方向のみを考えるとひずみ及び応力は次式で表される。

$$\varepsilon_{by} = v_{b,y} - z w_{b,yy} \cdots (9) \quad \sigma_b = E_b (v_{b,y} - z w_{b,yy}) \cdots (10)$$

そして、梁の内部仮想仕事は次式で表される。

$$\delta U_b = \int_V \sigma_b \delta \varepsilon_b dV \cdots (11)$$

図1の合成桁の内部仮想仕事は次式で表されるが、その際床版と桁は完全合成されているものと仮定し、床版及び梁の水平方向変位と鉛直方向変位（たわみ）には次の関係式が成り立つものとする。これにより、床版の変位だけで表すことができる。

$$\delta U = \delta U_p + \delta U_b \cdots (12)$$

$$w_p = w_b \cdots (13) \quad v_b = v_p - w_{p,y} \bar{z} \cdots (14)$$

本解析では、床版を増厚したときは2層版を換算1層版としている。この際、床版の中立軸を版の直応力の

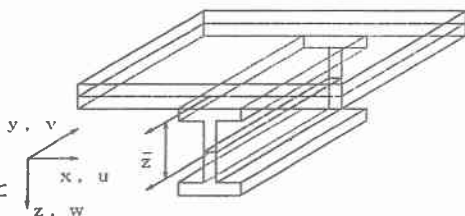


図1 合成桁

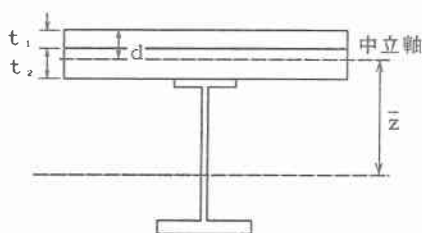


図2 増厚後の中立軸

つり合いから得られる次式で与えることで1層版として解析できる。

$$d = \frac{\overline{E_1 t_1^2} + \overline{E_2 t_2^2} + 2\overline{E_2 t_1 t_2}}{2(\overline{E_1 t_1} + \overline{E_2 t_2})} \dots (15)$$

ただし、 $\overline{E_i}$ は i 層目の式(7)であり、 t_i は i 層目の厚さである。この中立軸を上記の合成桁を解析する際にはめることで、簡易ではあるが床版を増厚したものとして解析する。

3. 有限要素法による定式化

FEMを用いるために図1の合成桁の床版の中央面での変位及び、床版の変位で考えた梁の変位を次式で表す。但し、 u 、 v は中央面での面内方向の変位であり、 w は面外方向の変位である。

$$w = \sum_{i=1}^9 \left\{ f_i(x, y) w_i + f_{xi}(x, y) \frac{\partial w_i}{\partial x} + f_{yi}(x, y) \frac{\partial w_i}{\partial y} + f_{xyi}(x, y) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \right\} \dots (16)$$

$$u = \sum_{j=1}^9 g_j(x, y) u_j \dots (17) \quad v = \sum_{j=1}^9 g_j(x, y) v_j \dots (18)$$

$$w_b = \sum_{i=1}^3 f_i(y) w_i + f_i(y) \frac{\partial w_i}{\partial y} \dots (19) \quad v_b = \sum_{j=1}^3 g_j(y) v_j \dots (20)$$

これらの変位を表す形状関数は1次元問題で用いられる梁要素変位が4次及び2次曲線でたわむと仮定した Hermit 関数を用い床版に関してはこの形状関数を x 、 y 方向について組み合わせた。図3に示す1要素の9節点の x 、 y 方向変位 u 、 v 、たわみ w 、たわみ角 $w_{,x}$ 、 $w_{,y}$ 、せん断変形 $w_{,xy}$ の自由度の総和は43個である。

節点 1, 3, 7, 9 u 、 v 、 w 、 $w_{,x}$ 、 $w_{,y}$ 、 $w_{,xy}$

2, 8 u 、 v 、 w 、 $w_{,y}$

4, 6 u 、 v 、 w 、 $w_{,x}$

5 u 、 v 、 w

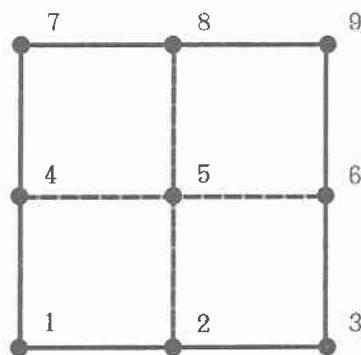


図3 1要素の節点

4. 解析例

図4は外桁に荷重が載荷した時の3主桁合成桁中央でのたわみ率と、格子桁理論から求められる荷重横分配係数を比較している。両者の傾向がほぼ同じことから本解析は合成桁の解析に有効であると思われる。図5はクリープによるたわみを示す。TYPE1とTYPE2の違いは、増厚後の床版の弾性係数の違いで、前者がそのまま後者が元の80%である。また各々の(増厚後)は材令3028~10000日であるが図の都合上このように示す。ここではクリープによる合成桁のたわみを求めているにすぎないが、たわみと応力が比例関係にあることからクリープの増加に伴い大きくなる応力の変動を検討することができ、さらには増厚工法の設計法を考える際にも役立つと思われる。

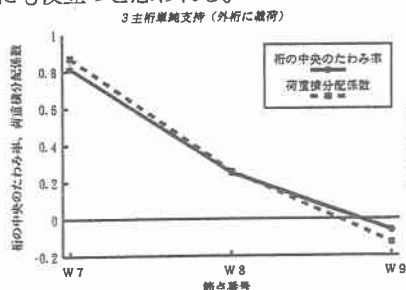


図4 たわみ率と荷重横分配係数

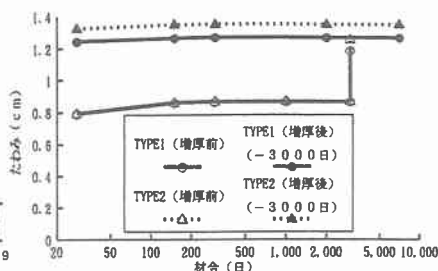


図5 増厚前後のクリープひずみ