

デューレーションを用いたコストフロー評価に関する研究

土木研究所 ○能勢和彦^{※1}

東京大学大学院 湊隆幸^{※2}

【論文主旨】

社会基盤構造物が高度経済成長期に集中的に建設された結果、それらの維持更新もまた集中的に発生し、必要となる維持更新費用の急増が確実な情勢となっている。それにも関わらず、財政上の備えがほとんどなされていないのが現状である。本稿では、維持更新費用推計を評価する指標として、債券評価に用いられるデューレーションを導入し、頑健性という観点からコストフローを評価する手法を提案する。さらに、金融学的運用によって、頑健性を保ったまま財政負担の金利変動リスクを軽減する手法を提案する。

【キーワード】 頑健性、デューレーション、ライフサイクルコスト、プレゼントバリュー

1. 背景

高度経済成長期に社会基盤構造物が集中的に建設された結果、それらの維持更新もまた集中的に発生し、必要な維持更新費用が急増することが確実な情勢となっている。

それにも関わらず、急増する維持更新費用に対する財政上の備えがほとんどなされていないのが現状である。

2. 目的

割引率はプロジェクトのコストフロー (Cost Flow、以下 CF とする) を評価する際に、重要な指標であるが、一意的に評価することが困難である。本稿では、割引率を一意的に評価するのは困難であることを許容した上で、割引率評価に対する頑健性 (robustness) という観点から CF を評価する手法を提案する。さらに、将来発生する CF に対し、金融学的運用を行うことにより、頑健性を保ったまま財政負担の金利変動リスクを軽減する方法を提案する。

3. 意義

CF の評価手法として土木の分野で一般的とされるライフサイクルコスト (Life Cycle Cost、以下 LCC とする) や金融の分野で最も一般的かつ単純なプレゼントバリュー (Present Value、以下 PV とする) では、割引率の評価が必要である。LCC は、PV で割引率を 0 と評価したものであると考えることができるが、割引率評価により値が大きく変動してしまう指標に基づいて意思決定をするとすれば、結局割引率評価に意思決定が左右されることになる。しかし、割引率を一意的に評価することは困難であり、従来の CF 評価手法では意思決定を一意的に行うことは困難である。

本稿で提案する CF 評価手法を用いることによって、割引率評価による CF 評価の変動幅を従来の LCC や PV と比較して小さくすることが可能である。従って、従来の指標に基づいて意思決定をする場合と比較して割引率評価による影響の小さい意思決定が可能となる。

※ 1 橋梁構造チーム 029-879-6793

※ 2 新領域創生科学研究科 03-5841-8088

4. 頑健性の定義

本稿では CF 評価の妥当性を表す指標として、「頑健性」を用いる。ここでは、本稿における「頑健性」の定義を明示しておくことにする。

頑健性(Robustness)は統計学では「ある統計手法が仮定している条件を満たしていないときにも、ほぼ妥当な結果を与えるとき、頑健(Robust)である(頑健性を持つ)」¹と説明される。

一方、本稿では、割引率 r の評価に多少の差異があろうとも、評価値の変動幅が小さいという特性を「頑健性」と定義する。そして、割引率 r の評価による CF の評価指標の変動幅が小さい性質を「頑健性が高い」と表現することにする。

5. CF の評価指標

本節では図-1 の CF が想定されるプロジェクトを考える。 C は Cost を意味し、添え字 t によって時点 t で発生する費用を表す。例えば C_t は時点 t で発生する費用を意味する。

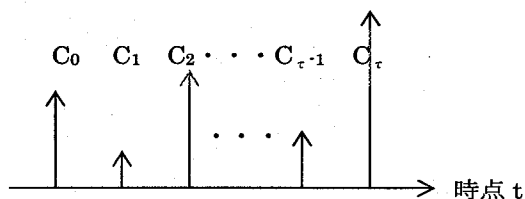


図-1 想定するコストフロー

図-1 の CF を評価する指標としては、LCC や PV が一般的とされている。本節では、LCC と PV の各評価指標の説明と主な長所・問題点について述べる。その後、本稿で導入する CF の評価指標について記述

する。

5.1 ライフサイクルコスト LCC

現在、CF を評価する際に土木の分野で一般的な指標が LCC である。LCC とは例えば「研究開発から調達、維持・修理、廃棄までに発生する費用」²と表現される。社会基盤構造物で言えば、「構想・計画段階から用地取得、設計、建設、運営、維持管理、更新あるいは廃棄までに発生する費用」と言える。

図-1 で時点 0 から時点 t までを 1 ライフサイクルとすれば、LCC は式 (1) により算定できる。

$$LCC = \sum_{t=0}^t C_t \cdots (1)$$

LCC の長所としては、算定が容易であることが挙げられる。また、他の CF との比較や複数の CF の合成が容易であることも長所である。

一方、問題点としては考慮すべき割引率を十分に考慮していないことや発生する費用を準備する以外の財政面での運用戦略が立てにくいこと等が挙げられる。最近では資本金利や物価変動率の影響を加味したライフサイクルコストも提案されているが、標準形として確立されたものはない。

5.2 プレゼントバリューPV

CF を評価する指標として、債券や証券など金融の分野では PV が最も単純かつ一般的な指標である。PV は全ての CF を現在価値に換算してその総和をとったものである。PV は「同じ金額であっても、時点によりその価値は異なる」という考え方に基づいており、現在価値への換算には割引率

(Discount rate) r が用いられる。

図-1 の CF に対する PV は式 (2) により算出される。

$$PV = \sum_{t=0}^{\tau} \frac{C_t}{(1+r)^t} \dots (2)$$

PV の長所としては、金融の分野では一般的な指標であること、他の CF との比較が容易であること、複数の CF の合成が容易であること等が挙げられる。

問題点としては割引率の評価により PV の値が大きく異なる、つまり頑健性が低いことが挙げられる。割引率によって PV の値が大きく変化するため、PV の算定には割引率の評価が最も重要な事項の一つである。

しかし、割引率を一意的に評価するのは困難であり、このことが PV を用いる際の問題である。既述のように、割引率の評価にはある程度の幅を想定しなくてはならないため、PV の値についても幅を許容せざるを得ない。特に社会基盤プロジェクトのような長期間にわたるプロジェクトの CF 評価では、割引率の評価幅が PV 算定の段階で拡大してしまう。そのため、PV のみを基準にして意思決定を行うことには問題があると言える。

5.3 デュレーション D と PV の変化率

LCC 及び PV の問題点をふまえ、本稿ではデュレーション (Duration、以下 D とする) を用いた社会基盤構造物の CF 評価を提案する。本節では D の定義と D の持つ二通りの解釈について述べる。

デュレーションとは、金融分野の債券の評価に用いられる指標で、「債券のキャッシュフローを複利最終利回りで割り引いた現

在価値によって、そのキャッシュフローの受取りまでの期間を加重平均したもの」³ と定義される。

図-1 の CF に対し、D は以下の式で算出される。

$$D = \frac{\sum_{t=0}^{\tau} \left(t \times \frac{C_t}{(1+r)^t} \right)}{\sum_{t=0}^{\tau} \left(\frac{C_t}{(1+r)^t} \right)} \dots (3)$$

一方、式 (2) を書き換えると

$$PV = C_0 + \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_{\tau}}{(1+r)^{\tau}} \dots (4)$$

となる。式 (4) の両辺を $1+r$ で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d(PV)}{d(1+r)} &= -\frac{C_1}{(1+r)^2} - \frac{2 \times C_2}{(1+r)^3} - \dots - \frac{\tau \times C_{\tau}}{(1+r)^{\tau+1}} \\ &= -\frac{1}{1+r} \left\{ \frac{C_1}{1+r} + \frac{2 \times C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{\tau \times C_{\tau}}{(1+r)^{\tau}} \right\} \dots (5) \end{aligned}$$

となる。式 (5) の両辺を PV で割ると

$$\frac{d(PV)}{d(1+r)} \times \frac{1}{PV} = -\frac{1}{1+r} \times D \dots (6)$$

よって、式 (7) が得られる。

$$\frac{\frac{d(PV)}{d(1+r)}}{\frac{PV}{1+r}} = -D \dots (7)$$

つまり、D は表現の仕方により二通りの解釈ができる。式 (3) より「D はコストフローの重心位置」と解釈することができる。また、式 (8) より「D は割引率変化に対する PV の変化率」と解釈することができる。つまり、割引率が変化したときに PV がどれだけ変化するかを D によって大まかに把握することができる。

本稿では D を PV の頑健性を表す指標と

して用いる。

5.4 デュレーションバリューDV

本稿では、デュレーションバリュー (Duration Value、以下 DV とする) を「CF 全体を重心位置 (D) で一本化した場合の大きさ」と定義する。数式で表現すると以下の通りである。

$$DV = PV \times (1 + r)^D \dots\dots(8)$$

5.5 PV と DV

割引率 r を一意的に評価するのは困難である。そのため、 r の評価値の幅については、ある程度許容せざるを得ない。このこと念頭に PV と DV の比較を行う。

PV では、 r の評価値の差異が PV の算出段階で拡大するため、PV の値自体の信頼性は必ずしも高くない。一方、同様に r を用いて算出したものであっても、DV では r 評価に対する DV の値自体の変動幅が PV と比較して小さい。

図-2 は、10 年後以降 60 年目まで 10 年毎に一定の CF が発生する場合の DV 及び PV を、 $r=0$ での値を基準とした相対値で表したものである。

図-2 より、DV は PV よりも r 評価に対する頑健性が高いことがわかる。

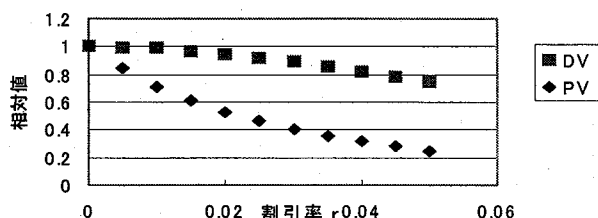


図-2 r と DV, PV の相対値の変動

本稿では頑健性が高い点で DV には PV よりも優位性があるとみなすことにする。

5.6 各指標の長所・問題点

LCC、PV 及び DV の主な長所・問題点をまとめたのが表-1 である。

次節では、D を用いた CF 評価について適用例を具体的に示す。

表-1 各指標の主な長所・問題点

	長所	問題点
LCC	LCC 同士の比較が容易。	割引率の評価が不十分。
PV	PV 同士の比較が容易。	r に対する頑健性が低い。
DV	r に対する頑健性が高い。	DV 同士の比較方法の確立が必要。

6. CF 推計に対する支払形態の選択

5.3 で述べたように、D は「割引率変化に対する PV の変化率」と解釈できる。よって、D は「割引率評価による PV 変動リスクを測定する指標」と位置づけることができる。そこで、「PV 一定の条件下では、割引率評価による PV の変動リスクを回避するために、できる限り D が小さくなる支払形態をとる」という CF の選択方針が考えられる。

以下では、複数の CF から D に基づいて最善の CF を決定する手法を提案する。

6.1 支払の等価性

各々の CF に異なる条件設定を行ったのでは、CF 同士の比較は困難であるため、優劣をつけるには、検討対象とする CF に対し何らかの共通条件を設定する必要がある。ここでは割引率 r が共通で、かつ PV が等

しいという条件の下で、5種類のCFから最善のものを選択する手法について述べる。

6.2 5種類の支払形態

本節では、構造物に将来発生する維持管理費用の予測に対し、以下の5種類の支払形態の中からより優位なものを選択することを考える。なお、各支払形態のPVは共通とする。

① 定額型

契約時(時点0)から1年毎に定額を支払う支払形態

② 一定増加型

1年毎に支払額が定額で増加する支払形態

③ 契約時—満了時型

契約時(時点0)に維持管理費用予測の3割、維持管理契約満了時(時点 τ)に残りの7割を支払う支払形態

④ 契約時—一括型

維持管理契約時(時点0)に維持管理費用予測の全額を支払う支払形態

⑤ 満了時—一括型

維持管理契約満了時(時点 τ)に全額を支払う支払形態

6.3 割引率評価と優位な支払形態の推移

PV共通の条件下でDを考慮した場合の支払形態の優位順をまとめたのが、表-2である。

表-2 割引率評価とDの小さい支払形態

割引率評価	最優位	次点	三番手
$r=0$	④	①	③
$r=0.01$	④	①	③
$r=0.02$	④	③	①
$r=0.04$	④	③	①

表-2より割引率評価に関係なく頑健性が最も高いのは④契約時—一括型の支払形態であることがわかる。ただし、④契約時—一括型は時点0での支払が莫大となるため、社会基盤構造物に発生するCFの支払形態としてあまり現実ではない。そこで次点の支払形態に注目すると、割引率の評価値が大きくなるにつれて、①定額型から③契約時—満了時型へと推移している。

つまり、 $r=0$ あるいは市場金利に近い $r=0.01$ が想定される場合には①定額型で支払った場合にDが小さく、支払形態として優位であることがわかる。逆に言えば①定額型で支払うことは市場金利程度の割引率を想定した支払形態といえる。

また、割引率として一般的な $r=0.04$ が想定される場合には③契約時—満了時型で支払った場合にDが小さく、支払形態として優位であることがわかる。逆に言えば③契約時—満了時型で支払うことは年4%程度の割引率を想定した支払形態と言える。

7. 費用推計に対する債券運用手法の適用

社会基盤構造物の維持更新需要額の予測に対し、構造物の管理者が資金運用によって備えることを考える。具体的には、インターネット上で公開されていたある自治体(以下、自治体Pとする)が管理する道路の維持更新需要額の将来推計の数値に対し、それと等しいDを持つ国債のポートフォリオ(組み合わせ)による運用を行うことで、財政負担を軽減することを考える。

本稿では、Dを用いた債券運用手法として3種類の手法を用いる。

次節以降では、以下の仮定が常に成り立つものと仮定し、その条件下で運用を行う

ものとする。

「債券の価格変動リスクはデュレーションに比例する。」

7.1 国債買い入れによる運用

本節では、自治体 P が管理する道路の維持更新費の推計に対して、3 種類の国債の買い入れにより運用する手法を示す。いずれの運用手法においても維持更新費の推計の $D(=10.344)$ 、及び $DV(=1,156,208 \text{ 百万円})$ が重要である。

7.2 プレット戦略とバーベル戦略

中期債を避けて短期債と長期債からなるポートフォリオに投資する戦略は、短期債と長期債をバーベルのウェイトに見立ててバーベル戦略(barbell strategy)と呼ばれる。一方、特定の期間の債券に集中投資する戦略はプレット戦略(bullet strategy)と呼ばれる。

ここでは、維持更新費用推計に対して、5 年国債と 20 年国債でのバーベル戦略で備えることを考える。次に、5 年国債と 20 年国債でのバーベル戦略と 10 年国債でのプレット戦略との比較を行う。

なお、本稿では買い入れの対象となる国債として表-3 の 3 種類の国債を想定する。利回りとしては 2003 年 11 月の各債券の利回りの平均値を用いた。また、 D を算出する際の利率は 0.01 とした。

表-3 運用の対象となる 3 種類の国債

	デュレーション D	利回り $R(\%)$
5 年国債	$D_5 (=4.903)$	$R_5 (=0.626)$
10 年国債	$D_{10} (=9.556)$	$R_{10} (=1.380)$
20 年国債	$D_{20} (=18.040)$	$R_{20} (=1.884)$

7.2.1 バーベル戦略での運用

今後 20 年間の自治体 P が管理する道路の維持更新費用推計に対し、 D 、 DV を算出すると、 $D=10.344$ 、 $DV=1,156,208$ (百万円) である。バーベル戦略では、維持更新費用推計の D と国債のポートフォリオの D が等しくなるようにポートフォリオを組めばよい。

5 年国債、20 年国債への投資比率をそれぞれ x 、 $1-x$ とする。この時、ポートフォリオの D は

$$x \times D_5 + (1-x) \times D_{20} \cdots (9)$$

となる。これが維持更新費推計の D と等しくなることから

$$x \times D_5 + (1-x) \times D_{20} = D \cdots (10)$$

表 3 の数値を入れて x を求めると $x=0.586$ となる。このポートフォリオの利回りは

$$x \times R_5 + (1-x) \times R_{20} = 1.147 (\%) \cdots (11)$$

となる。この値は 1% よりも大きい。つまり、バーベル戦略での運用により、金利変動リスクを等しく保ったまま市場金利よりも高い利回りでの運用が可能である。

7.2.2 プレット戦略との比較

次に、7.2.1 で組んだポートフォリオと金利変動リスク、すなわち D を等しく保った状態で、10 年国債に集中的に投資するプレット戦略でさらに運用することを考える。

7.2.1 で組んだポートフォリオの一部の債券を使って、改めてポートフォリオを組む。その際の 5 年国債、及び 20 年国債への投資比率をそれぞれ y 、 $1-y$ とする。バーベルとプレットで金利変動リスク、すなわち D を等しくすることから以下の式が成り立つ。

$$y \times D_5 + (1-y) \times D_{20} = D_{10} \cdots (12)$$

表-3の数値を入れて y を求めると $y=0.646$ となる。この時、改めて組んだポートフォリオの利回りは

$$y \times R_5 + (1-y) \times R_{20} = 1.072 \cdots (13)$$

となる。この利回りよりも10年国債のみのブレット戦略の利回り R_{10} の方が大きい。つまり、ブレット戦略に持ち替えることにより金利変動リスクを等しく保ったまま、より高い利回りを実現することが可能である。バーベルでの5年国債への投資分を全て10年国債への投資へと持ち替えるとなれば各債券への投資比率と利回りは表-4のようになる。

表-4より、10年国債と20年国債でバーベルを組んだ方が、高い運用率を実現できることがわかる。

表-4 各債券への投資比率と利回り

5年国債	10年国債	20年国債	利回り
0	0.828	0.172	1.466

7.2.3 イミュニゼーション運用

保有する債券ないし債券ポートフォリオの価値が投資期間中の金利変動に影響されないようにする投資戦略をイミュニゼーション(Immunization)という⁴。イミュニゼーションのためには債券ポートフォリオのデュレーション D を投資期間 T に一致させればよい⁵。

本節では、表-5の利回りは等しいが満期までの期間、つまり残存期間の異なる2種類の債券を買い入れることによるイミュニゼーションを考える。2つの債券に共通の利回りとしては表3の5年国債の利回り R_5 と20年国債の利回り R_{20} の平均値を用いた。 D を算出する際の利率は0.01とした。

ただし、債券A、債券Bともパー、すなわち債券価値と取引価格が等しいものとする。

表-5 運用の対象となる2種類の債券

	利回り	残存期間	D
債券A	$R(=1.003)$	5年	$D_A(=4.901)$
債券B	$R(=1.003)$	20年	$D_B(=18.174)$

自治体Pが管理する道路の維持更新費推計の $D(=10.344$ 年)までの期間に $DV(=1,156,208$ 百万円)を調達する必要があるとする。つまり、投資期間は推計結果の D と等しく、 $T=10.344$ 年と置く。

この投資期間 T と2種類の債券のポートフォリオの D が等しくなればイミュニゼーションとなる。債券A、債券Bの投資比率をそれぞれ z 、 $1-z$ とすればポートフォリオの D は

$$D = z \times D_A + (1-z) \times D_B \cdots (14)$$

となる。これが投資期間 T に等しい時、式(16)が成り立つ。

$$z \times D_A + (1-z) \times D_B = T = 10.344 \cdots (15)$$

表5の数値を入れて z を求めると $z=0.590$ となる。

求めた投資比率で形成した債券A、債券Bのポートフォリオの価値は金利変動に影響されない。時点 T で DV を調達する必要があるため、現時点で必要な投資資金は

$$\frac{1,156,208}{(1+0.01003)^{10.344}} = 1,144,284 \text{ (百万円)} \cdots (16)$$

となる。なお、割引率として $R(=1.003)$ を用いた。

実際に運用を行い、時点 D で DV の調達を実現するためには、債券A及び債券Bで受け取るクーポン(利息)の全てを、そして債券Aに関しては満期を迎えるたびに額

面償還で受け取る額面の全てを、2 つの債券に対し再度等しい投資比率で投資して運用する必要がある。

8. 結論

本稿の結論は以下の通りである。

- ① D は、PV の割引率 r に対する頑健性を定量化した指標である。PV 一定の条件下では、D が小さい CF ほど割引率評価に起因するばらつき、すなわちリスクが小さく優位な CF とみなすことができる。
- ② 図 2 で DV は割引率評価に対する変動幅が PV の変動幅と比較して小さい傾向が見られる。つまり、DV は r に対する頑健性が高く、値の信頼性が PV よりも高いと考えられる。
- ③ 将来発生する維持更新費用の推計に対して、D を用いて金利変動に対する頑健性を保ったまま運用して備える手法を提案した。

謝辞

本稿は著者が東京大学大学院の修士課程在籍時に修士論文として取り組んだものです。東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻の松本高志先生には、副査を引き受けていただき貴重なご意見を頂戴しました。そのほか研究を通してお世話になった全ての方々に厚く御礼申し上げます。

【参考資料】

1. 青木繁伸:『統計学用語辞典』
<http://aoki2.si.gunma-u.ac.jp/Yogoshu/40.html> より転載
2. 財政制度審議会財政制度分科会:
<http://www.mof.go.jp/singikai/zaiseiseido/siryoku/zaiseia131115b.pdf> pp19
3. 太田智之:『新・債券運用と投資戦略』pp46:金融財政事情研究会
4. 青沼君明,岩城秀樹:「③債券・金利・為替」pp60:きんざい
5. 青沼君明,岩城秀樹:「③債券・金利・為替」pp61:きんざい

A Study on the Applications of Duration to Evaluate Cost Flow

This paper is on an application of duration concept used in financial bond analysis. It proposes to evaluate flow of maintenance cost of infrastructure. In general, value of cost flow in lifecycle is sensitive to discount rate. The paper then discusses duration can be an alternative indicator to show robustness of cost flow that is not influenced by the degree of discount rate. The paper finally shows a way of using duration for cost planning and management in the case that interest rate fluctuates in the future.