閾値モデルによる談合の成立可能性の分析

Analysis of Success Condition of "Dango" by Threshold Model

日本大学　島崎 敏一*
By Toshikazu SHIMAZAKI*

最近の経済，財政状況の悪化から，公共投資の削減が行われようとしている．このため，建設コストの削減など多くの努力がなされている．一方，１９９０年代はじめに多発した公共事業の発注をめぐる一連の不祥事および建設市場の国際的な開放の要求に端を発して，客観性，透明性，競争性の高い入札，契約手続きが求められるようになった．そのため，不正行為に対するペナルティの強化などを趣旨とする公共事業の入札・契約手続きの改善に関する行動計画が平成６年１月に閣議了解された．このような状況では，談合などの不正行為が増える可能性があり，その対策の検討は重要である．不正行為については，基礎的なデータを得るのが困難であるなどの理由から，これまでは，理論的な分析はあまりなされてこなかった．本論文は，談合が成立するためには全員が参加しなければ成立しないという点に着目し，普及現象の分析に使用される閾値モデルを適用して，その成立の確率，速度について分析しようとするものである．

【キーワード】入札，談合，閾値モデル

１．はじめに

最近の経済，財政状況の悪化から，公共投資の削減が行われようとしている．このため，建設コストの削減など多くの努力がなされている．一方，１９９０年代はじめに多発した公共事業の発注をめぐる一連の不祥事および建設市場の国際的な開放の要求に端を発して，客観性，透明性，競争性の高い入札，契約手続きが求められるようになったが，この要求は，公共事業費削減という状況の中でも，さらに強まると考えられる．平成６年１月の閣議了解[1)]"公共事業の入札・契約手続きの改善に関する行動計画"では，(a) 一般競争入札の導入，(b) 公募型指名競争入札の導入，(c) 入札監視委員会の設置，(d) 工事完成保証人制度の廃止と履行ボンドを含む新しい保証制度の導入，(e) 共同企業体制度の改善，(f) 発注予定工事情報の公表，(g) 企業評価のためのデータ・ベースの整備，(h) 経営事項審査制度の改訂，(i) 不正行為に対するペナルティの強化，(j) 独占禁止法に関する公共入札のガイドラインの策定などを決めているが，これらは，公共事業費の削減に対しても有効な政策であると考えられるからである．特に，このような状況では，談合などの不正行為が増える可能性があり，その対策の検討は重要である．

談合などの行為を純粋な経済行動であると考え，ゲームの理論を適用してその発生メカニズムを検討した島崎[2)]による研究などはあるが，談合などの不正行為については，その性質上，基礎的，客観的なデータを得るのが困難であるなどの理由から，これまでは，理論的な分析はあまりなされてこなかった．

本論文は，談合が成立するためには，全員が参加しなければ成立しないという点に着目し，普及現象の分析に使用される閾値モデルを適用して，その成立の確率，速度について分析しようとする

* 理工学部土木工学科　03-3259-0989
PFA00150@niftyserve.or.jp

ものである．

2．普及現象のモデル

（1）普及現象のモデルの概要

普及現象とは，流行，流言，伝染病，ニュースの伝播，耐久消費財の普及などの新しいアイデア，行動様式，情報などが１つの社会あるいは集団の中で構成員の間に広まって行く現象をいう．この現象ついては，過去，社会学，疫学，マーケティングなどの分野で各種のモデル化が試みられてきた．

過去に提案されている普及現象のモデルには，大きく分けて，静的なある１時点での構造を記述する構造モデルと動的な変化を記述する過程モデルとがある[3)]．さらに，過程モデルについては，関係当事者を均質なものとみなす微分方程式モデルと各当事者の異質性を考慮した閾値モデルとがあり，その概要は次のとおりである．

（2）微分方程式モデル

微分方程式モデルは，当事者への影響が集団内部だけから与えられるのか，外部から与えられるかによって，次のようないくつかのタイプがある．

(a) ロジスティック型モデル

このモデルは，未採用者のなかから既採用者に比例した比率で新規採用者が生じると考えるモデルであり，集団内部の情報によってのみ影響されると考える．次の(1)式の微分方程式であらわされる．

$$\frac{dP}{dt} = kP(1-P) \qquad (1)$$

ここで，Ｐは普及率，ｔは時間，ｋはパラメータであり，以下，他のモデルにおいても同様である．これを，解くと，次式(2)となる．p_0, q_0 は，t=0 における採用者と非採用者の割合であり，$p_0 + q_0 = 1$ となる．

$$P(t) = \frac{1}{1+\dfrac{q_0}{p_0}\cdot e^{-kt}} \qquad (2)$$

(b) 修正指数曲線モデル

集団の外部から情報が与えられ，影響を受けると考えるモデルであり，常に一定の確率で新規採用者が生じると考える．次の(3)式の微分方程式であらわされる．

$$\frac{dP}{dt} = k(1-P) \qquad (3)$$

これを解くと，次式(4)となる．

$$P(t) = 1 - q_0 \cdot e^{-kt} \qquad (4)$$

(c) ゴンペルツ曲線モデル

普及率の増大による普及の促進効果と時間経過による普及の阻害要素とで説明するモデルであり，次の(5)式の微分方程式であらわされる．この意味では，影響は内部と外部の双方から与えられることになる．

$$\frac{dP}{dt} = k \cdot b^t \cdot P \qquad (5)$$

ここで，ｂは０＜ｂ＜１なる定数である．これを解くと，次式(6)となる．

$$P(t) = p_0 \cdot \exp\left(\frac{k}{\log b}(b^t - 1)\right) \qquad (6)$$

(d) Ｂａｓｓモデル

このモデルも情報は内部と外部の双方から与えられると考えるモデルであり，集団内部での相互接触をあらわす第１項と外部情報への接触をあらわす項である第２項の和からなる次の(7)式の微分方程式であらわされる．

$$\frac{dP}{dt} = k_1 P(1-P) + k_2(1-P) \qquad (7)$$

初期状態において，採用者が０であるとして，

表-1　数値例

閾値		0	1	2	3	4	5
数値例1	人数	1	1	1	1	1	0
	累積値	1	2	3	4	5	5
数値例2	人数	0	0	1	1	1	2
	累積値	0	0	1	2	3	5

$p_0=0$ としてこれを解くと，次式(8)となる．

$$P(t)=\frac{1-\exp\{-(k_1+k_2)\cdot t\}}{\frac{k_1}{k_2}\cdot\exp\{(-k_1+k_2)\cdot t\}+1} \tag{8}$$

（3）閾値モデル

微分方程式モデルが集団の構成員の同質性を仮定していたのに対して，M.Granovetter[4, 5, 6, 7]によって提案された閾値モデルは，各個人の異質性を考慮したモデルである．さらに，微分方程式モデルの場合には，各個人は，他の既採用者全体の割合などにのみ影響されるが，閾値モデルの場合には，各個人は自分の閾値と全体の採用者との比較による効用を考慮して採用するかどうかを決定するという意味で各個人は合理的であると考えていることになる[8]．

閾値モデルが適合するケースは，(a) 各当事者の取り得る選択肢は2つであり，(b) その選択肢のコストと便益が他人の選択状況に依存している場合であり，具体的には，暴動への参加，イノベーションの普及などである．このような場合に，次の3つの仮定を置いてモデル化できる．

(a) 各個人はある選択肢を採用するかどうかの閾値を持っており，全体の採用率がこの閾値以上になった場合に採用する．

(b) 各個人の閾値は，集団全体である確率分布を持っている．

(c) 各個人の閾値は時間的に一定である．

簡単な場合についての数値例[9]を示せば，次のとおりである．

数値例1（表-1）の場合には，初期状態で採用者が0の場合でも，閾値が0の人が1人いるので，その人が採用する．すると次のステップでは，

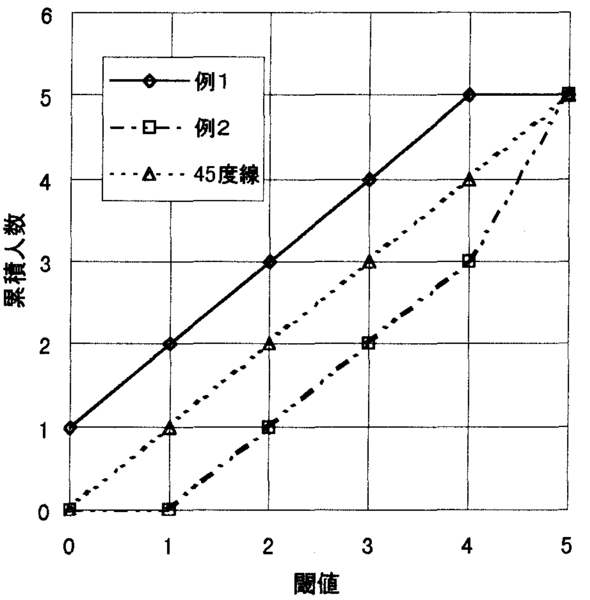

図-1　数値例の累積分布

閾値が1の人がまた1人いるので合計2人が採用することになる．以下，同様にして，5人全員が採用することになる．一方，数値例2の場合には，初期値が4以下の場合には採用する人がいない．これを図-1で考えれば，採用者の累積分布曲線が45度の線と上から交わる場合には安定，下から交われば不安定な均衡点となる．

3．閾値モデルによる談合の成立条件の分析

（1）閾値モデルによるモデル化

談合が成立するかどうかは，当事者全員が参加するという状態を採用するかどうかということと同値である．これは，構造的には普及現象と同じであり，談合の成立過程をモデル化するにあたり，上述の閾値モデルが適用できるとする．各個人の閾値分布が時間的に一定であるという仮定(c)については，長期間を考えれば必ずしも成立しないが，短期間であれば成立すると考えられる．参加するかどうかは他の人の参加率によって決まるという仮定(a)と，閾値がある確率分布を持っているという仮定(b)については，十分に仮定できると考えられる．

閾値モデルでは，各個人の閾値の確率分布から，安定な均衡点を求め時間と共に参加率がどのように変化するかを検討する．すなわち談合が成立するためには，入札に参加する各個人の閾値分布に

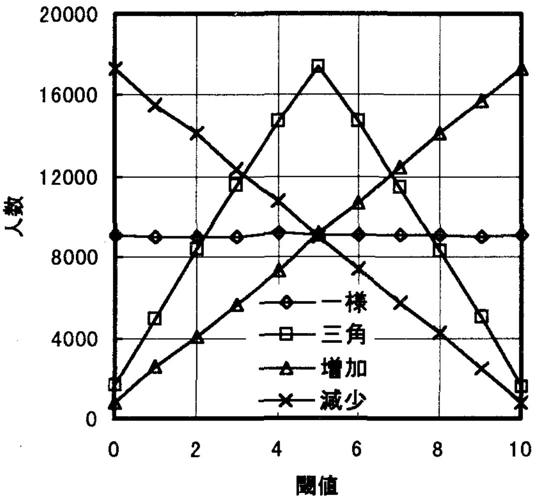

図-２　使用した閾値分布(1)

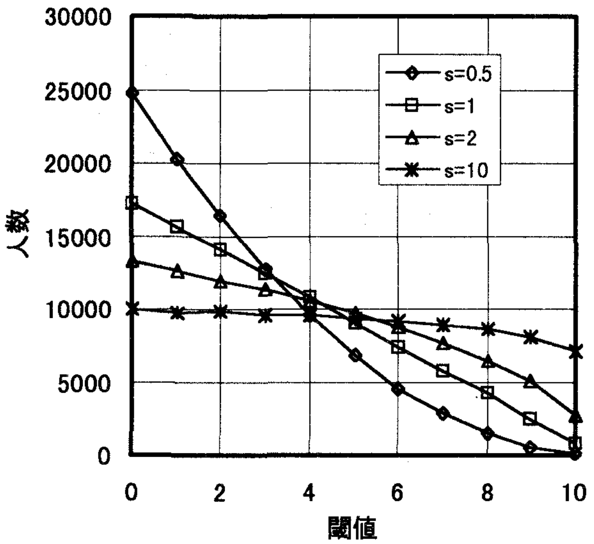

図-３　使用した閾値分布(2)

よって，参加者０の状態から全員が参加する状態に遷移するかどうかを見ればよい．談合が成立する確率については，ｎ人が入札に参加している場合に，閾値分布の起こりえる全ケース数に対する全員が談合に参加するケース数の比を取れば求められる．

閾値分布のケース数については，解析的な式で示すのは困難であるが，次の(9)式で示される漸化式で定義されるP_{ij}を使えば，$2P_{n,n+1}$と表現できる．

$$P_{i,j} = \sum_{i=1}^{i} P_{i,j-1}$$
$$P_{1,j} = P_{i,1} = 1 \tag{9}$$

ここで，ｎは入札に参加する人の人数である．

しかし，談合に全員が参加するケース数を任意の閾値分布に対して解析的に求めるのは，困難である．そこで，ここでは，モンテカルロ法により求めることとする．

閾値分布については，まず，極端な場合として(a) 一様分布，(b) 中央値で最大の確率を持つ３角分布，(c) 閾値が０の人が最大で閾値が最大の人まで直線的に減少する場合，逆に，(d) 直線的に増加する場合について検討する．これらの閾値分布を参加人数が１０人の場合に，100,000 個の乱数を発生させた場合が図-２である．つぎに，閾値が小さい人が多い分布から一様分布まで連続的に変化したときの変化を見るために，次の(10)式で累積密度関数が表現される場合について検討する．

$$f(t) = 1 - (1-t)^{\frac{s}{s+1}} \tag{10}$$

ここで，ｓは形をあらわすパラメータであり，ｓ＝１の時に閾値０で最大で閾値の範囲の上限で最小となる直線分布（上述の分布の(c)）となり，ｓが１より小さい時には閾値の小さな方の確率密度がさらに大きくなるような分布，ｓが大きくなり無限大では一様分布（上述の分布の(a)）となるような分布である．図-２と同様に，これを図示したのが図-３である．

これらの閾値の確率分布に対して，談合が成立する確率，談合が成立する速度（ここでは，談合が成立するまでに何ステップ必要であるかであらわす．）の平均値と標準偏差，その分布を検討する．ここで，談合が成立する場合は，最小な安定均衡点が入札参加者の人数と等しくなるということであるから，閾値０の人の人数が１以上で，かつ，閾値の累積分布関数が常に 45 度線より上にある状態として表現できる．なお，入札に参加する人の人数は２人から２０人とし，モンテカルロ法の試行は 10,000 回行うこととする．

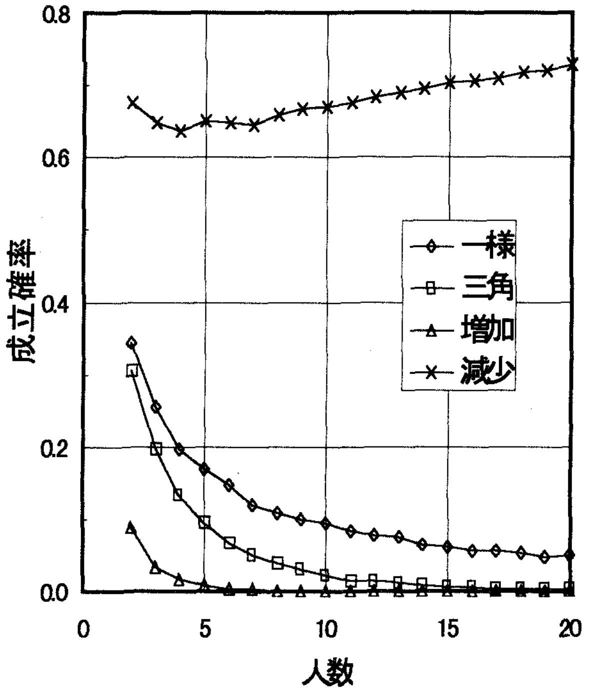

図-4　閾値分布(1)の場合の談合の成立確率

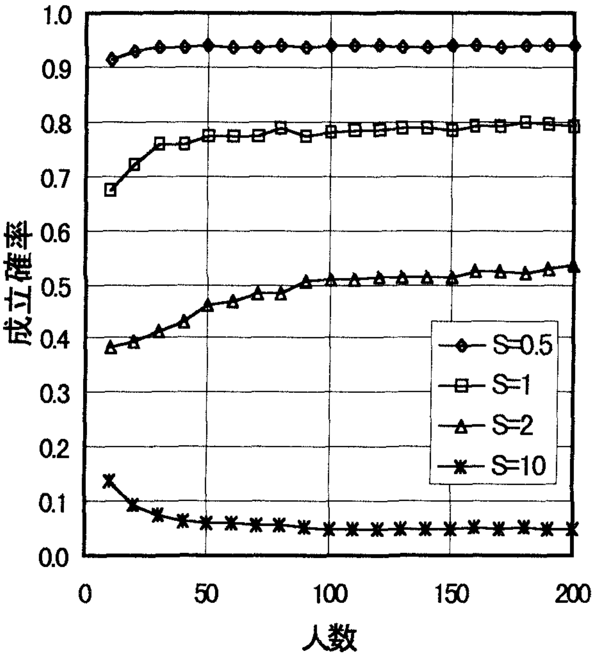

図-6　閾値分布(2)の場合の談合の成立確率

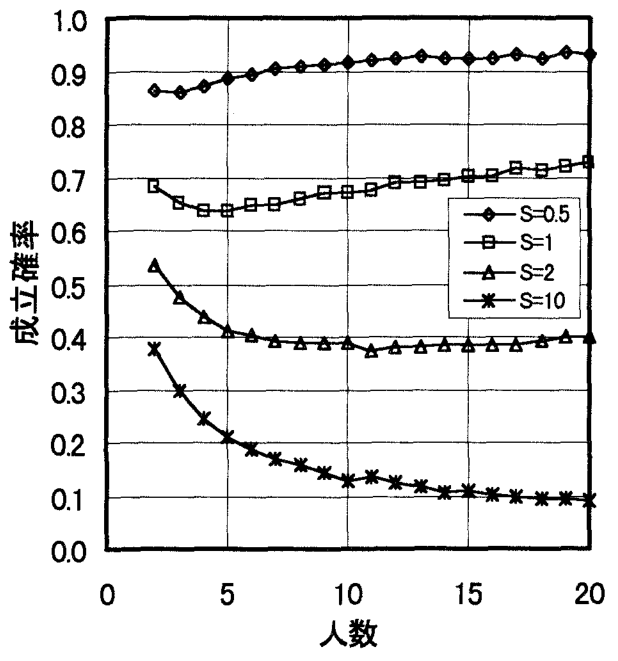

図-5　閾値分布(2)の場合の談合の成立確率

(2) 閾値分布の談合成立確率への影響

閾値分布(1)について，談合の成立確率を図示したものが図-4である．これによれば，一般に，閾値の小さな人が多いほど談合の成立確率は大きくなる．一方，入札参加人数との関係は，減少分布以外では参加人数が増加するほど成立確率は小さくなる．ところが，減少分布では，入札参加人数が５人位のところに最小値があり，それ以上では成立確率が増加する．同様に閾値分布(2)について，談合の成立確率を図示したものが図-5である．これについても，閾値分布(1)の場合と同様のことが言える．

減少分布の場合に，人数の増加と共に談合の成立確率が増加するという現象は，一見奇妙である．そこで，さらに入札への参加人数が増加した場合についても検討した．図-6は，閾値分布(2)について，入札参加人数を 200 人まで増加した場合の談合の成立確率を示したものである．これによれば，談合の成立確率は増加するが，上限があることがわかる．この理由は，閾値の小さな人の確率が多い場合（ｓが小さい場合）には，参加人数が増えるにしたがって　閾値の小さな人が増えやすいが，一様分布（ｓが大きい場合）では，参加人数が増えても閾値の小さな人の増え方がそれ程大きくないためと考えられる．これらから，談合の成立確率は，閾値の小さな人の人数で規定されると推定される．これは，少しでも談合に参加する人がいれば談合に参加しようと考えている人が多ければ，人数によらず，かなりの確率で談合が成立することを示している．

また，入札への参加人数が１０人程度の場合には，閾値の分布が減少分布よりも閾値が小さな方

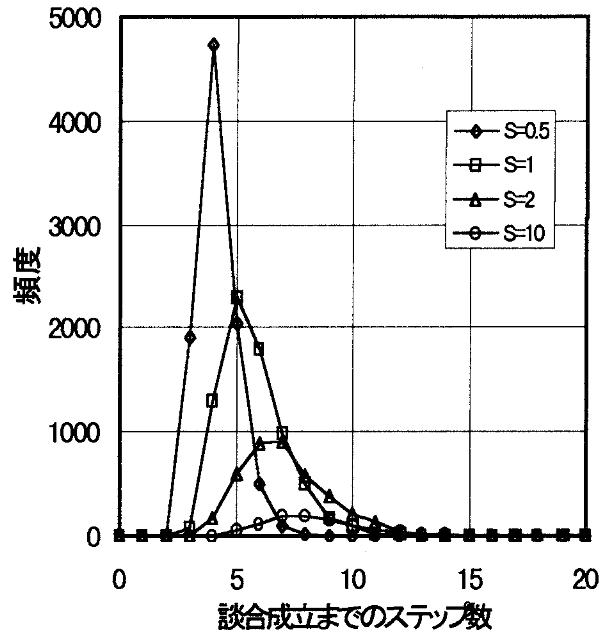

図-7　談合成立までのステップ数の分布

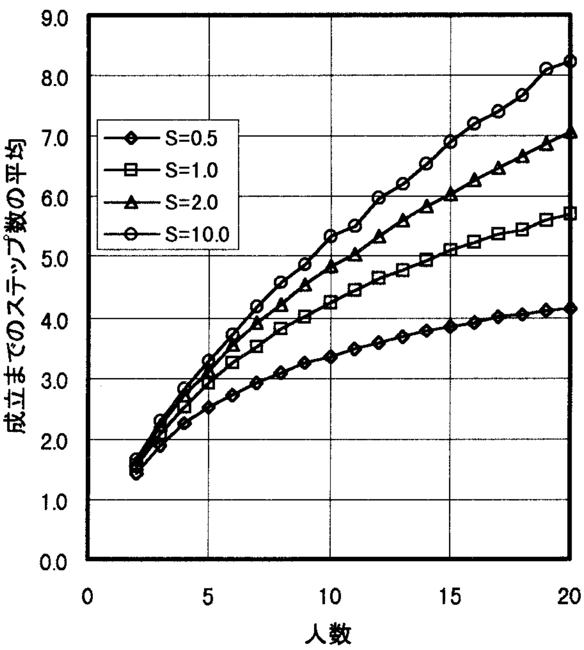

図-8　談合成立までのステップ数の平均値

の人が多ければ，0.6 程度以上のかなりの確率で談合が成立し，一様分布の場合でも 0.1 以上の確率で成立することがわかる．

以上より，一般に，談合が成立する可能性はかなり高いと推測できる．

(3) 閾値分布の談合の成立速度への影響

談合が成立する可能性がかなり高いことが分かったが，次に，談合が成立するとすれば，どのく

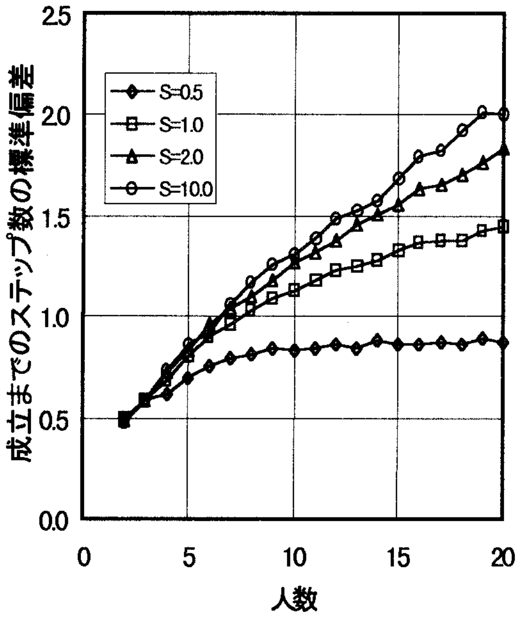

図-9　談合成立までのステップ数の標準偏差

らいの速さで成立するのかを検討する．

図-7は，閾値分布(2)の場合について，談合が成立するまでに必要なステップ数の分布を，入札の参加者数が２０人の場合について，10,000 回のうち何回生じたかによって示したものである．また，図-8は，談合が成立するまでに要したステップ数の平均値を示したものであり，図-9は，その標準偏差を示したものである．これによれば，閾値が小さい人が多いほど平均のステップ数は少なく，一様分布に近づくほど，ステップ数は多く必要となる．すなわち，閾値の小さな人が多いほど，談合はすぐに成立するのに対して，一様分布の場合には，ｓ＝0.5 の場合の２倍ほどの時間がかかり，約８ステップ必要となる．また，当然ながら，人数が多いほど多くのステップが必要となるが，速度という意味で，参加者が１人増えるのに必要な平均のステップ数は，人数が多いほど少なくなる．

４．結論と今後の課題

談合の成立可能性について，閾値モデルを適用して分析した．その結果，談合は閾値の分布が小さい方で大きい場合には，かなり大きな確率で成立することが判明した．特に，コアになる人がいれば，その傾向は強まることを示唆している．

今後，実態との比較を行うとともに，談合を防

止するための戦略についての検討をする必要がある．

【参考文献】

1) 公共事業の入札・契約手続の改善に関する行動計画について，平成６年１月１８日，閣議了解
2) 島崎敏一,"ゲーム理論による談合の分析",建設マネジメント研究論文集，土木学会，Vol.4, pp.21-28, 1996.12.
3) 石井健一，微分方程式型モデルによる普及現象の分析，行動計量学，Vol.12, No.1, 1984, pp.11-19.
4) Mark Granovetter and Roland Soong, Threshold Models of Diffusion and Collective Behavior, J. of Mathematical Sociology, 1983, Vol.9, pp.165-179.
5) Mark Granovetter, Threshold Models of Collective Behavior, American Journal of Sociology, 1978, Vol.83, pp.1420-1443.
6) Mark Granovetter and Roland Soong, Threshold Models of Interpersonal Effects in Consumer Demand, J. of Economic Behavior and Organization, 1986, Vol.7, pp.83-99
7) Mark Granovetter and Roland Soong, Threshold Models of Diversity: Chinese Restaurants, Residential Segregation, and the Spiral of Silence, Sociological Methodology, 1988, pp.69-104.
8) 石井健一，世論過程の閾値モデル，理論と方法, 1987, Vol.2, No.1, pp.15-28
9) 石井健一，情報機器の普及モデル，高度情報社会のコミュニケーション,東京大学出版会, pp.72-86.

ANALYSYS OF SUCCESS CONDITION OF "DANGO" BY THRESHOLD MODEL

Toshikazu SHIMAZAKI

Due to the severe financial conditions, the budgets for the public works are requested to reduce, recently. On the other hand, an objective, transparent and competitive procedure of bidding and contract have been eagerly sought in Japan, due to both happening of "dango", or unfair trade on public works bidding in early 1990s, and the request from foreign countries for the opening of the construction market of Japan. "Action Plan for Improvement of Bidding and Contract Procedures in Public Works" was decided at the Cabinet in June, 1994, which proposes to give more severe penalty for the unfair trade, for example. Unfair trades may be increased under current severe conditions, it is important to take effective measures to prevent them. Due to that it is difficult to obtain an objective data on unfair trade because of its nature, there have been few theoretical analysis on this subject. Looking at the fact that the "dango" is completed only when all the people concerned agree to participate, the paper analyzes the behavior using the Threshold Model.