

工事用資源の最適投入量決定問題に関する理論的研究

A Theoretical Study on Resource Allocation Problem for Determination of Total Resources Amount Allocated to Construction Project

立命館大学 正員 春名 攻*
立命館大学大学院 学生員 滑川 達**
立命館大学大学院 学生員 ○櫻井義夫***

Mamoru HARUNA, Susumu NAMERIKAWA and Yoshio SAKURAI

近年の建設界では、経験豊富な現場管理技術者や熟練労働者が不足気味の傾向にあり、工事用資源（機械・資材・人員など）の使用コストも増加の傾向が著しい。このため、建設工事のより一層の合理的実施を目指して、経済性や迅速性をより高いレベルで追求するための計画・管理技術の開発が、従来にも増して強く望まれている。このような要求を建設工事の施工計画段階で実現するためには、建設工事への全投入資源量をできるだけ少なくするとともに、施工のための所要工期を短縮する努力を払うことが重要である。そして、その結果としてコストを可能な限り低減させるという方法をとることが、現実的であり実行可能な方策でもあると考える。また、工事計画作成の検討のなかでも、工程計画作成を進める段階の検討の過程で、上述のような努力を払っていくことが効果的であると考えられる。しかしながら、従来のPERT系手法だけでは、工事用資源の投入量を考慮した総合的なコストの低減化を体系的に検討できないのが現状である。

以上のような認識のもと、本研究では、コストが最小となる工事用資源の最適投入量と最適スケジュールを、システムティックに求めることができるような最適工程計画モデルとその解法の開発をめざした。すなわち、本研究グループがこれまでに行ってきた、工程ネットワークのトポロジカルな特性分析に関する研究の成果にもとづき、工程ネットワークにおける最適資源配分問題を、従来の方法とは全く異なった方法で定式化するとともに、定式化したモデル構造に適した解法の開発を行ったものである。

【キーワード】工程計画、資源配分計画、ネットワークトポロジー

1. はじめに

建設プロジェクト計画における施工計画の中核を構成する工程計画の策定においては、これまで、PERT系のネットワーク工程計画モデルを導入することが効果的といわれてきた¹⁾。しかし、工事への資源の投入量決定とその投入資源の有効利用という本質的な観点から、従来のPERT系の工程計画モデルを眺めるような研究は殆どなかった。しかし、それら手法の適用上の限界が存在することは、理論的にも経験的にも周知の事実であり、それらの解決が長年の課題であった。たとえば、費用と時間（工期）を同時に扱えるCPM手法では、各工期に対応

した最小コストの工程計画は求められるものの、その解法アルゴリズム²⁾からも明らかなように、各作業を遂行するために必要な投入資源量が直接的には考慮されていない。また、工期の短縮が、各作業の所要時間の独立的な短縮が可能であるという仮定の下で、工期短縮の検討が行われているため、工事全体を通しての資源の有効利用という考え方も当然配慮されていない。

また、PERT/MANPOWER 手法では、投入資源量を資源制約という形で与える必要があり、この資源量の制約のもとで最短工期を与える人的資源（作業要員）配分の工程計画を求めようとした手法である。しかし、解法面からみると、最短工期を求められるという保証がない近似解法しか開発されていない状態で、理論的にみれば大きな問題の残された手法であった。また、実用上の観点からみれば、資源量の制約の与え方が工期を通して一定という形であるとともに非常に厳しい制約として与えられている。こ

* 理工学部環境システム工学科
** 理工学研究科総合理工学専攻
*** 理工学研究科環境社会工学専攻

TEL (0775) 61-2736 FAX (0775) 61-2667

のため、各作業への資源の投入量の決定に自由度がない場合等には、無駄な遊休時間が多くなり、このままの形であると、実用上有効な手法となり得ない手法であるともいえる。

一方、実際の建設工事での資源配分問題という観点から、資源配分の合理性を考慮した工程計画作成の重要性という課題に関して考察を加えてみると、本研究で取り上げている計画モデル開発の課題としては、次のような事柄が考えられよう。すなわち、近年の建設工事における技能労働者の量的・質的不足の問題や、建設機械・資材の購入単価・使用料の高騰などの問題を考慮すれば、最小コストとなるように工事用資源の投入資源量を決定したり、同時に、これらの投入資源をもっとも効率的に使用して、工期をできる限り短縮化したスケジュールを求める努力を払うことは、従来にも増して重要になってくると考える。

以上の課題を効果的に達成できるような工事用資源配分問題を考慮した最適工程計画モデルの開発の意義は、非常に大きいものと考え、本研究においては、理論的にみても最適性の保証があり、実際的にみても操作性の高い計画モデルの開発を目指した。すなわち、以下においては、まず上述のような工程計画問題を理論的に取り扱っていく際の方針や、計画モデル構築上の前提を明確に定義する。ここでは、この問題に対して、従来のネットワーク系手法では解決できなかった課題を効果的に解決するため、これまでの方法とは全く異なったアプローチを採用した。

まず、上述の問題と同義な問題として、資源の遊休費用が最小となる最適投入資源量と最適スケジュールの同時決定問題を最適化モデルとして定式化するとともに、DP手法の適用を中心として効率的な解法の開発研究を行った。そこでは、我々がこれまで行ってきた工程ネットワークのトポロジカルな特性分析に関する研究成果を体系的に取りまとめるとともに、上記最適化モデルの作成においてどのような形で活用するかという考え方を明らかにした。すなわち、後述するようにカット概念の導入と、そのカットを要素とするカットネットワーク構成方法や、元の問題をこのカットネットワークを活用して変換し、求解可能な最適資源配分問題を求める方法

を示すとともに、その変換を通して開発した効率的解法を提案していくこととした。

2. 問題の明確化とモデル構築上の前提

建設工事の計画目標のうち、経済性と迅速性はトレード・オフの関係にあることが多く、両者を同時に満足する工程計画のための数理計画モデルの作成は、CPMを除いては困難といわれてきた。しかし、投入資源量を変化させることはもちろんのこと、たとえ同一量の工事用資源を投入しても、投入資源の効率的利用を図ることによって、ある程度まで迅速性と経済性を同時に追求することは可能である。

本研究では、効率的な資源の運用をより一層追求するために、各作業に対する単位時間あたりの投入資源量を、従来のPERT系のネットワークプランニング・スケジューリング問題のように一定値とはせず、計画変数として取り扱うこととする。ただし、ここでの単位時間は、施工実施段階での実現性を考慮して、投入資源の運用・転用に関する現実の現場管理行為が実行可能な期間とし、以下においてはこの単位時間を1週間程度と仮定して議論を進めていくこととする。

さて、ここでは、建設工事の施工過程が工程ネットワークで表現されており、それとともに工程ネットワークを構成する各作業に対しては、最適な工事用資源の種類（機種・職種）は既に与えられているものとする。すなわち、作業 j ($j=1, \dots, n$)に必要な資源 i ($i=1, \dots, m$)の延べ投入必要資源量 W_{ij} は、一義的に確定値として求められていると仮定する。

いま、作業 j の開始後第 k 週目の資源 i の作業 j への投入資源量を M_{ijk} とすれば、延べ投入必要資源量 W_{ij} は、

$$W_{ij} = \sum_{k=1}^{D_j} M_{ijk} \quad (2.1)$$

で表される。ここで、 D_j は、作業 j を作業着手後から終了するまでに要した所要時間である。このように表すと、 M_{ijk} を大きくすれば D_j が小さくなることが、式(2.1)より容易に理解できよう。

しかし、作業 j への投入資源量 M_{ijk} がある値以上

になると、それに伴う作業能率の向上や所要時間の短縮があまり期待できなくなり、逆に、ある値以下になると、作業能率が極度に劣化したり作業の実行さえも困難となってくる場合が考えられる。このように、現実的には、 M_{ijk} に上・下限値が存在すると考えてもよい。以下においては、前者を最大投入可能資源量 M_{ij}^{max} 、後者を最小投入可能資源量 M_{ij}^{min} とよび、モデルの中に導入することとする。

すなわち、第 k 週目の投入資源量 M_{ijk} は、

$$M_{ij}^{min} \leq M_{ijk} \leq M_{ij}^{max} \quad (2.2)$$

を満たさなければならぬ。なお、以上に示した各作業規定の前提条件に関する考え方は、基本的に文献 2) と同様な考え方を用いた。

以下において、本研究で用いた投入資源に関する必要コストに対する考え方を整理して示す。すなわち、資源投入に伴う必要コスト Z は、投入資源量が全工程を通して一定であると仮定すれば、式 (2.3) に示すように、建設工事全体の延べ使用資源量に比例するコストと、同じく建設工事全体に対する延べ投入資源量に比例するコスト、ならびに、これらに無関係な固定費用によって構成される、と考えることとした。すなわち、

$$Z = \sum_i \sum_j W_{ij} \cdot c_i^1 + \sum_i S_i \cdot \lambda \cdot c_i^2 + q \quad (2.3)$$

ここで、

c_i^1 ; 単位資源量・単位時間あたりの資源 i の使用費用、 S_i ; 単位時間あたりの資源 i の投入量、 λ ; 工期、 c_i^2 ; 単位資源量・単位時間あたりの資源 i の存置費用、 q ; 仮設費等の固定費用

である。

なお、 c_i^1 の内容としては、稼働経費、維持修理費、等々が考えられ、また c_i^2 の内容としては、保管関係経費、税金を含めた管理費などの存置費用が考えられる。そして、計画の作成においては、この Z を工事施工が実行可能な範囲でできる限り低減化することが望ましいことについては、これまでに論述してきたとおりである。

このとき、 c_i^1 、 c_i^2 は投入資源の種類に固有な値

であり、また、 W_{ij} は確定値であるため、当然のこととして、その総和も確定値であることは明らかである。さらに、 q は当該工事に固有な値であることから、資源投入に伴う必要コスト Z の最小化は、式 (2.4) の Z' の最小化と同義となる。

$$Z' = \sum_i S_i \cdot \lambda \cdot c_i^2 \quad (2.4)$$

ここで、 r_i を工程全体を通しての延べ遊休資源量と考えれば、延べ投入資源量 $S_i \cdot \lambda$ は式 (2.5) のように表すことができる。また、逆に r_i は、投入資源量と工期によって変化する量であることが式 (2.6) より容易に理解できる。

$$S_i \cdot \lambda = \sum_j W_{ij} + r_i \quad (2.5)$$

$$r_i = S_i \cdot \lambda - \sum_j W_{ij} \quad (2.6)$$

ここで、 W_{ij} が確定値であることと、式 (2.5)、(2.6) の内容から、 Z' の最小化は式 (2.7) のような Z'' の最小化と同義となる。

$$Z'' = \sum_i r_i \cdot c_i^2 \quad (2.7)$$

すなわち、式 (2.5)、(2.6)、(2.7) から明らかなように、これまで示してきた計画問題は、結果として、総遊休費用を最小化するような工事用資源の最適投入量と最適工期（最適スケジュール）との同時決定問題に帰着することがわかる。

3. モデルの定式化

(1) 工程ネットワークのトポロジカルな特性をベースとしたモデルの構造

本研究では、これまでの PERT 系ネットワークプランニング・スケジューリング問題の最適解法に関する研究を行う過程⁴⁾の中で、工程ネットワークのトポロジカルな特性分析を進めた結果、以下に示すような研究成果を得た。

すなわち、その特性分析では、建設工事の施工に必要なすべての作業群とそれらの作業間の順序関係で規定される工程ネットワーク構造を、以下に示すような方法で、別の等価な表現として示すことができることを発見した。そこでは、まず、すべての結合点を、ネットワークの始点を含む結合点集合と、終点を含む残りの結合点集合とに2分するカットを求めることを考える。次に、それらのカットのうちで、始点から終点に向かう順方向の作業のみを含むカットだけを取り出すこととする。このようなカットの集合の例を、小さなネットワークを例にとって図-1に示した。

次に、始点から終点の方向に向かって、アクティビティの矢印の方向を辿り順方向に結ぶすべての相互独立なパスを求める。上と同様に、図-2にこのようなパスを示した。ここでは、このパスのことを、始点から終点へ向かうルートとよびかえるとともに、このルートの集合と先に求めたカットの集合の間の関係構造を求めてみた。この結果、工程ネットワークの作業間順序関係と等価な関係構造が存在することを発見した。すなわち、カット集合とルート集合の間の構造関係が、トポロジカルな関係として、もとの工程ネットワークの作業間順序関係に変

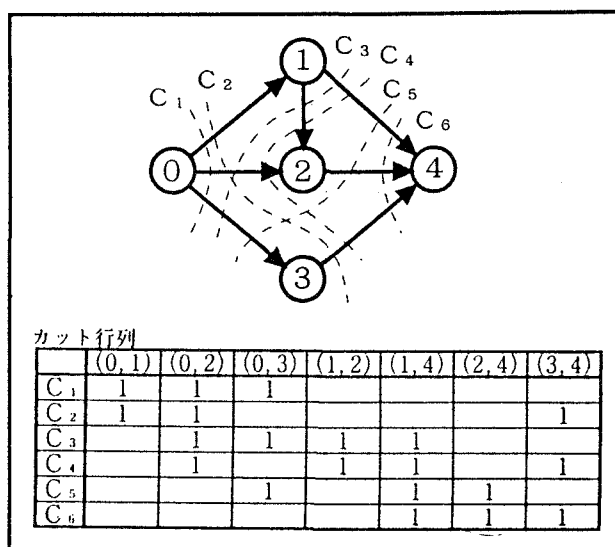


図-1 カット集合

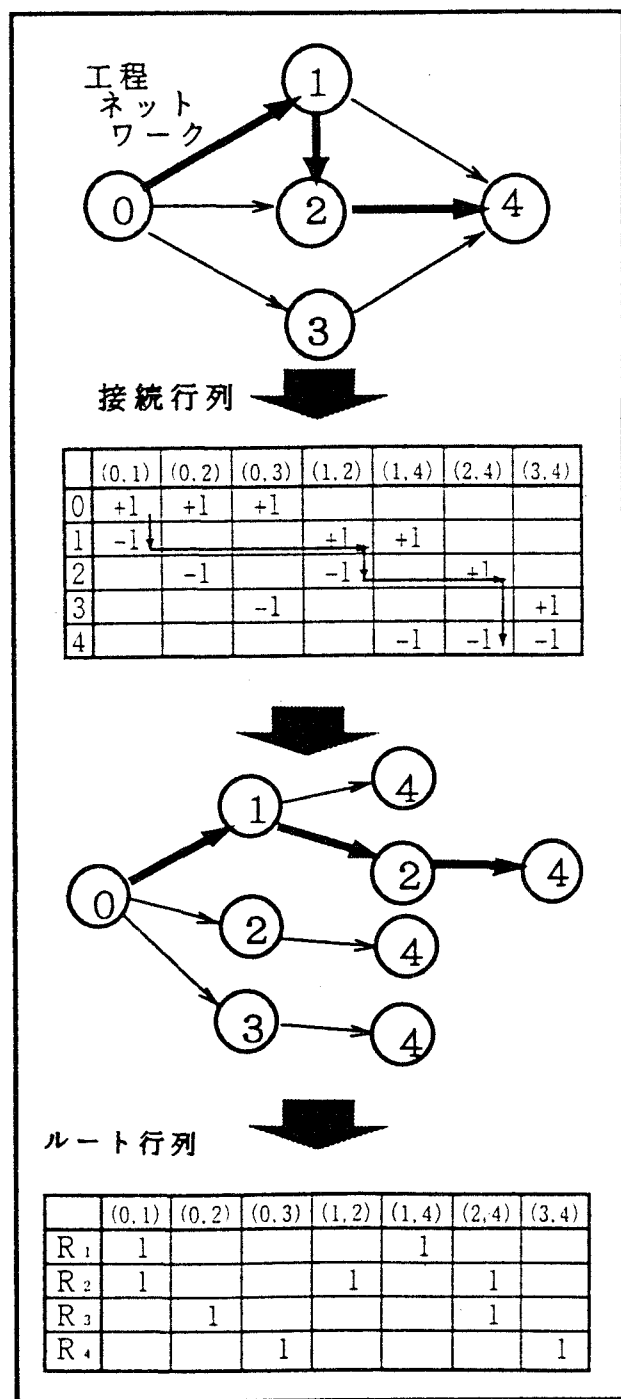


図-2 ルート集合

換されるメカニズムが存在することを明らかにした⁵⁾。このような関係は、以下に示すような最適解法の開発を可能とした。

すなわち、各種のPERT系のネットワークプランニング・スケジューリング問題が、このトポロジカルな関係のもとで、ルートとカットをベースとする新たな計画変数の導入に繋がり、従来とは異なる

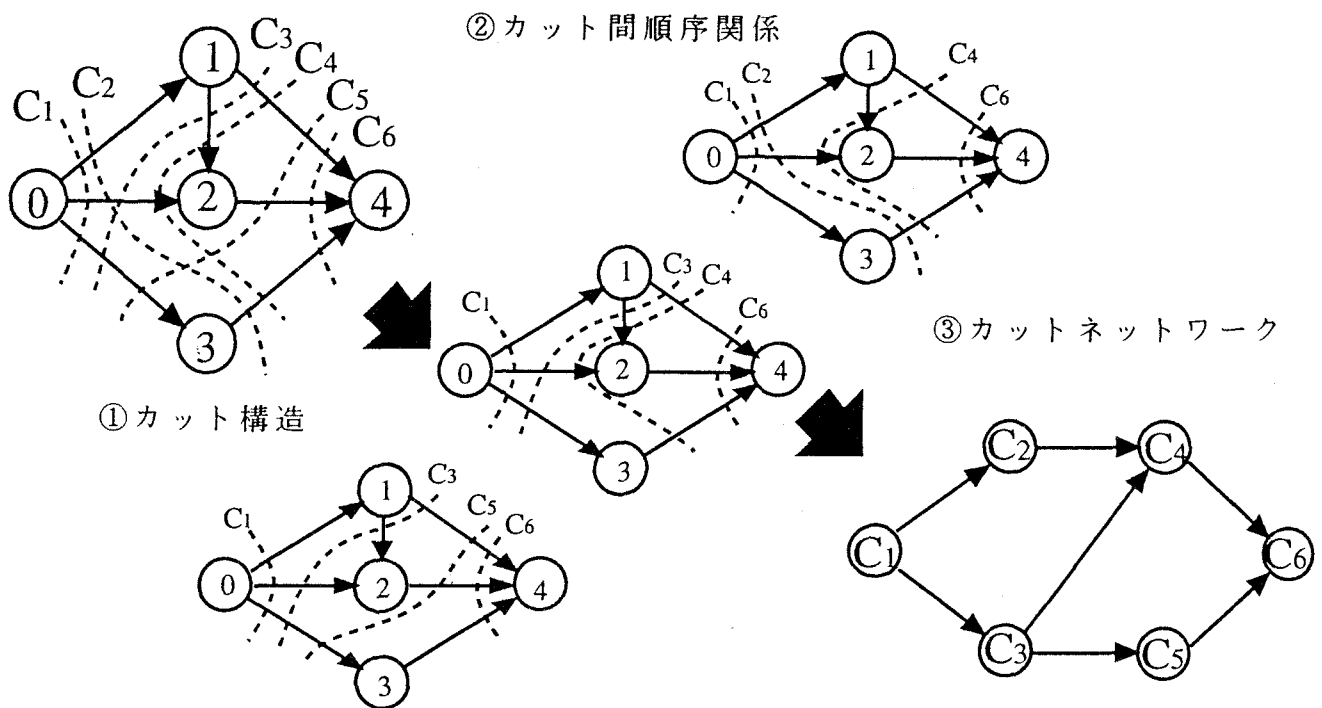


図-3 カットネットワーク

ったアプローチを可能としたのである。今回の問題へのアプローチでは、まず、先に求めたカットを結合点として、図-3に示したようなカットネットワークを、次のような方法で求めることから始めた。すなわち、求められたカット間の順序関係を、カットに含まれる元々のネットワークのアクティビティ間の順序関係を調べることににより決定した。つぎに、この順序関係にもとづいて、個々のカットを結合点とするカットネットワークを求めることとした。

このようにして求めたカットネットワークを用いると、PERT系の各種の問題が、カットネットワーク上の最適時間配分問題として定式化できるようになり、さらに、DPその他の手法を適用した最適解法の開発も可能となったのである。つまり、CPMの問題では、各ルートの短縮日数の最適配分問題として定式化しDP手法を用いて最適解を求める方法を開発した⁶⁾。また、PERT/MANPOWER問題では、各ルートの実施日数を決定変数として、カットネットワーク上での資源量の1日あたりの使用量制約を考慮した最適時間配分問題に変換すれば、最適解を求めることが可能であることを明らかにした⁷⁾。

以上のような研究成果をベースとして、本稿で取り扱っているような遊休費用の最小化を目的とする工事用資源の最適投入量と最適スケジュール同時決定問題を眺めてみると、当然のことながら、この問題も基本的には工程ネットワークを対象としたネットワークプランニング・スケジュール問題である。したがって、問題を上述同様、カット集合とルート集合とのトポロジカルな関係として変換できることは明らかである。

以下においては、上述の考え方に従った問題の定式化と、DPを用いた最適解法について述べていくこととする。

(2) カットネットワークにおける資源配分問題の定式化とDPを適用した最適解法

前述したカットネットワークに対して、図-4に示すようなイニシャルレベルを設定し、式(2.7)に示した遊休費用を、資源の投入量と工期の関数 $C^L(S, t)$ と表すこととする。このとき、関数 $C^L(S, t)$ は、カットネットワークにおけるレベルを用いて式(3.1)のように分解することができる。

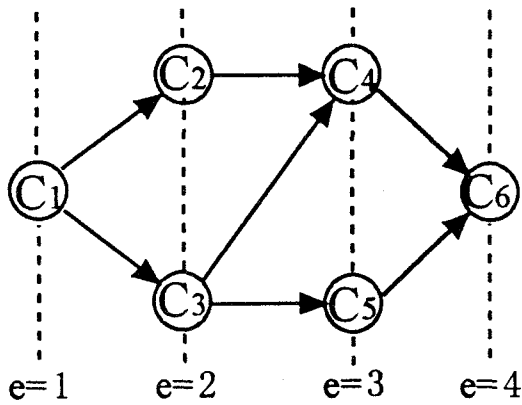


図-4 カットネットワークのレベル設定

したがって、遊休費用を最小化する工事用資源の最適投入量・最適スケジュールの同時決定問題を、カットネットワークにおける最適資源配分問題として、以下のような形に定式化することができる。

Minimize

$$C^L(S, \lambda) = \sum_{e=1}^N c_e^L(\max_{1 \leq i \leq N} S_e, \lambda_e) \quad (3.1)$$

$$S_e = S_e(M^1, \dots, M^R) \quad (3.2)$$

Subject to

$$\max_{1 \leq i \leq N} S_e = S \quad (3.3)$$

$$\sum_{e=1}^N \lambda_e = \lambda \quad (\lambda^{\min} \leq \lambda \leq \lambda^{\max}) \quad (3.4)$$

$$\sum_{e=1}^N M_e^k = M^k \quad (k=1, \dots, R) \quad (3.5)$$

ここで、

S ; 工事用資源の投入量ベクトル ($S = (S^1, \dots, S^m)$; S^i ; 資源 i の投入量)、 λ ; 工期、 $\lambda^{\min}$; 工期の下限值 (ここでは、すべての作業が最短で終了する所要日数でかつ最早開始時刻にスタートしたときの工期と考える)、 $\lambda^{\max}$; 工期の上限値 (ここでは、制約工期と考える)、 e ; カットネットワークにおけるレベル ($e=1, \dots, N$)、 $c_e^L(\cdot)$; レベル e のカットでの遊休費用、 S_e ; レベル e のカットにおいて最大の単位時間あたりの必要資源量ベクトル ($S_e = (S_e^1, \dots, S_e^m)$; S_e^i ; レベル e のカットにおい

て最大の単位時間あたりの資源 i の必要資源量)、 λ_e ; レベル e のカットに配分される所要時間、 M_e^k ; レベル e のカットにおいてルート k に配分される投入資源量ベクトル ($M_e^k = (M_e^{k1}, \dots, M_e^{km})$; M_e^{ki} ; レベル e のカットにおいてルート k に配分される資源 i の資源量)、 M^k ; ルート k への延べ投入必要資源量ベクトル ($M^k = (M^{k1}, \dots, M^{km})$; M^{ki} ; ルート k への延べ投入必要資源量)である。

なお、式 (3.1)は遊休費用の最小化であり、式 (3.2)は任意のカットで最低限必要な資源の投入量 S_e が、そのカットにおいて各ルートに配分される資源量の関数となることを表している。また、レベル e のカットにおける遊休費用は、式 (3.6)のようにして求められる。

$$c_e^L(\max_{1 \leq i \leq N} S_e, \lambda_e) = \sum_{i=1}^m \left\{ \max_{1 \leq i \leq N} S_e^i \cdot \lambda_e - \sum_{j \in P_e} \left(\frac{\sum_{k=1}^R a_{kj} \cdot M_e^{ki}}{\sum_{k=1}^R a_{kj}} \right) \right\} \cdot c_i^2 \quad (3.6)$$

ここで、

j ; 作業、 P_e ; カット e に含まれる作業集合、 a_{kj} ; ルート行列の構成要素 (1 or 0)、 c_i^2 ; 前述した資源 i の存置費用である。

つづいて、制約条件式 (3.3)は、投入資源量が工程を通して一定であるという前述の仮定より、必要投入資源量の最大値が当該工事の資源の投入量を決定することを示す。また、式 (3.4)は各カットに配分される所要日数の総和が工期の上・下限値の範囲内であってはならないという条件を表している。さらに、前述の仮定より作業 j への資源 i の延べ投入必要資源量 W_{ij} が確定値であるから、明らかにルート k への延べ投入必要資源量 M^k も確定値である。このため、式 (3.4)のような資源量に関する配分条件が設定される。

以上がモデルの定式化であるが、その内容からも明らかなように、この問題を解くためには、式 (3.2)の値 S_e を求める必要がある。いま、上述の定式化を上位ユニットと考えれば、 S_e の値を求める

機能をもつ下位ユニットに上位ユニットが与えられる情報は $(M_e^1, \dots, M_e^R)$ および λ_e となる。ここで $(M_e^1, \dots, M_e^R)$ ならびに λ_e は、

$$j \in C_e \cap j \notin C_{e+1} \quad (C_e \prec C_{e+1}) \quad (3.7)$$

の条件を満たすような作業（群）が現在カット C_e までに確実に終了する範囲で与えられる。

このとき、明らかに下位ユニットでは、必要資源量 $(M_e^1, \dots, M_e^R)$ と所要時間 λ_e として与えられた入力情報のもとで、現在のカット C_e に含まれる作業の実施を保証できる最小の投入量を求めるため、以下のような部分問題を解くことが要求される。すなわち、ここでは、この部分問題を、各ルート上の資源量を各単位時間に割り付けるための最適資源配分問題として、次のように定式化する。

Minimize

$$S_e(M_e^1, \dots, M_e^R) = \max_{1 \leq t \leq \lambda_e} s_{et}(M_{et}^1, \dots, M_{et}^R) \quad (3.8)$$

Subject to

$$\sum_{k=1}^K M_{ek}^k = M_e^k \quad (k=1, \dots, R) \quad (3.9)$$

ここで、
 s_{et} ; レベル e のカットにおける単位時間 t の必要資源量ベクトル ($s_{et} = (s_{et}^1, \dots, s_{et}^R)$; レベル e のカットにおける単位時間 t の資源 i の必要資源量)、
 M_{ek}^k ; レベル e のカットにおける単位時間 t においてルート k に配分される投入資源量ベクトル ($M_{ek}^k = (M_{ek}^{k1}, \dots, M_{ek}^{kR})$; レベル e のカットにおける単位時間 t においてルート k に配分される投入資源量)
 である。

ここで、式 (3.8) は上位から与えられる入力情報のもとで最低限必要となる資源の投入量を表している。すなわち、ここでは各単位時間での投入量が一定であることを仮定しているため、この投入量をもっとも資源を必要とする時間断面によって決定されることとなる。なお、このとき $(M_{et}^1, \dots, M_{et}^R)$ は、式(3.7)の条件を満たす作業(群の少なくとも1つ)が必ず実施しているパターンである。また、式 (3.9)は、各

ルートに投入される資源量の配分条件である。

さらに、この部分問題の定式化における資源配分問題としての分解が、カット C_e では次のような状態になる。つまり、カット C_e が工程ネットワークの始点から終点への順方向（同一方向）に向かう作業のみで構成されており、作業の実施がカット C_e 上の時間の流れに沿って行われているため、この部分問題は、DPの基本原理である最適性の原理が適用でき、評価関数を次のような繰り返しの関数方程式に変換することができる。

$$S_{el}(M_e^1, \dots, M_e^R) = s_{el}(M_e^1, \dots, M_e^R) \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} & S_{e\lambda_e}(M_e^1, \dots, M_e^R) \\ &= \min_{0 \leq M_{e\lambda_e}^k \leq M_e^k} \left\{ \max \left\{ s_{e\lambda_e}^1(M_{e\lambda_e}^1, \dots, M_{e\lambda_e}^R), \right. \right. \\ & \quad \left. \left. S_{e\lambda_{e-1}}(M_e^1 - M_{e\lambda_e}^1, \dots, M_e^R - M_{e\lambda_e}^R) \right\} \right\} \quad (3.11) \end{aligned}$$

以上の説明から容易にわかるように、この変換によってDPを適用して部分問題を解くことが可能となる。このとき、下位ユニットは必要資源量 $(M_e^1, \dots, M_e^R)$ 、および所要時間 λ_e のもとでの最小値 $S_e(M_e^1, \dots, M_e^R)$ の情報の双方を上位ユニットにフィードバックする。以上のようなイテレーションをすべてのカットに対して行うことにより、上位ユニットの全体問題の最適解を求めることが可能となる。

ここで、全体問題は、この問題がフィードバックのないシステムとしてのカットネットワークでの資源配分問題として設定されているので、上述の部分問題の場合と同様に、最適性の原理を適用することができ、以下のような繰り返しの関数方程式として変換することができる。

$$C_N^L(S, \lambda) = c_N^L(S, \lambda) \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} & C_N^L(S, \lambda) \\ &= \min_{\substack{0 \leq S_N \leq S \\ 0 \leq \lambda_N \leq \lambda \\ (\lambda^{\min} \leq \lambda \leq \lambda^{\max}) \\ 0 \leq M_N^k \leq M^k}} \left\{ c_N^L(S_N(M_N^1, \dots, M_N^R), \lambda_N) \right. \\ & \quad \left. + C_{N-1}^L(\max(S_N(M_N^1, \dots, M_N^R), S_{N-1}(M^1 - M_N^1, \dots, M^R - M_N^R)), \lambda - \lambda_N) \right\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

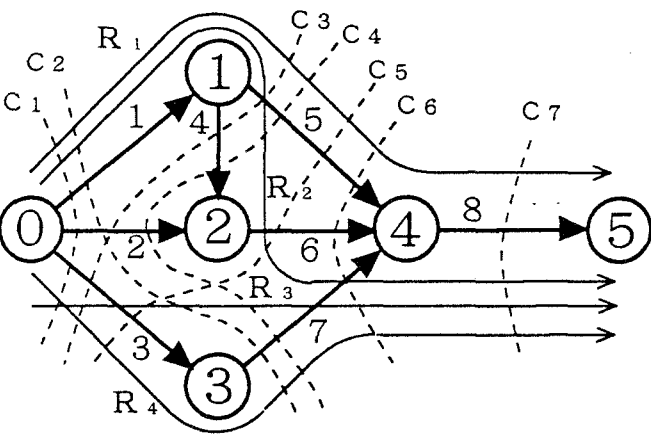
以上に述べてきたように、最適解法としてDPを適

用することにより、最小遊休費用ならびに資源の最適投入量、最適工期を厳密に求めることができる。さらに、そのときのスケジュールは、全体問題で最適解となった部分問題の決定変数ベクトルの合成を行うことによって、容易に表現できる。

4. 例題への適用と考察

ここでは、以上に示した最適工程計画モデルを例題に適用し、若干の考察を加えることとする。

さて、図－5に示すような投入資源が3種類の工程ネットワークに本モデルを適用することとするが、そのためのインプットデータを表－1のように与えることとする。なお、ここでは $\lambda^{min}=9$ (週)、 $\lambda^{max}=16$ (週)、 $c_1^2=20$ (万円)、 $c_2^2=10$ (万円)、 $c_3^2=15$ (万円)として各種の計算を行った。



図－5 例題ネットワークとそのカットネットワーク

表－1 インプットデータ

作業 j	各作業への 延べ投入必要 資源量 W_j (台 or 人)			各作業への単位時間あたりの投入 必要資源量の上下限值 $M_{ij}^{min}, M_{ij}^{max}$ (台 or 人)					
	資源			資源 1		資源 2		資源 3	
	1	2	3						
	W_{1j}	W_{2j}	W_{3j}	M_{1j}^{min}	M_{1j}^{max}	M_{2j}^{min}	M_{2j}^{max}	M_{3j}^{min}	M_{3j}^{max}
1	12	18	14	3	4	3	6	3	4
2	8	14	9	2	3	2	4	2	3
3	12	16	13	2	4	2	5	3	4
4	4	7	5	2	2	1	4	2	3
5	10	12	11	2	4	2	4	2	3
6	6	11	9	2	3	3	5	3	3
7	12	24	15	3	4	3	5	3	5
8	5	7	6	2	5	7	7	3	6

このとき、適用計算の結果は次のようになった。すなわち、最小の遊休費用が $(20 \times 1) + (10 \times 3) + (15 \times 2) = 80$ (万円) となり、このとき、資源 1 の最適投入量=5 (台 or 人)、資源 2 の最適投入量=8 (台 or 人)、資源 3 の最適投入量=6 (台 or 人)、最適工期=14 (週) が求められた。この最適スケジュールの一例を資源山積み図として図－6に示しておく。なお、最適スケジュールが複数存在する場合、いずれの計画案が望ましいかは、計画者の判断に任せることとしている。

5. おわりに

本研究においては、まず工事用資源の投入量を考慮したコスト最小の工程計画問題が、各作業の延べ投入必要資源量一定、および全工程を通した当該プロジェクトへの投入資源量一定の前提条件のもとで、総遊休費用を最小にする資源の最適投入量と最適スケジュールの同時決定問題に帰着できることを示した。さらに、この問題を、工程ネットワーク構造のトポロジカルな特性を効果的に活用して定式化した最適化モデルとして表すとともに、カットネッ

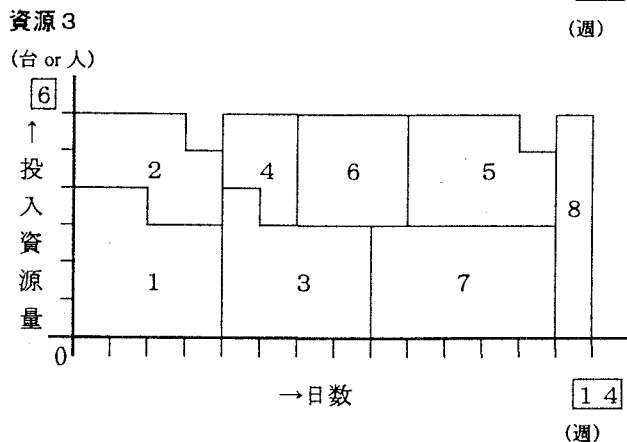
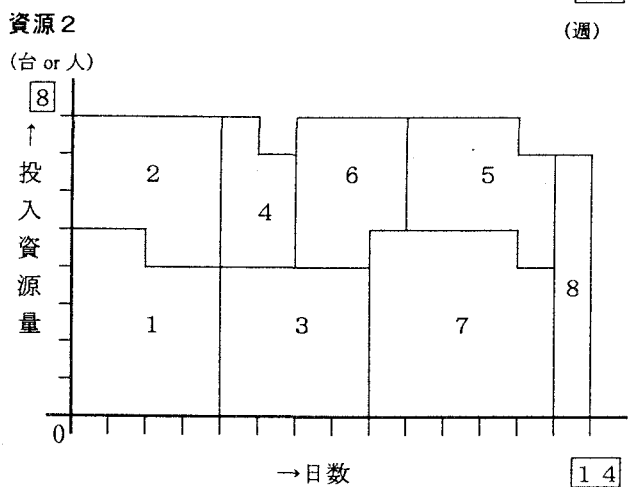
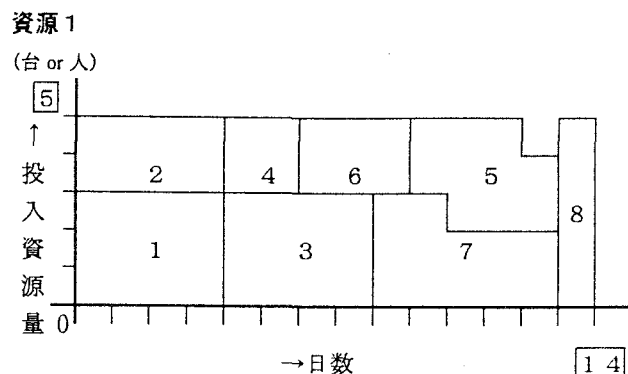


図-6 最適スケジュールの資源山積み図

トワークにおける最適資源配分問題へと変換することにより、DPを適用した最適解法を求めた。

特に、この定式化に関する検討過程において、本モデルの構造が、最小遊休費用を求める上位ユニットとしての全体問題と、次のような下位の部分問

題によって表されることを明らかにした。すなわち、任意のカットにおいて部分問題を構成し、これによって各ルートに配分する資源量およびそのカットに配分する所要時間を求めるとともに、入力情報として最小の投入量を求める。さらに、この投入量の情報を、全体問題にフィードバックする、というような一連の役割を持つ部分問題を構成し、全体問題が階層型モデルとなることを明らかにした。

参考文献

- 1) 春名攻：建設工事における施工管理に関するシステム論的研究，京都大学学位論文，1971
- 2) 関根智明：PERT・CPM，日科技連，1975
- 3) 山本幸司：土木工事における施工計画のシステム化に関する研究，京都大学学位論文，1978
- 4) 例えば、春名攻，山田幸一郎，滑川達：PERT/MANPOWER 問題の最適解法に関する開発研究，建設マネジメント研究・論文集 vol. 2，土木学会建設マネジメント委員会，1994
- 5) 春名攻，滑川達：ネットワーク工程表の構造特性分析と最適工程計画モデル構築に関する理論研究，建設マネジメント研究・論文集 vol. 4，土木学会建設マネジメント委員会，1996
- 6) 春名攻，滑川達，櫻井義夫：非線形・離散型費用関数に適用可能な新しい最適ネットワークスケジューリングモデルの開発研究—CPM とは異なったアプローチ—，土木計画学研究・講演集 19(1)，土木学会，1996
- 7) 春名攻，滑川達，櫻井義夫：PERT/MANPOWER 問題の最適解法の開発研究—カットネットワークにおける最適資源配分問題への変換を用いた新しい解法—，土木計画学研究・講演集，土木学会，1997（投稿中）

A Theoretical Study on Resource Allocation Problem for Determination of Total Resources Amount Allocated to Construction Project

In this study, it is aimed to develop a new type mathematical model to obtain optimal planning and scheduling with the minimum project cost for construction project and a new type network planning and scheduling model for solving optimal resource allocation problem through determining total amount allocated to construction project is developed as follows: At first stage an optimal scheduling problem with the minimum idle cost consumed by operations of construction resources is formulated through the topological analysis based on the theory of graph and network structure. After formulating scheduling model a mathematical model formulation and an algorithm to solve it effectively is established from the different viewpoint from existing PERT-type network planning scheduling method based on the analysis of topological characteristics of construction project network. At the second stage the scheduling model formulated above is transformed to equivalent optimization model formulated utilizing the cut set structure and the route set structure, and an effective algorithm is developed adopting DP procedure in which the algorithm is established as optimal resources allocation problem in cut-network which is transformed topologically from original project network.