

感潮水路における往復流の鉛直構造

広島大学工学部 正会員 ○ 川西 澄
 広島大学工学部 正会員 余越 正一郎

1. はじめに

せん断応力が時間と共に変化する流れに関する最初の理論的研究は梶浦¹⁾により行われたが、渦動粘性係数 N_z の鉛直分布は考慮されているもののその時間的な変化は無視され、一定と仮定されている。 N_z の時間的な変化も考慮した解析は Lavelle ら²⁾により行われ、 N_z の時間依存を考慮した底面摩擦速度は時間依存を無視したものにくらべて、26%最大値が大きくなることが示されている。これら潮汐流に関する研究は、水深が大きく、水位変化を無視した線形解に関するものである。本研究は潮差が水深に比べて無視できないような浅い一様な水路を潮汐波が進行する場合の流速場の鉛直構造を調べたものである。

2. 解析方法

一様水深 h の水路を潮汐波が進んでいる場合、潮汐流の運動方程式は次式となる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (1)$$

$$u = 0 \quad \text{at} \quad z = z_0; \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \text{at} \quad z = h + \eta$$

ここで、 x, z は水平方向、鉛直方向の座標、 t は時間、 η は水位、 z_0 は粗度長さである。非線形性があまり大きくなければ、摂動展開をおこない、

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) = -g \frac{\partial \eta_0}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) = -g \frac{\partial \eta_1}{\partial x}. \quad (2,3)$$

渦動粘性係数の鉛直分布に自己相似を仮定すれば、 N_z は t と z の関数の積 $N_z = a(t)b(z)$ で表現できる。水深 $h + \eta$ で規格化した鉛直座標 $z' = z/(h + \eta)$ を用いると、0 次の線形解は

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} - \frac{a}{(h + \eta)^2} \frac{\partial}{\partial z'} \left(b \frac{\partial u_0}{\partial z'} \right) = -g \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \quad (4)$$

を解いて求める。乱流モデルの計算結果から³⁾、 $N_z = \kappa |u_B| z e^{-z/z_m}$ の分布形を用いると、 $N_z/(h + \eta)^2 = |u_B|/(h + \eta) \kappa z' e^{-z'/z_m} = a'(t)b'(z)$ 。ここで、 $a'(t) = (|u_B|/(h + \eta))/(|u_B|/(h + \eta))$ 、 $b'(z) = \kappa (|u_B|/(h + \eta)) z' e^{-z'/z_m}$ 、 $\langle \rangle$ は周期平均を表す。 u_B は(9)式で定義される底面摩擦速度であり、 z_m の高さで渦動粘性係数は最大値をとる。時間 t を次式

$$t' = \int_0^t a'(\tau) d\tau \quad (5)$$

により変換すると、

$$\frac{\partial u_0}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(b \frac{\partial u_0}{\partial z'} \right) = -\frac{g}{a'} \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \equiv G_0(t') \quad (6)$$

(5)式より、 t' は単調増加関数であるから t に一対一対応する。また、周期平均値 $\langle |u_B|/(h + \eta) \rangle$ で除してあるので、 $t = T$ の時 $t' = T$ である。時間従属変数をフーリエ級数

$$u_0 = \sum_{n=0}^{\infty} u_{0n} e^{i\omega_n t'} = \sum_{n=0}^{\infty} u_{0n} e^{i\omega_n \int_0^t a'(\tau) d\tau}; \quad G_0 = \sum_{n=0}^{\infty} G_{0n} e^{i\omega_n t'} \quad (7)$$

で表せば、

$$i\omega_n u_{0n} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(b \frac{\partial u_{0n}}{\partial z'} \right) = G_{0n}. \quad (8)$$

ここに、 ω_n は潮汐の周期を T として $2\pi n/T$ である。渦動粘性係数の大きさは時間的に変化するが、憩流時にも 0 にならないと考えるのが自然であるから、

$$|u_B(t)| = [u_*^2(t) + \epsilon^2 u_*^2(t + T/4)]^{1/2} \quad (9)$$

と置く。ここに、 ϵ は1より小さな定数である。あらかじめ u_* の値がわかっているわけではないので、適当な値を仮定して、(8)式を解き、底面摩擦速度 u_* を、底面せん断応力 τ_B

$$\tau_B = N_z \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=z_0} \quad (10)$$

から求める。この u_* を用いて再び(8)式を解き、 u_* が変化しなくなるまでこの計算を繰り返す。このようにして求めた0次の解を(3)式に代入し、同様な手順で一次の解 u_1 を求める。ただし、 $\partial u / \partial x = -(1/c) \partial u / \partial t$, $c = \sqrt{gh}$ 。なお、とりあえず水位 η としては摩擦を無視した長波の解⁴⁾を与える。

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = A \cos \omega_1 \left(t - \frac{x}{c} \right) - \frac{3}{4} \frac{g \omega_1 A^2}{c^3} x \sin 2\omega_1 \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (11)$$

3. 結果

以下に、計算条件： $T = 12.4 \text{ hrs}$, $h = 4 \text{ m}$, $A = 2 \text{ m}$, $z_0 = 0.05 \text{ cm}$, $\epsilon = 0.2$, $z'_m = 0.3$, $x = 3 \text{ km}$ の場合の結果を示す。

図1は $z/h = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ の高さにおける流速の経時変化を、与えた水深経時変化とともに示したもので、上げ潮流速が正である。底面摩擦と非線形性のために、線形長波における流れとは大きく異なっている。すなわち、満、干潮付近で流速は0となり、下げ潮から上げ潮への変化の方が上げ潮から下げ潮にかけての変化より急で、経時変化波形は大きく歪んでいる。また、下げ潮より、上げ潮の方が最大流速が大きく、短周期変動が現われている。このような流速経時変化の特徴は、著者らが行なった太田川放水路の観測結果⁵⁾とよく一致している。

図2は、図1と同じ高さにおける渦動粘性係数の経時変化を示したものである。水深が大きく変化しているので、渦動粘性係数が最大となる時間は最大流速の時間に一致しない。すなわち、下げ潮では流速最大より早く、上げ潮では流速最大よりも遅れて最大になり、水深が平均水深になる付近で最大値を示している。上げ潮における最大渦動粘性係数は下げ潮におけるその約1.5倍である。

底面せん断応力の経時変化を示すと、図3のようになる。上げ潮時には下げ潮時の約1.7倍の底面せん断応力を示している。水深平均流速を $\bar{u}(t)$ 、底面せん断応力を $\tau_B(t) = \rho C_D |\bar{u}(t)| \bar{u}(t)$ で表した場合の底面摩擦係数 C_D は 1.86×10^{-3} であり、これはエスチャリーにおける一般的な値の範囲内である。

図4はせん断応力の鉛直分布の経時変化を示したものである。図4をみると、最大流速時を除いて、せん断応力の鉛直分布は直線にはなっていない。Bowdenら⁶⁾が潮流境界層の観測から示した結果と同様、流れの加速時には上流に向かって凹、減速時には逆に凸の分布を示している。

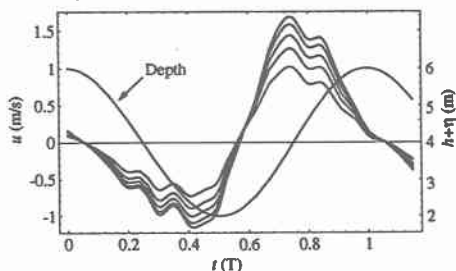


図-1 流速の経時変化

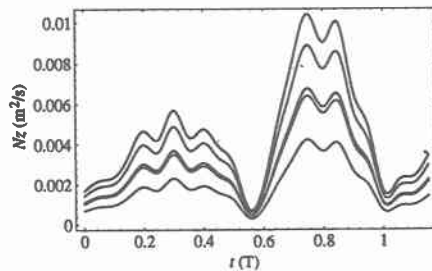


図-2 渦動粘性係数の経時変化

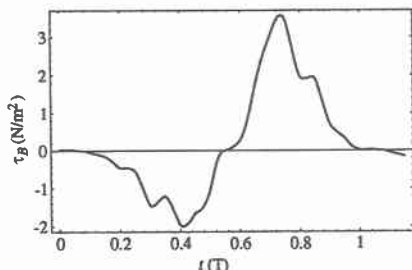


図-3 底面せん断応力の経時変化

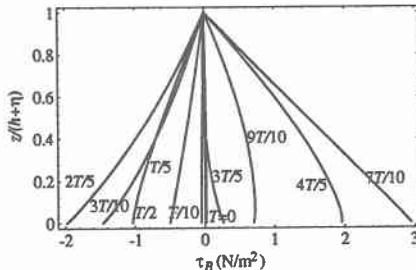


図-4 せん断応力鉛直分布の経時変化

参考文献

- 1) Kajiura, K., Bull. Earthquake Res. Inst., 42, 147-174, 1964.
- 2) Lavelle, J.W. and Mofjeld, H.O., J. Geophys. Res., 88, 7607-7616, 1983.
- 3) Smith, T. J., J. Phys. Oceanogr., 12, 914-921, 1982.
- 4) Lamb, H., 流体力学, 2, 東京図書, 34-35, 1981.
- 5) 川西・余越, 土木学会論文集, 第405号/II-11, 119-128, 1990.
- 6) Bowden, K. F., et al., Geophys. J. R. astr. Soc. 2, 289-305, 1959.