

ひび割れの生じているトンネル覆工の耐力評価法に関する研究

ANALYTICAL APPROACH TO THE ULTIMATE STRENGTH OF CRACKED TUNNEL LINING

桜井達朗*・太田資郎*・師 自海*・中野雅章*

Tatsuro SAKURAI, Shiro OHTA, Zihai SHI, Masaaki Nakano

Since ageing tunnel linings often coexist with deformation and cracks of various kinds, there has been a continuing demand for upgrading the maintenance and repair related techniques. As an important part of the work, this paper introduces the recent technical progress in evaluating the ultimate strength of cracked concrete lining by a fracture energy approach for analyzing cracks in concrete. Based on the proposed approach, it is possible to evaluate the remaining strength of an ageing tunnel lining and compare the effectiveness of various repairing techniques quantitatively, such as in terms of the ultimate strength, the effectiveness in restraining cracks, etc.

Key words : existing tunnel, crack, crack analysis, ultimate strength of tunnel lining

1.はじめに

建設後、相当な年数を経たトンネル覆工（道路、鉄道、下水道、発電用水路など）において、経年劣化によるひび割れ等の変状が生じている箇所は、かなりの区間に及んでいる。これらのトンネル構造物を適切に維持・改修していくことは、使用目的として要求されている機能を安全にかつ安定的に維持・継続して行く上で極めて重要である。一方、トンネル構造物は線状構造物であるがゆえ、すべての箇所を維持・改修するには相当のコストを要することとなり、公共工事におけるコスト縮減が叫ばれている昨今、より合理的な維持・改修方法が求められている。

このような情勢の中、既設のトンネル構造物についての維持・改修に関し、コスト縮減を目指した技術開発が重要かつ急務な課題となってきている。そのため、維持・改修関連の技術開発のうち、「ひび割れの生じているトンネル覆工の耐力評価手法の開発」が、課題の一つとして挙げられる。すなわち、本手法の開発効果は、既設覆工の安定性を適切に評価し、改修対策工の必要性有無の判断や補強工の数量算定について、より合理的な検討を行なうことができ、維持・改修工事に要するコストの縮減を図れることにある。

本報文では、トンネル覆工の耐力評価について、ひび割れの進展に伴うコンクリートの破壊現象をシミュレートできる数値解析手法の適用を試みることにより、ある程度の見通し・成果を得ることができたため、その内容について紹介するものである。さらに、例として、変状のある水路トンネルの既設覆工の残存耐力及び改修対策後の補強効果についての検討を行ない、本耐力評価手法の有用性について考察する。

キーワード：既設トンネル、ひび割れ、ひび割れ解析、トンネル覆工耐力

* 正会員 日本工営株式会社 中央研究所 開発研究部

2. 破壊エネルギーに基づくコンクリート構造物のひび割れ解析

コンクリートの破壊についてのシミュレーションを行なうには、圧縮強度や引張強度などの強度特性ばかりでなく、より本質的な材料特性を数値解析に組み込む必要がある。近年、引張応力下のコンクリートの破壊エネルギーや引張軟化曲線（図-1）などの引張軟化特性を数値解析に組み込むなどの、コンクリートの破壊力学に関する研究が進んでいる。これらの考え方に基づき、コンクリート構造物の耐力評価を行なうためのひび割れ解析について開発・研究を行なった^{1),2)}。

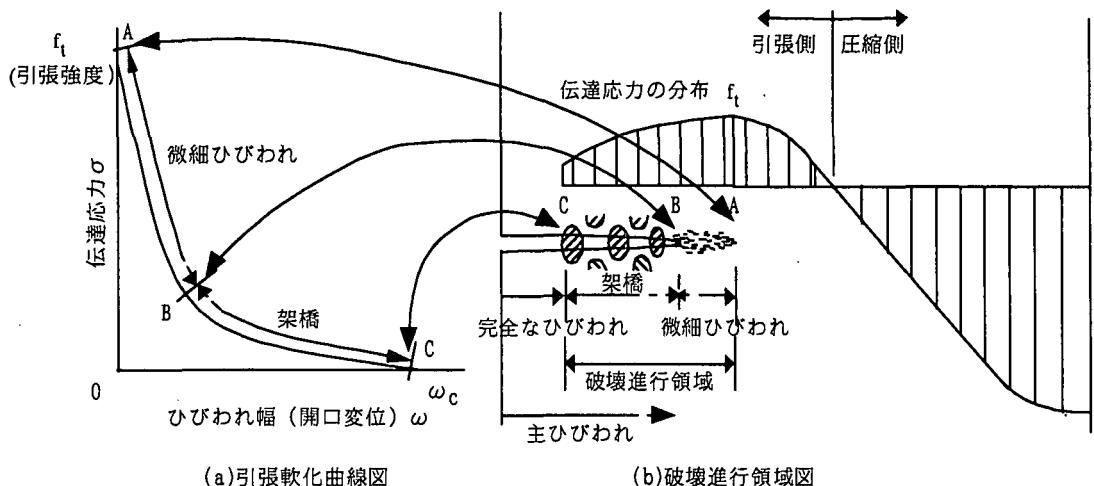


図-1 引張軟化曲線と破壊進行領域との対応

2.1 ひび割れ解析の開発・研究

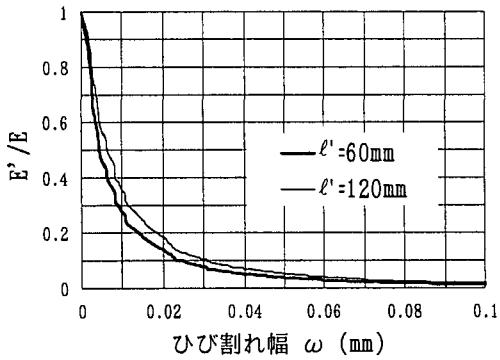
(a) 見掛け弾性係数とひび割れ開口幅の関係

コンクリートの引張軟化特性に基づくひび割れ解析は、応用範囲の広い分布ひび割れモデルを用いる。分布ひび割れモデルは、ひび割れ要素を連続材料として取扱うため、ひび割れ部材の巨視的な挙動を必要とする構造解析の問題に適用し易いという特徴がある。しかしながら、分布ひび割れモデルは、その支配方程式の構成から、しばしば収束性の問題を引き起こす。そこで、本解析モデルでは、引張軟化曲線と共に剛性低下を考慮した、見掛け弾性係数とひび割れ開口幅の関係を用いることにより、ひび割れ要素を連続材料として取扱いながら、一種の遷移状態にある材料として表現する。これにより、ひび割れによるコンクリートの剛性低下を考慮していることから、不可逆過程を表わすことができる。

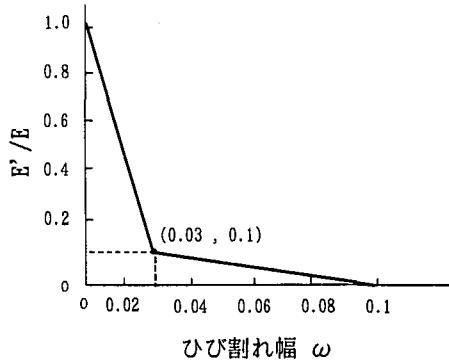
見掛け弾性係数とひび割れ開口幅の関係を調べるために、コンクリート供試体に対し変位制御による一軸引張試験を実施した。見掛け弾性係数 E' は、(1)式により示される。

ここに、 ε' ：ひび割れ要素内ひずみ、 ε^{ep} ：連続体箇所のひずみ、 ω ：ひび割れ開口幅、 ℓ' ：供試体測定長さ、P：載荷荷重、A：供試体断面積

引張試験結果により、図-2(a)に示す見掛け弾性係数とひび割れ開口幅の関係が得られた。見掛け弾性係数は、微細ひび割れの発生に伴い急激に低下していることがわかる。ひび割れ幅が約 0.03mm に達する時点では、見掛け弾性係数は、静弾性係数の 10%程度まで低下する。この試験結果をバイリニア近似すると、図-2(b)に示されるとおりとなる。



(a) 一軸引張試驗結果



(b) バイリニア近似

図-2 見掛け弾性係数とひび割れ開口幅との関係

(b)ひび割れ解析

引張軟化特性を考慮した、コンクリートの応力一ひずみ関係曲線は、図-3に示すとおりである。

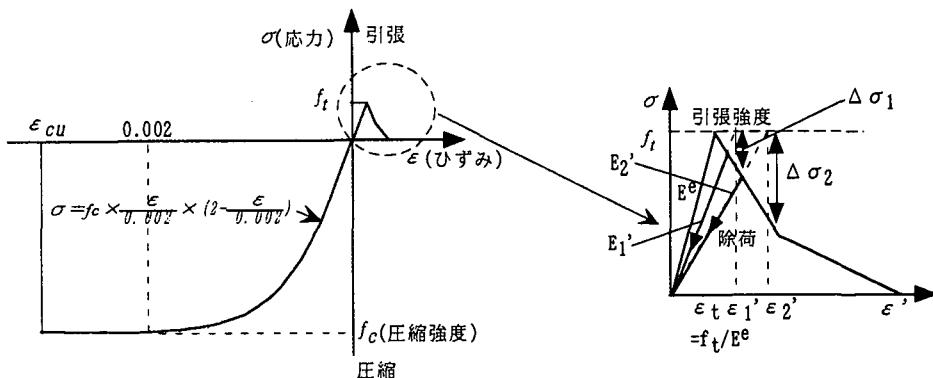


図-3 コンクリートの応力一ひずみ関係曲線

ひび割れ発生前の応力一ひずみ関係は、(2)式に示すように通常の線形関係である。

ここに、 E^e : コンクリートの静弾性係数

ひび割れ発生後、応力一ひずみ関係は、(3)式に示される。

ここに、 E' ($< E^e$)：見掛け弹性係数

ひび割れの発生によって、その要素の剛性が低下し、さらに応力も解放される。解放応力 $\Delta\sigma$ を引張強度 f_t を基準に(4)式に示すとおり定義し、ひび割れ開口幅との関連付けを図る。

ステップ i における $\Delta\sigma_i$ は、(5)式により算定する。

$$\Delta \sigma_i = (\varepsilon_i - \varepsilon_t) / (\varepsilon_{i-1} - \varepsilon_t) \times (f_t - \sigma_{i-1}) \quad (\text{ひび割れ発生後}) \dots \dots \dots \quad (5-2)$$

ひび割れ開口幅と解放応力の関係を(6)式に示す。

ここに、 ℓ : ひび割れ直交方向の要素の等価長さ、 E^* : 特性弾性係数

ひび割れ開口幅が限界開口幅 ω_c に達するとき、 $E' = 0$ 、 $\Delta\sigma = f_t$ となる。これにより、特性弾性係数を(7)式のように定める。

$$E^* = f_t \cdot \ell / \omega_c \quad \dots \dots \dots (7)$$

したがって、ひび割れ開口幅は、解放応力 $\Delta\sigma$ を用いて(8)式により示される。

$$\omega = \Delta\sigma \cdot \omega_c / f_t \quad \dots \dots \dots (8)$$

以上より、解放応力からひび割れ開口幅を算定した後、 $E' - \omega$ 曲線により見掛け弾性係数を求め、次のステップに進む。除荷に対しては、見掛け弾性係数を変化させず、次のステップに進む。

このように、ひび割れ解析は全ひずみ理論の基で応力、ひずみを計算し、解析フローは図-4 に示すとおりである。

(c) ひび割れ発生・進展の基準となる有効破壊エネルギー解放率

ひび割れ発生・進展の基準としては、エネルギー解放率 g が用いられる。これは、線形弾性材料のひび割れ領域におけるポテンシャルエネルギーの変化率として定義される。ひび割れ発生・進展は、エネルギー解放率 g が限界エネルギー解放率 g_c に達したときに生じるものと考える。しかしながら、コンクリートのひび割れ発生・進展状態において、ひび割れによる非弾性挙動のみならず、材料の非弾性挙動も混在するという現象が生じるため、ひび割れ発生・進展に起因するエネルギーを求ることは困難である。

そこで、ひび割れ進展に対するコンクリート材料の抵抗は、微細ひび割れ領域での結合と骨材による噛み合せによるものと考え、引張軟化則で表わすことができる。よって、エネルギー解放率をポテンシャルエネルギーから直接求める代わりに、引張軟化曲線により予測される単位ひび割れ領域あたりのエネルギー解放率 g'_f より求めることができる。すなわち、この方法により、材料の非弾性挙動によるエネルギー損失を除いた、ひび割れの非弾性挙動のみによるひび割れ発生・進展のためのエネルギー損失を評価することができる。

便宜的に、図-5 に示すとおりコンクリートの引張軟化特性を表わす応力-ひずみ関係を線形関係として仮定する。ひび割れが生じることにより、ひび割れ発生箇所の応力は、ひび割れ発生後の引張強度である f'_t ($= \beta \cdot f_t$, f_t : 材料の引張強度, $0 < \beta < 1$) に低下する。図中の OAB は、ひび割れによる要素内のエネルギーの解放を示し、(9)式により示される。

$$G'_f = \Delta OAB = 1/2 \cdot (1 - \beta) \cdot f'_t \cdot (\varepsilon_t + \omega_c / \ell) \quad \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $\varepsilon_t (= f_t / E, E$ はヤング係数), ω_c : 限界開口幅, ℓ : ひび割れ直交方向の要素の等価長さ

ひび割れ要素内のエネルギー解放率 g'_f は、(10)式により定義される。

$$g'_f = \frac{G'_f}{\Delta\omega} = \frac{\Delta OAB}{(1 - \beta)\omega_c} = \frac{1}{2} f_t \left(\frac{\varepsilon_t}{\omega_c} + \frac{1}{\ell} \right), (0 < \beta < 1) \quad \dots \dots \dots (10)$$

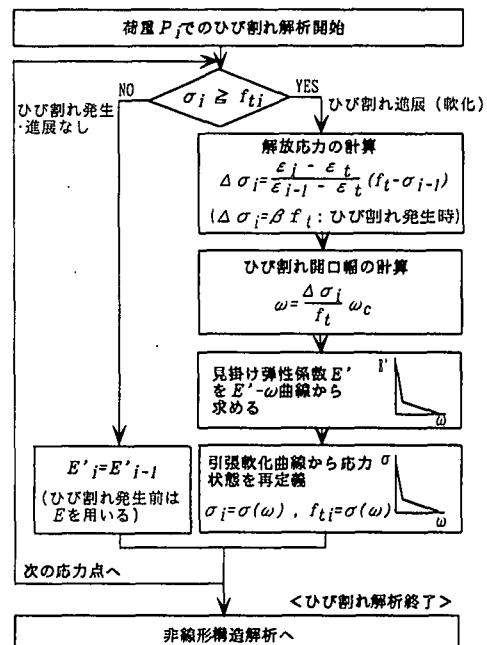


図-4 ひび割れ解析フロー

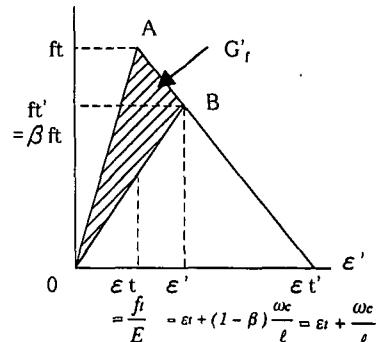


図-5 ひび割れによるエネルギーの解放

ひび割れが多数ある場合は、全ひび割れ領域での体積平均となる、有効破壊エネルギー解放率 $\langle g'_f \rangle$ を用いる方が有用であることから、有効破壊エネルギー解放率 $\langle g'_f \rangle$ として(11)式に示すとおり定義する。

$$\langle g'_f \rangle = \frac{1}{V_c} \int g'_f dV = \sum_{\alpha=1}^N g'^{\alpha}_f \phi^\alpha, \quad \phi^\alpha = \frac{V^\alpha}{V} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

ここに、 g'^{α}_f ：ひび割れ α に対するエネルギー解放率、 V_c ：全体ひび割れ領域体積、 V^α ：ひび割れの生じた要素体積、 N ：ひび割れ発生個数

ひび割れ解析は、有効破壊エネルギー解放率 $\langle g'_f \rangle$ がある限界値 g'_{fc} に達したときに行なう。限界値 g'_{fc} は、ひび割れに対する抵抗値を示す指標であり、本解析モデルでは最初のひび割れが発生した時の有効破壊エネルギー解放率を、それ以降の他の部分のひび割れ発生に対しても適用することとした。

(d)ひび割れによる構造系全体のひずみエネルギー損失の制御
エネルギー保存則から、個々のひび割れにより解放されたエネルギーの合計は、系全体の歪エネルギーの損失に相当する。本解析モデルでは、これらのエネルギーの均衡を維持しながら構造系の耐荷能力の低下を再現させる。図-6に代表的な荷重一変位関係を示す。領域OABCは、ある荷重段階におけるひずみエネルギーの損失である。ひずみエネルギーの損失 ΔU_f を(12)式によって求める。

$$\Delta U_f = \frac{1}{2} (\delta_B - \delta^p) \Delta P \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

ここに、 δ^p は塑性残留ひずみによる変位、 ΔP ：ひび割れにより低下した荷重

個々のひび割れにより解放されたエネルギーの合計は、(9)式をひび割れ領域全体にわたって積分することで(13)式に示すとおりに求められる。

$$W_f = \int_{V_c} G'_f dV = \sum_{\alpha=1}^N G'^{\alpha}_f V^\alpha \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

したがって、ひび割れ発生後の応力一ひずみ関係がB点になるよう、除荷荷重を増分させつつ、(14)式が満たされるまで行なう。この方法を採用することにより、スナップバックのような非線形数値解析上の不安定現象に対しても、荷重増分法を用いて再現可能となる。

$$\Delta U_f = W_f \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

(e)全体解析フロー

(a)～(d)より、図-7に破壊エネルギーに基づくひび割れ解析の全体解析フローを示す。

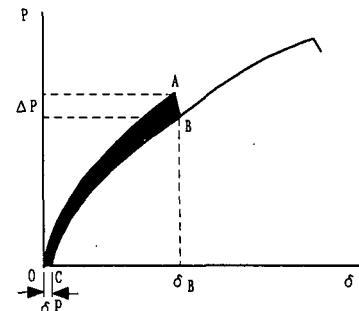


図-6 ひび割れによるひずみエネルギーの損失

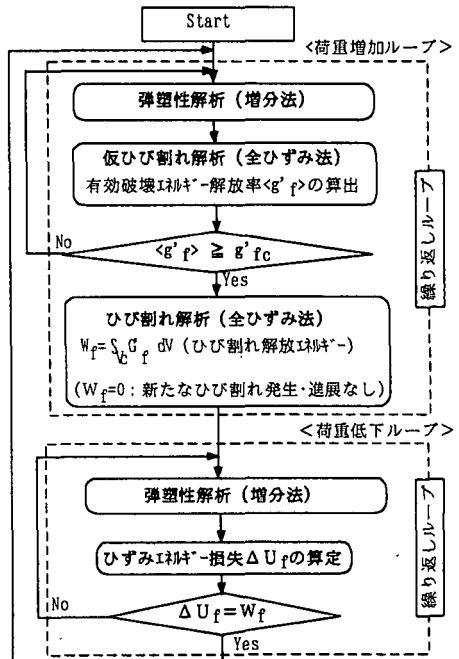


図-7 全体解析フロー

2.2 ひび割れ解析の妥当性の検証

無筋コンクリートはりの曲げ破壊実験結果³⁾を用いて、ひび割れ解析の妥当性を検証する。解析に必要な物性値は、弾性係数、圧縮強度、引張強度で、本検証では、曲げ破壊実験の一環として実施された供試体強度試験結果を用いた。また、引張軟化特性も解析に必要で、図-2(b)に示したバイリニア近似を用いた。

高さが20cmと40cmの試験体について、それぞれの実験結果と解析結果との荷重一載荷点変位関係を図-8に示す。実験結果による荷重一変位曲線に対し、ひび割れ解析による解析結果ではピーク荷重より若干低下するところまで、忠実に荷重一変位挙動を再現することができた。荷重一ひび割れ幅関係については、データが得られていなかったことから、今回、検証することはできなかった。

以上より、はりの曲げ挙動を最も適確に表わしている荷重一変位挙動を再現できたことから、ここで提案するひび割れ解析手法は妥当であるものと判断される。

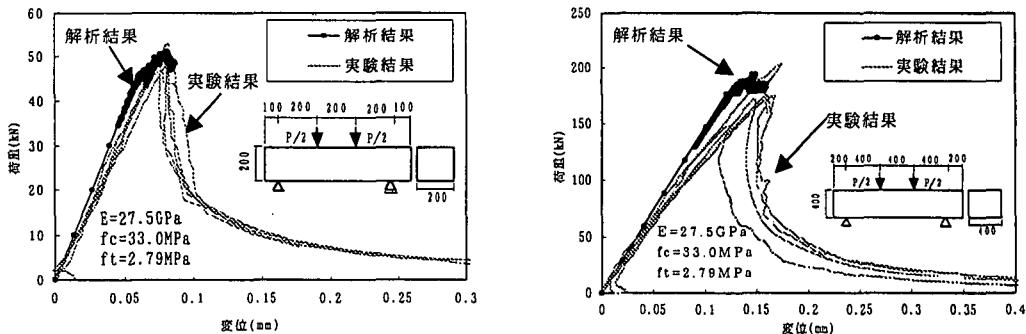


図-8 実験結果とひび割れ解析結果との荷重一載荷点変位関係の比較

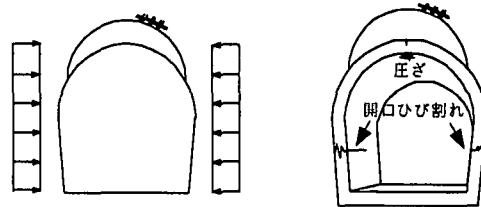
3.ひび割れの生じているトンネル覆工の耐力評価法

3.1 既設トンネルの変状

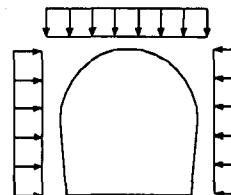
トンネル保守管理に関しては、各種トンネルとも年々進行している経年劣化に共通の問題点を持っている。トンネル種別の供用総延長は、道路トンネルでは約2,200km、鉄道トンネルでは約2,100km、下水道トンネルでは約15,000km、水路トンネルでは約4,700kmに及んでおり、水路トンネルでは全体の約55%にあたる約2,600kmが建設後50年を経過している⁴⁾。

これらのトンネルに発生する変状原因は、①地圧などの外力、②覆工材料の劣化などが考えられる。地圧などの外力としては、緩み土圧、偏土圧、塑性圧、地すべりなどが挙げられ、これらの外因に加えて、側壁の構造が直であることやアーチ背面の空洞といった構造上の内因が絡み、変状が助長されているのが一般的とされている⁵⁾。覆工材料の劣化としては、コンクリートの中性化、漏水、有害水等が挙げられる。

トンネルの変状としては、種々の状態があるが、アーチ背面に空洞があり塑性圧のように側圧が大きい場



①アーチ背面に空洞があり、側方から荷重が作用する場合



②アーチ背面に空洞がなく、全周方向から荷重が作用する場合

図-9 変状トンネルの模式図

合は、天端に圧ざが生じ、側壁に縦断方向の開口ひび割れ（ひび割れ幅 1~2mm 程度）が発生する。アーチ背面に空洞がなく全周方向から荷重が作用する場合は、円周方向に卓越した圧縮せん断ひび割れが発生する。

3.2 現況及び対策後の覆工耐力評価

ここでは水路トンネルを対象に、ひび割れ解析を用いた、現況及び対策後の覆工耐力評価法について以下に述べる。例として、ある変状水路トンネルを想定し、定量的な覆工耐力を算定し、対策工の効果等について考察する。

(a)トンネル覆工の耐力評価フロー

ひび割れ解析によるトンネル覆工の耐力評価フローを図-10 に示す。

耐力評価検討手順は、調査・試験等から既設トンネルの解析モデルを作成し、現況のひび割れ発生状態を踏まえて、現況地圧 p_1 を求める。さらに荷重増分計算を行ない、ひび割れ進展による構造不安定状態となるかあるいは圧壊（限界ひずみ $3,500 \mu$ ）に達した時点をもって終局覆工耐力 p_2 と見なし、現況断面の終局覆工耐力を求める。ここでは、覆工耐力は地圧をもって表現することとする。

次に、対策工のモデル化を行ない、対策工断面の終局覆工耐力 p_3 を求め、その効果について定量的に評価する。

(b)検討ケース

アーチ背面に空洞があり、塑性圧のように側圧が大きく、側壁に縦断方向の開口ひび割れ（ひび割れ開口幅 1mm）が生じている変状を想定し、現況及び対策後の終局覆工耐力を求める。検討ケースは、現況、対策（空洞充填、空洞充填後+ロックボルト補強工、空洞充填後+内巻工）及び建設当初から空洞がない場合について、表-1 に示すとおり設定する。

表-1 検討ケース

検討ケース	既設トンネル構造	対策工の諸元	対策工実施時期
ケース1：現況	馬蹄形、径3m、覆工厚30cm	-	-
ケース2：空洞充填	馬蹄形、径3m、覆工厚30cm	アーチ背面の空洞充填	側壁ひび割れ幅1mm時点
ケース3：空洞充填後+ロックボルト補強工	馬蹄形、径3m、覆工厚30cm	D25, L=2.5m, 1.2m ctc	側壁ひび割れ幅2mm時点
ケース4：空洞充填後+内巻工	馬蹄形、径3m、覆工厚30cm	内巻厚10cm	側壁ひび割れ幅2mm時点
ケース5：ケース1で建設当初から空洞なし	馬蹄形、径3m、覆工厚30cm	-	-

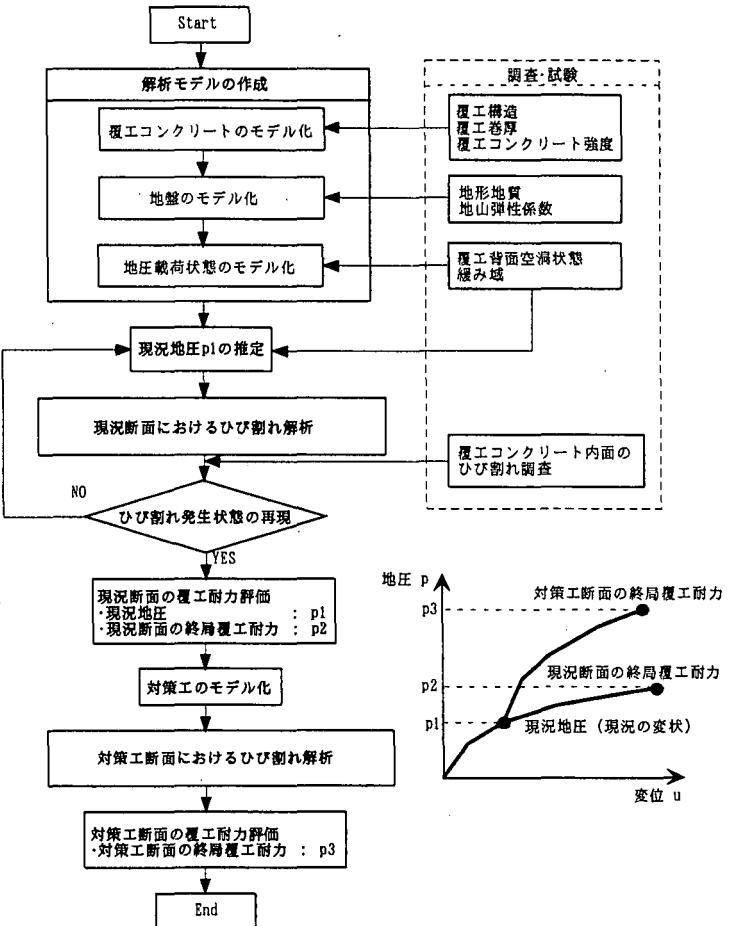


図-10 トンネル覆工の耐力評価フロー

(c)現況断面の解析モデル

既設トンネル構造は、径 3m、覆工厚 30cm の馬蹄形とし、覆工コンクリートの圧縮強度は 25MPa、引張強度は 2.1MPa、弾性係数は 26GPa で、地山は軟岩相当とし変形係数 500MPa とする。現況断面の解析モデルは、図-11 に示すとおり、覆工コンクリートを 2 次元有限要素とするハーフモデルとする。現況の変状は、実態を踏まえ、解析で算定される側壁のひび割れ開口幅（分布ひび割れのひび割れ幅の合計値）が、1mm となることにより再現させる。

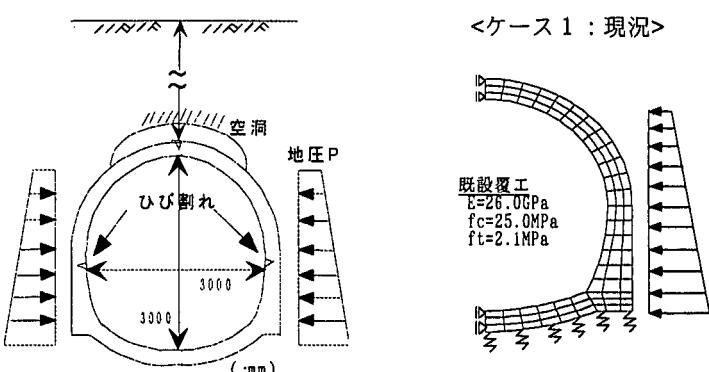
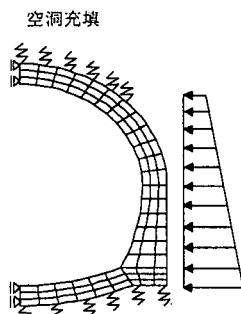


図-11 現況断面の解析モデル

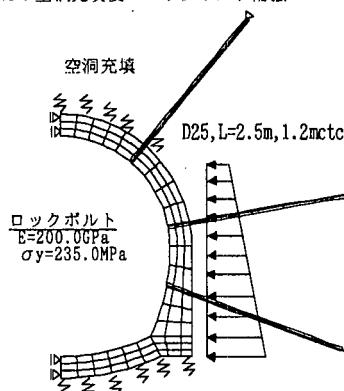
(d)対策工断面の解析モデル

空洞充填については、現況の変状（側壁のひび割れ開口幅が 1mm）にて実施するものとし、空洞範囲に地盤ばね（地山相当）を設定することによりモデル化を行なう。内巻工及びロックボルト補強工については、空洞充填後に側壁のひび割れ開口幅が、さらに 1mm 進展した時点（ひび割れ開口幅 2mm）をもって実施する。内巻工は、既設覆工コンクリートを残置し、その内側に新たにコンクリート（圧縮強度=30MPa、引張強度=2.5MPa、弾性係数=29.0GPa）を 10cm 打ち足す。ロックボルト補強工は、径 D25、長さ 2.5m のロックボルト（降伏強度=235MPa、弾性係数=200GPa）を周方向間隔 1.2m（断面方向 6 本）、延長方向間隔 1.0m に打設する。対策工断面の解析モデルを図-12 に示す。ロックボルトは、トラス要素でモデル化し、ロックボルトと周辺地山との定着は、ロックボルトモデルの先端を拘束することで表わす。

〈ケース2：空洞充填〉



〈ケース3：空洞充填後+ロックボルト補強工〉



〈ケース4：空洞充填後+内巻工〉

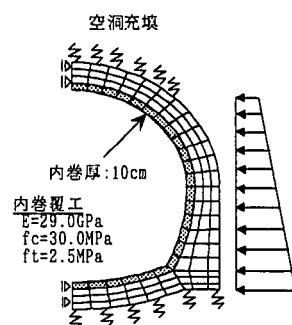


図-12 対策工断面の解析モデル

(e) 解析結果

①現況断面のひび割れ解析結果

現況断面の覆工コンクリートのひび割れ発生状況は、図-13 に示すように、最初に側壁内側にひび割れが発生し、次に天端外側にひび割れが発生し、その状態でひび割れが進展して構造不安定に至るまでとなっている。現況の変状（側壁のひび割れ開口幅が 1mm）における地圧 p_1 は 41kPa となり、現況断面の終局覆工耐力 p_2 は 79kPa となり、現況の変状における既設覆工の残存耐力は 38kPa ($=p_2-p_1$) となる。

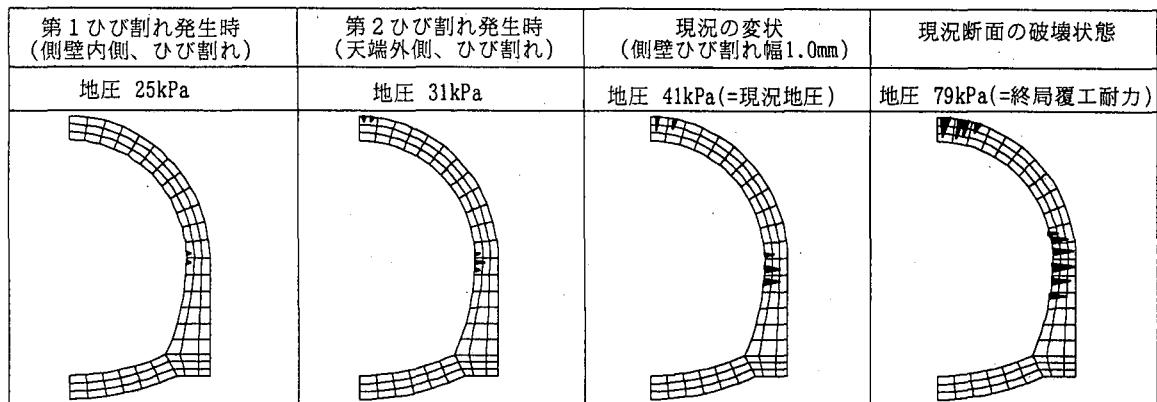


図-13 現況断面の覆工コンクリートのひび割れ発生状況

②対策工断面のひび割れ解析結果

現況断面及び対策工断面の終局覆工耐力を表-2に示す。水平内空変位と地圧関係、側壁ひび割れ開口幅と地圧関係を図-14～15に示す。

表-2 現況断面及び対策工断面の終局覆工耐力一覧表

	ケース1 現況	ケース2 空洞充填	ケース3 空洞充填後 +ロックボルト補強工	ケース4 空洞充填後 +内巻工	ケース5 空洞なし
終局覆工耐力(kPa)	79	134	461	237	148
比率	1.0	1.7	5.8	3.0	1.9

現況の変状に対し、空洞充填を行なうと終局覆工耐力は134kPaになり、現況断面の終局覆工耐力79kPaに比べ、2倍程度の覆工耐力の増強となる。これは、建設当初から空洞がない場合の終局覆工耐力148kPaとほぼ同等の値となっていることから、空洞充填を行なうことで、当初の構造設計上の覆工耐力までに回復できることを示している。

次に、空洞充填後ひび割れが進展した時点で、内巻工及びロックボルト補強工を実施すると、内巻工での終局覆工耐力は237kPa、ロックボルト補強工での終局覆工耐力は461kPaとなり、現況断面の終局覆工耐力79kPaに比べ、それぞれ3倍、6倍程度の増

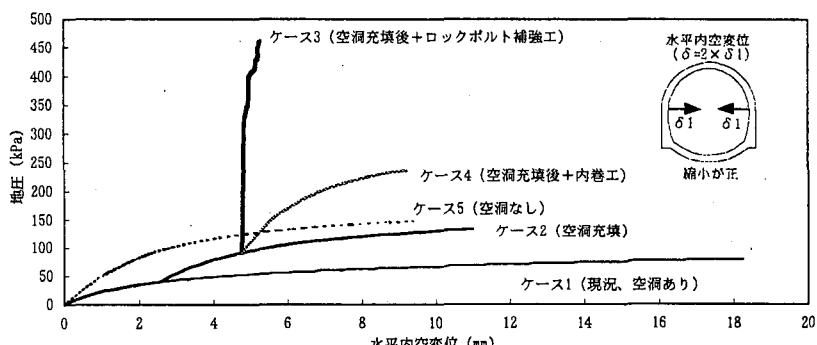


図-14 水平内空変位と地圧の関係

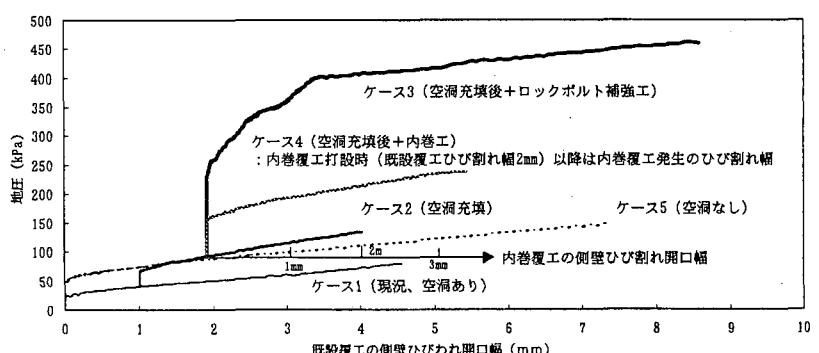


図-15 側壁ひび割れ開口幅と地圧の関係

強効果がある。これは、既設覆工コンクリートに十分な残存耐力を有していれば、空洞充填後にひび割れの進行性等を監視した上で対策工を実施しても、かなりの補強効果があることを示している。

水平内空変位と地圧との関係は、空洞充填、内巻工による対策工では地圧の増加に伴い、水平内空変位は漸増しているのに対し、ロックボルト補強工は終局耐力までわずか0.5mmの増加にとどまっている。また、側壁ひび割れ開口幅と地圧との関係は、空洞充填、内巻工、ロックボルト補強工の対策を実施した直後にて、地圧の増大に伴うひび割れ進展は発生しておらず、特に、ロックボルト補強工については顕著である。これらのことから、ロックボルト補強工の効果は、内圧効果等により既設覆工の変形を抑制し、その結果、既設覆工の軸力を増加させ、既設覆工耐力を高めていると解釈される。

3.3 ひび割れの生じているトンネル覆工の耐力評価法の有用性

以上のことから、ひび割れ解析モデルによる耐力評価法を用いれば、既設トンネルの残存耐力や改修対策後の補強効果を定量的に把握することはできるといえる。その適用効果は、ひび割れ発生状態（ひび割れ箇所、ひび割れ幅など）を再現することにより、既設トンネルの残存耐力を定量的に評価し、補強実施の判定の有無や補強対策工法の選定について、より合理的に判断することができるこである。ただし、ロックボルトのモデル化は、周辺地盤との接合状態等において、今後、さらに検討すべき課題であると考える。

4.おわりに

ここで提案するトンネル覆工の耐力評価法を用いることにより、対策工の実施時期計画を含めたトンネルのライフサイクルを考慮した、より合理的な補修・補強対策工の立案、及び点検・監視における管理基準値等の設定が可能になると見える。これはまた、今後、増大すると予測されている各種トンネルの維持・改修工事に対し、それに要するコストの縮減を図ることは可能であるといえる。

しかし、本耐力評価法を用いて、補強対策工の設計を行うにあたり、目標とすべき終局覆工耐力の設定が、現状において難しい面がある。それは、目標終局覆工耐力を、現況地圧に今後増大が予測される地圧を加えた値と考えればよいが、その増分地圧を推定することは極めて難しいからである。したがって、補強等による改修工事後には計測・監視を行ない、有用なデータを蓄積するなどし、適切な目標終局覆工耐力の設定方法を確立していくことが、今後の重要な課題であると考える。

謝辞：本報文の作成に当たり、岐阜大学工学部土木工学科の内田先生、六郷先生、小柳先生には、無筋コンクリートはりの曲げ破壊の実験結果データについて提供していただき、ここに感謝の意を表わします。

5.参考文献

- 1) Shi Z.・Nakano M. :Numerical approach based on the energy criterion in fracture analysis of concrete structures, In: Mihashi H.・Rokugo K, editors, Proceedings FRAMCOS-3, Freiburg: AEDIFICATIO Publishers, pp.1015-1024,1998.
- 2) Shi Z.・Nakano M. :Three-dimensional finite element analysis on crack behaviors of RC cantilever decks, Construction and building materials,pp.37-47,1999.
- 3) (社)日本コンクリート工学協会：破壊力学の応用研究委員会報告書, pp.346-349,1993.10.
- 4) JTA 保守管理委員会：建設・保守管理へのフィードバック(1), トンネルと地下, Vol29,pp.69-78,1998.5.
- 5) (財) 鉄道総合技術研究所：変状トンネル対策工設計マニュアル, 1998.2.