不確実性下の開発戦略決定問題に関する研究

中央復建コンサルタンツ(株)　正会員　○高尾秀樹　　鳥取大学　正会員　多々納裕一
鳥取大学大学院　学生会員　丸橋秀朗　　鳥取大学　正会員　小林潔司

1. はじめに

「開発」という行為は既存のシステムと人工のインフラストラクチュアとを置き換えることによって、地域住民の福祉の向上や地域の経済的発展を誘発することを目的とする行為である。開発が行政によるプロジェクトとして行われる場合を想定しよう。プロジェクトの実施が正当化されるためには発生する便益が費用を上回る必要があり、純便益の現在価値を用いる意思決定基準が伝統的にとられてきた。この方法では各期の行為はあらかじめ決定されている必要があり、将来時点における意思決定の可能性は考慮されえない。

そこで本研究では、開発プロジェクトを実施するか否かの判断を行う際に、追加的情報を利用し、開発の不可逆性、及びシステムの外部状態の不確実性を考慮した上で、無限期間にわたる純便益の現在価値を修正する方法を提案する。さらに、行政主体が持つ情報構造の違いが開発戦略に及ぼす影響について考察を加える。

2. 開発戦略決定問題

(1) 選択可能集合　現在選択可能な行為を a で表し、その集合を A とする。行政主体は各期に「開発」$(a=1)$ または「開発留保」$(a=0)$ のいずれかを選択する。システムの状態は当該期に選択される行為 a によって完全に規定されると仮定すると、次期の選択可能集合は $G(a)$ と定義できる。

$$G(a) = \begin{cases} \{0,1\} & (a=0) \\ \{1\} & (a=1) \end{cases} \tag{1}$$

一方、システムの外部状態 s は、定義により選択された行為 a に影響を受けず、$S=\{1,\cdots,m\}$ 上で定義される離散確率変数として取り扱う。

(2) 便益・費用　各期における便益 b および費用 c は、外部環境が確定した後に定まると仮定し、それぞれ次式のように定義する。ただし a' は現在期の選択で a は前の期の選択とする。

$$b = b(a',s)\ ,\ c = c(a,a',s) \tag{2}$$

また、$b(\cdot), c(\cdot)$ に関して次のような仮定をおく。

仮定 1.　「意思決定の留保」$(a=0)$ は各期の便益 b 及び費用 c を生じない。

仮定 2.　便益 $b(a',s)$ 、費用 $c(a,a',s)$ は、任意の $a' \in A$, $s \in S$ に対して有界である。

さらに、純便益 $nb(a,a',s)$ は次式で与えられる。

$$nb(a,a',s) = b(a',s) - c(a,a',s) \tag{3}$$

また、上述の仮定から $nb(\cdot)$ は次の性質を満たす。

性質 1.　任意の $s \in S$ に対し $nb(0,0,s)=0$。

性質 2.　$nb(0,1,s)$, $nb(1,1,s)$ は任意の $s \in S$ に対して有界である。

(3) 情報構造と学習　外部環境 s の集合 S は一定とし、メッセージ集合 Y と $S \times Y$ 上の条件確率行列 $\Lambda = [\lambda(y|s)]$ を用いて情報構造 $\mathcal{I} = [Y,\Lambda]$ を定義する。行政主体は、初期の主観確率分布 $\pi' = [\pi(s)']_{s\in S}$ と、次期期首までに得られる追加的メッセージ y をもとにベイズ推論を通じて、事後の主観確率分布 $\pi(y,\pi') = [\pi(s|y,\pi')]_{s\in S}$ へと更新する。

$$\pi(s|y,\pi') = \lambda(y|s)\pi'(s)/q(y|\pi') \tag{4}$$

ただし、$q(y|\pi') = \sum_{s\in S}\lambda(y|s)\pi'(s)$ であり、$q(y|\pi')$ はメッセージ y の生起確率を与えている。

行政主体は、あらかじめ外部環境の主観確率分布 π を持っており、各自の持つ情報構造 $\mathcal{I} = [Y,\Lambda]$ によって次期の外部環境の主観確率分布を更新する。そして、現在選択可能な手段 $G(a)$ の中から総期待割引純便益を比較し、最大の便益が期待される決定を下す。よって、行政主体の意思決定環境 Γ は次のように定義できる。

$$\Gamma = [\,nb,\beta,G,\pi,S,\mathcal{I}\,] \tag{5}$$

(5) 行政主体の意思決定基準の定式化　y を来期期首までに行政主体が得るメッセージ、a を今期の決定、π' を今期期首における外部環境の主観確率分布、a' を前期期首における決定とする。行政主体は、追加的な情報を利用し、開発の不可逆性、及びシステムの外部状態の不確実性を考慮した上で、無限期間にわたる純便益の現在価値を最大にするように次式に従って計画期首の選択 $a \in G(a')$ を決定する。

$$\max\left\{\underbrace{\beta\sum_{y\in Y}V(a,\pi(y,\pi'))q(y|\pi')}_{a=0},\ \underbrace{W(\pi)}_{a=1}\right\} \tag{6}$$

また、最適値関数 $V(a,\pi')$ 及び $W(\pi)$ は次式のように定式化される。

$$V(a,\pi') = \max_{a'\in G(a)} \sum_{s\in S} nb(a,a',s)\pi'(s) + \beta \sum_{y\in Y} V(a',\pi(y,\pi'))q(y|\pi')$$

$$W(\pi) = \sum_{s\in S}\left\{nb(0,1,s) + \frac{\beta}{1-\beta} nb(1,1,s)\right\}\pi'(s)$$

ここで、$\forall a \in A$ を所与として、最適値関数 $V(a,\pi')$ は π' について凸であるという性質を有する。

3. 開発留保の便益

開発留保は、1) 潜在的に選択可能なすべての選択肢の中から最も望ましい行為を選択することができること、2) 追加的情報を利用し、より適切な行為が選択できること、という 2 つの利点を有する。ここでは第 1 の利点に基づく価値を多様性価値、第 2 の利点に基づく価値を情報価値と定義する。

(1) 多様性価値　行為 a^1、a^2 に対応する次期の選択可能集合 $G(a^1)$、$G(a^2)$ の間に $G(a^1) \supseteq G(a^2)$ の関係が成り立つとき、行為 a^1 は行為 a^2 以上に選択機会の多様性に富む行為であると定義する。

伝統的アプローチを採用する場合、来期以降の純便益の期待割引現在価値は次式で与えられる。

$$\overline{V}(a,\pi') = \frac{1}{1-\beta}\sum_{s\in S} nb(a,a,s)\pi'(s) \tag{7}$$

これに対し、来期以降の行為の選択を許すアプローチを想定すると、選択は次式に従ってなされる。

$$V^*(a,\pi') = \max_{a'\in G(a)} \sum_{s\in S} nb(a,a',s)\pi'(s) + \beta V^*(a',\pi') \tag{8}$$

ここで、多様性価値 $VF(a,\pi')$ を定義する。

$$VF(a,\pi') = V^*(a,\pi') - \overline{V}(a,\pi') \tag{9}$$

このとき、$VF(a,\pi')$ は任意の S 上の確率ベクトル π、行為 $\forall a \in A$ に対して、以下の関係を満たす。

$$VF(0,\pi) \geq 0\ ,\ VF(1,\pi) = 0 \tag{10}$$

$G(a^1) \supseteq G(a^2)$ なる $\forall a^1, a^2 \in A$、S 上の任意の確率ベクトル π について次式が成り立つ。

$$VF(a^1,\pi) \geq VF(a^2,\pi) \tag{11}$$

(2) 情報価値　追加的な情報の利用を考慮した純便益の割引現在価値は、式 (7) に従って、

$$\sum_{y\in Y} V(a,\pi(y,\pi'))q(y|\pi')$$

となる。よって、次式で情報価値を定義する。

$$VI(a,\pi') = \sum_{y\in Y} V(a,\pi(y,\pi'))q(y|\pi') - V^*(a,\pi') \tag{12}$$

このとき、S 上の任意の π、行為 $\forall a \in A$ に対して、以下の関係を得る。

$$VI(0,\pi) \geq 0\ ,\ VI(1,\pi) = 0 \tag{13}$$

次に、開発留保の便益 $PV(\pi)$ を次式で定義する。

$$PV(\pi) = VF(0,\pi) + VI(0,\pi) \tag{14}$$

伝統的アプローチでは、開発によって生じる純便益の現在価値 NPV の符号により意思決定を行う。

$$NPV = \sum_{s\in S} nb(0,1,s)\pi'(s) + \overline{V}(1,\pi') \tag{15}$$

しかし、開発留保の便益は開発を行うことによって失われる便益であるから、開発を選択することの費用には、開発を留保した場合に生じていたはずの各期の純便益が含まれていなければならない。したがって、純便益の現在価値からこれを開発の費用の一部として控除し、評価指標を $NPV'(= NPV - \beta PV(\pi))$ として修正される必要がある。

4. 情報構造の違いが開発戦略に及ぼす影響

$n^1 \times n^2$ 次のマルコフ行列の属を $\mathcal{M}$ で表す。2 つの情報構造 $\mathcal{I}^i = [Y^i, \Lambda^i]$, $Y^i = \{1,\cdots,n^i\}$ $(i = 1,2)$ に対して、$B \in \mathcal{M}$, $\Lambda^2 = \Lambda^1 B$ の条件を満たす $n^1 \times n^2$ 行列 B が存在するとき、情報構造 $\mathcal{I}^1$ は情報構造 $\mathcal{I}^2$ より詳細な情報構造であると定義する。そして、これを $\mathcal{I}^2 \preceq_B \mathcal{I}^1$ と表記する。

このとき、最適値関数 $V(a,\pi')$ の π' に関する凸性より、以下の命題 1 が成り立つ。

> **命題 1**　$\mathcal{I}^2 \preceq_B \mathcal{I}^1 \rightarrow$ 任意の π について
> $VI^{\mathcal{I}^2}(0,\pi) \leq VI^{\mathcal{I}^1}(0,\pi), PV^{\mathcal{I}^2}(\pi) \leq PV^{\mathcal{I}^1}(\pi)$

さらに、意思決定環境 $\Gamma^k = \left[nb,\beta,G,\pi,S,\mathcal{I}^k\right]$ の下での行政主体の意思決定を $a^{\mathcal{I}^k}(\pi)$ と定義すると、以下の命題 2 が成り立つ。

> **命題 2**　$\mathcal{I}^2 \preceq_B \mathcal{I}^1 \rightarrow$ 任意の π について
> $G(a^{\mathcal{I}^2}(\pi)) \subseteq G(a^{\mathcal{I}^1}(\pi))$

したがって、意思決定者である行政主体がより詳細な情報構造を持てば、開発留保の便益がより大きくなり、その結果、より選択機会の多様性に富む行為が選択されやすいということが明らかになった。

5. おわりに

本研究では、不確実性下で開発戦略を決定する際に、開発留保の便益を考慮に入れた、修正された評価指標を用いる必要があることを示した。また、行政主体が持つ情報構造が詳細になるほど、開発留保の便益が増大することを示し、その結果、開発留保が選択されやすくなるということが導かれた。