ゲーム理論による談合の分析

ANALYSYS OF "DANGOU" BY GAME THEORY

日本大学　島崎敏一*
By Toshikazu SHIMAZAKI

１９９０年代はじめに多発した公共事業の発注をめぐる一連の不祥事および建設市場の国際的な開放の要求に端を発して，客観性，透明性，競争性の高い入札，契約手続きが求められるようになった．そのため，不正行為に対するペナルティの強化などを趣旨とする公共事業の入札・契約手続の改善に関する行動計画が平成６年１月に閣議了解された．不正行為については，基礎的なデータを得るのが困難であるなどの理由から，これまでは，理論的な分析はあまりなされてこなかった．本論文は，談合などの行為を純粋な経済行動であると考え，ゲームの理論を適用してその発生メカニズムを解明しようとするものである．

キーワード：入札，談合，ゲーム理論

1．はじめに

１９９０年代はじめに多発した公共事業の発注をめぐる一連の不祥事および建設市場の国際的な開放の要求に端を発して，客観性，透明性，競争性の高い入札，契約手続きが求められるようになった．具体的には，”公共事業の入札・契約手続の改善に関する行動計画”が，平成６年１月に閣議了解[1]された．その趣旨は，

(a) 一般競争入札の導入
(b) 公募型指名競争入札の導入
(c) 入札監視委員会の設置
(d) 工事完成保証人制度の廃止と履行ボンドを含む新しい保証制度の導入
(e) 共同企業体制度の改善
(f) 発注予定工事情報の公表
(g) 企業評価のためのデータ・ベースの整備
(h) 経営事項審査制度の改訂
(i) 不正行為に対するペナルティの強化
(j) 独占禁止法に関する公共入札のガイドラインの策定

などであり，談合などの不正行為に対する抑止手段としては，ペナルティの強化などが考えられている．また，これに基づき，不正行為の防止に資するための措置として，入札監視委員会の設置[2]，不正行為の処分に対する基準[3]などについての通達が出されている．

談合などの不正行為については，その性質上，基礎的，客観的なデータを得るのが困難であるなどの理由から，これまでは，理論的な分析はあまりなされてこなかった．本論文は，談合などの行為を純粋な経済行動であると考え，ゲームの理論を適用してその発生メカニズムを解明しようとするものである．これにより，談合行為の発生防止のための方策の検討に資することを目的とする．

2．ゲームの理論におけるジレンマ

（1）　ゲームの理論と均衡解

ゲームの理論は，フォンノイマンやモルゲンシュテルンら[4]により，１９２０年代に開始された．ゲーム理論では，勝つことを目指した合理的なプレーヤーの行動を分析しようとする．ここで，ゲームとは，次の条件を満たすものを言う[5]．

＊ 理工学部土木工学科　03－3259－0989

表－1　コイン合わせの利得行列

プレーヤー	手	B 表	B 裏
A	表	１０	－１０
	裏	－１０	１０

(a) ２人以上のプレーヤー
(b) プレーヤーの打てる手，ゲームの終了，勝敗を決める規則
(c) ゲームの勝敗により支払う額の規則

ゲームは，上述の条件に関連して，次のように各種の観点から分類できる[5, 6]．

(a) プレーヤーの数

２人の場合とそれ以上では，本質的に異なり，一般には，２人ゲームと***n***人ゲーム（$n>2$）に分けられる．

(b) 支払い額

各プレーヤーの受取額の和が０になる０和ゲームと０にならない非０和ゲームにわけられる．

(c) 情報

それ以前の手番での結果を完全に知っている完全情報ゲームと，そうではない不完全情報ゲームがある．

(d) 協力

０和ゲームでは，一方のプレーヤーが利得を得れば，他方のプレーヤーはかならず損失を受けるので，協力することは，ありえない．しかし，非０和ゲームでは，協力することにより，双方にとって妥協できる解があることがある．これを，協力ゲームといい，協力が許されていないものを非協力ゲームという．

(e) 段階数

あるゲームが繰り返される場合には，孤立した１回のゲームとして行われる場合と最適戦略が異なることがある．これを，多段階ゲームあるいは繰り返しゲームという．

ゲームの条件を満たすもっとも基本的なゲームは，繰り返しのない非協力０和２人ゲームであり，プレーヤーの数は２人であり，各ゲームにおける２人の利得の合計は０というものである．このゲームは，たとえば，A，B２人のプレーヤーがいて，２人がコインの表あるいは裏の同じ面を出せば，BがAに１０単位を支払い，出した面が異なれば，AがBに１０単位を支払うというコイン合わせといわれるものので，**表－1**のような利得行列で表現できる．フォンノイマンは，０和２人ゲームには，均衡解が存在し，ミニマックス解がそれになることを証明した．なお，協力を許す***n***人ゲームは，２人ゲームに帰着でき，ミニマックス解が均衡解となることが知られている．また，一般に非協力***n***人ゲームについては，混合戦略として均衡解が存在することが知られている．

（２）　ゲームの理論におけるジレンマ

０和２人ゲームの場合には，ミニマックス解が均衡解となったが，非０和２人ゲームの場合にも，ナッシュは，均衡解が存在することを証明した．しかし，実際には，この均衡解はプレーヤー双方にとって，好ましくない結果ををもたらすこともある．これが，ジレンマを生じさせる原因となる．

ガイヤーとラパポート[7]は，２人のプレーヤーが，それぞれ２つの選択肢から１つを選ぶという2×2の単純なゲームは，７８種類あることを示した．このうち，プレーヤーの立場を入れ替えても利得が同じであるような対称ゲームを考える．協調戦略を取った場合をC，裏切り戦略を取った場合をDであらわし，２人の手に応じた利得をつぎのようにあらわす．

ＣＣ＝２人が協調した場合に双方が受ける利得，
ＤＤ＝２人が裏切った場合に双方が受ける利得，
ＣＤ＝１人が協調し，他が裏切った場合に協調したプレーヤーが受ける利得，
ＤＣ＝１人が協調し，他が裏切った場合に裏切ったプレーヤーが受ける利得，

今，利得の絶対値は考えずに，相対的な大きさだけを考えると，これらの利得を大きさの順に並べた場合の並べ方には，２４種類あるが，そのうち，自分が裏切ったほうが得になる次の４種類だけがいわゆるジレンマの状況をあらわし，それぞれに示すように，名付けられている．

(a) ＤＣ＞ＤＤ＞ＣＣ＞ＣＤ　行き詰まりゲーム
(b) ＤＣ＞ＣＣ＞ＤＤ＞ＣＤ　囚人のジレンマ
(c) ＤＣ＞ＣＣ＞ＣＤ＞ＤＤ　チキンゲーム
(d) ＣＣ＞ＤＣ＞ＣＤ＞ＤＤ　鹿狩りゲーム

行き詰まりゲームの利得行列は，たとえば，**表－2**のようにあらわされる．この場合には，２人とも裏切るのが，ナッシュの均衡解になるが，得られる

表－2　行き詰まりゲームの利得行列
("，"の左がAのプレーヤーの利得)

プレーヤー 手		B	
		C	D
A	C	1，1	0，3
	D	3，0	2，2

表－3　囚人のジレンマの利得行列
("，"の左がAのプレーヤーの利得)

プレーヤー 手		B	
		C	D
A	C	2，2	0，3
	D	3，0	1，1

利得は2であり，自分が裏切り相手が協調するという最善の場合の3よりは小さくなる．このため，2人とも裏切ることとなる．ただし，この場合，裏切るのが均衡解となるので，本当の意味でのジレンマとはいえない．

囚人のジレンマは非常に有名であるが，利得行列は，たとえば，**表－3**のようにあらわされる．この場合には，裏切りを選べば，相手の手にかかわらず，協調を選んだ場合よりも大きな利得を得られ，ナッシュの均衡解となる．したがって，プレーヤーが合理的であれば，共に裏切りを選び，1という利得を得るはずである．ところが，双方が協調すれば，2という利得を得られることになり，ジレンマが生じることになる．

チキン（弱虫）ゲームの利得行列は，**表－4**のようにあらわされる．このゲームの状況は次のようなものである．ある道路上を向かい合わせて，車が走り，どちらが最後までハンドルを切らずに直進できるかというゲームである．この場合のナッシュの均衡解は，1人がよけ，他が直進するという2つのケースが存在する．すなわち，相手とは正反対の選択をしたいと思うことになる．しかし，これでは，合理的に判断した結果として明らかに直進するケースが生じ，双方が死ぬという双方にとって好ましくないことが起きる．

鹿狩りゲームの利得行列は，**表－5**のようにあらわされる．このゲームの状況は，次のとおりである．鹿狩りをするには，複数の狩人の協調が必要である．

表－4　チキンゲームの利得行列
("，"の左がAのプレーヤーの利得)

プレーヤー 手		B	
		よける	直進
A	よける	2，2	1，3
	直進	3，1	0，0

表－5　鹿狩りゲームの利得行列
("，"の左がAのプレーヤーの利得)

プレーヤー 手		B	
		鹿	兎
A	鹿	3，3	0，2
	兎	2，0	1，1

狩りに行ったときに，ある1人が持ち場を離れて，足元の兎を追いかけて，仕留めたいと思ったような場合である．このゲームのナッシュの均衡解は，協調して鹿を取ることであるが，収穫が0であるよりは良いと思って，兎を追いかけることがあるのがジレンマのもとである．すなわち，協調して鹿を取るのが最善であるが，相手が合理的な判断をしないと考えられる場合や，思わぬ行動をすると考えられる場合には，裏切る者が出てくる．特に大きな集団の場合には，こうしたことが起きやすい．実は，これによって，談合の行動があらわされることが，次に，示される．

3．談合行動のゲーム理論による定式化

（1）　基本的な利得行列

談合行動をゲームの理論を使用して解析するには，まず，利得行列を求める必要がある．ここでは，次の仮定を置く．

(a) ゲームのプレーヤーは2人である．入札に参加するもののうちの1人と残りが連合したものを仮想的に他の1人と考える．この他に，2人と$(n-2)$人の組合わせによる協力関係などがあり，これらのうち，もっとも有利な組合わせによる協調が，実際には生じることになるが，ここでは，もっとも単純な場合を考える．

(b) ゲームは，無限回繰り返される．

表－6　談合が発覚しない場合の利得行列
（"，"の左がAのプレーヤーの利得）

プレーヤー		B	
手		非談合	談合
A	非談合	1，1	a，0
	談合	0，a	b，b

表－7　談合が発覚した場合の利得行列
（"，"の左がAのプレーヤーの利得）

プレーヤー		B	
手		非談合	談合
A	非談合	1，1	a，$-c$
	談合	$-c$，a	$-c$，$-c$

すなわち，談合を繰り返し協力非0和2人ゲームと考える．この時，談合が発覚しなかった場合の利得行列は，一般に，だれも談合せずに，公正な競争をして，入札をした場合の利得を1として正規化して考えれば，次の**表－6**のとおりになる．なお，一般には，利得には非金銭的な項目も含まれ，利益とは一致しないが，ここでは，少なくともその大小関係は一致すると考える．

プレーヤーAは談合をしないで，プレーヤーBが談合をしていた場合を考える．談合の本質については，参加者が平均的に利益をあげることが目的であるとする考え方など，さまざまなものがある．ここでは，純粋に経済的に考えて，談合をしなかった場合よりも大きな利得をあげることが談合の目的であると考えれば，一般には，プレーヤーBの入札価格は，プレーヤーAの入札価格よりも高くなるはずである．したがって，プレーヤーAが談合に参加していなければ，プレーヤーAが落札するはずであり，プレーヤーBはその仕事を取れないことになり，利得も0となる．なお，実際には，入札の準備費用なども必要となりむしろマイナスとなることが考えられるが，ここでは，0と考える．一方，談合をしなかったプレーヤーAは落札することができるが，その時の利得aは，公正な競争をした場合に比べて必ずしも最低価格になっているとは限らないので，$a>1$であると考えられる．ただし，シェアの確保，制裁などを目的として，ダンピングという形で談合をした場合には，談合をしたプレーヤーBが落札することになるが，これは，短期的なものであると考えられる．したがって，仮定(b)により無限回繰り返される場合には，定常状態になった場合を考えればよく，**表－6**に示すような関係になると考えられる．また，プレーヤーAが，単独でダンピングをした場合には，Aが確実に落札できることになるが，値の大小関係は変わらない．

さらに，全員が談合をした場合の利得bは，上記のaよりも大きくなるのはほぼ明らかである．なお，仮定によりこのゲームは繰り返されるので，何度かに1度は落札できることになる．したがって，a，bの間には次の関係があることになる．

$$1<a<b$$

この関係は，この利得行列が，上述の鹿狩りゲームの場合と同じであることを示している．ただし，鹿を獲ることが談合をすることに，兎を獲ることが談合をしないことに対応する．ナッシュの均衡解は，あきらかに全員が談合することが，"合理的"であることを示している．しかし，談合は不正行為とされており，談合に参加しない人が出る可能性もかなり高い．とくに，入札に参加する人の数が多ければ，談合に参加しない人が出る可能性は高くなる．そこで，談合すべきか否かというジレンマが生じることになる．

次に，談合が発覚した場合の利得行列は，発覚しなかった場合と同様に正規化して考えれば，**表－7**のとおりになる．

プレーヤーAが談合をしなかった場合には，談合が発覚した時は，実際には，再入札などが行われることもあり，かならずしも同じとはいえない場合もあるが，ここでは，談合をしなかったプレーヤーについては，談合が発覚しなかった場合と利得行列は同じであると考える．談合をして，発覚した場合には，各種のペナルティが与えられる．したがって，$c>0$である．ここで，ペナルティとしては，**表－8**のようなものがある[8)]が，これらには，課徴金などのように直接的に金銭で表現されるものと，競争参加資格剥奪などのように直接には金銭で表現できないものが含まれる．ここでは，これらすべてを含めてペナルティと考える．

(2)　定式化

談合が発覚するかどうかは，やってみなければわからない．そこで，談合が発覚する確率をpとする

表－8　公共工事における不正行為に対する主なペナルティ

種類		主なペナルティ
発注者	一般競争	競争参加資格剥奪（予算決算及び会計令第７１条）
		資格登録取り消し（予算決算及び会計令第７１条）
	指名競争	競争参加資格剥奪
		資格登録取り消し
		指名停止
建設業法		許可取り消し
		営業の全部又は一部の停止（建設業法第２８条第３項）
		指示（建設業法第２８条第１項，第２項）
刑罰		建設業法（無許可営業，営業停止処分違反など）
		刑法（贈賄罪，談合罪など）
		政治資金規制法
		公職選挙法
		独占禁止法など
経済的制裁		独占禁止法課徴金(私的独占の禁止及び公正取り引きの確保に関する法律第７条の２)
		罰金（私的独占の禁止及び公正取り引きの確保に関する法律第８９条－第９８条）
		独占禁止法違反の損害賠償請求(私的独占の禁止及び公正取り引きの確保に関する法律第２５条，第２６条)

表－9　談合の発覚確率を考慮した利得行列
（”，”の左がAのプレーヤーの利得）

プレーヤー		B	
	手	非談合	談合
A	非談合	1，　1	a，　$-p \cdot c$
	談合	$-p \cdot c$，a	$b \cdot (1-p) - p \cdot c$，$b \cdot (1-p) - p \cdot c$

と，実際の利得行列は，発覚しないときの利得行列が$(1-p)$の確率で，発覚したときの利得行列がpの確率で生じるときの期待値になると考えられ，**表－9**のようになる．

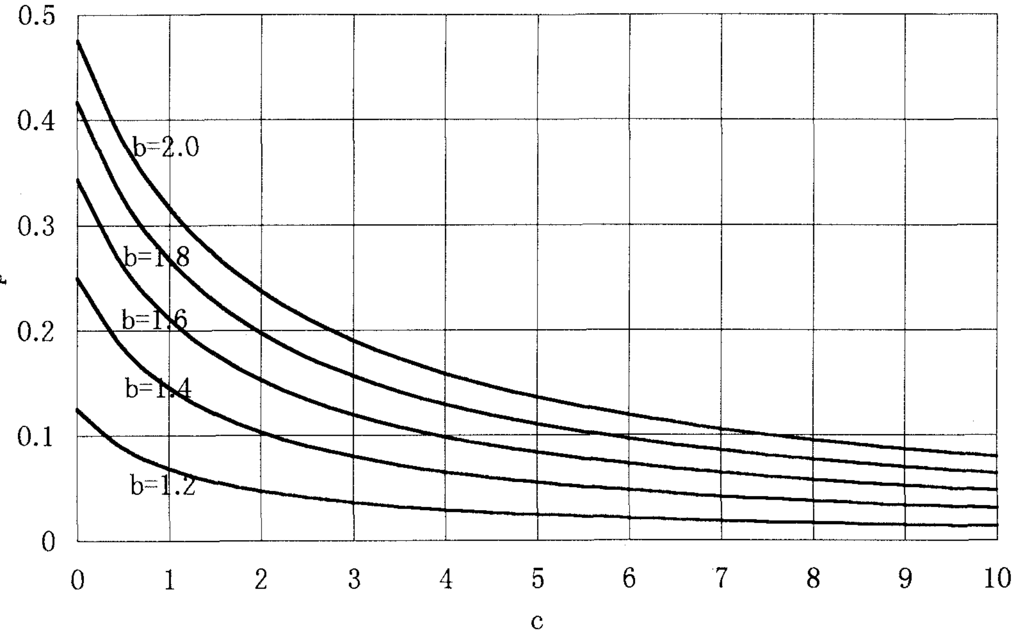
4．モデルの解と解釈

（1）　モデルの解

今，利得行列は対称なので，プレーヤーAについて考える．その利得の大小関係は，次のとおりである．

(a) プレーヤーAが非談合で，プレーヤーBが非談合と談合の場合の利得の大小関係

$$1 < a$$



図－１　談合が起きる条件（$a = 1.05$）

(b) プレーヤーAが談合で，プレーヤーBが非談合と談合の場合の利得の大小関係

$$-p \cdot c < b \cdot (1-p) - p \cdot c$$

(c) プレーヤーB が非談合で，プレーヤーAが非談合と談合の場合の利得の大小関係

$$1 > -p \cdot c$$

なお，プレーヤーBが談合で，プレーヤーAが非談合と談合の場合の利得の関係aと$b \cdot (1-p) - p \cdot c$については，場合による．

完全に協調でき，発覚しないことがわかっていれば，談合をするのが最善の戦略であるが，この２つの条件は，満たされるとは限らない．そこで，いろいろな行動基準が考えられるが，まず，最悪の場合の利得を最大にするというミニマックス基準をその戦略とした場合を考える．この場合には，上述の不等式から，非談合の戦略を取るのが最善である．一方，フルヴィッツの基準[9]の楽観係数が１の極端な場合として，期待される最大の利得を最大にするというマクシマックス基準を取った場合には，aと$b \cdot (1-p) - p \cdot c$の大小関係により，次の２つのケースがありえる．

(a)　$p > \dfrac{b-a}{b+c}$の時には，非談合．

(b)　$p < \dfrac{b-a}{b+c}$の時には，談合．

これらより，プレーヤーがマクシマックス基準で行動し，$p < \dfrac{b-a}{b+c}$の時に，談合が起きる可能性があることがわかる．

（２）　モデルの解釈

上述の関係を，グラフであらわせば，**図－１**のようになる．**図－１**は，横軸にペナルティcをとり，縦軸に発覚確率pをとったものであり，$b = 1.2$～2.0，$a = 1.05$の場合を示している．談合をしたときの利得bの各値に対応する曲線より上では談合をしないことが，曲線より下では談合をすることが，それぞれ最善の戦略となることを示している．なお，縦軸との交点の値は，$1-\dfrac{a}{b}$である．これによれば，a，b，cの各変数の大きさと談合の起こりやすさの関係について次のことがいえる．相手が談合をしていて自分が談合をしなかった場合の利得aにつ

いては，$a=b$，すなわち，談合をしたときの利得が相手が談合をして自分は談合をしないときの利得と等しければ，談合は起きない．しかし，$a=b$ は談合の性質から考えて実際には起こりえないと考えられる．談合をしたときの利得 b については，大きければ大きいほど，談合が起きやすい．ペナルティ c については，いくら大きくても談合が起きる可能性は，０にはならない．

以上をまとめれば，次のことがいえる．

(a) ペナルティ c はいくら大きくしても，談合は起きる可能性がある．また，その確率は，ペナルティ c の逆数に比例して減少するので，ペナルティ c がすでに大きければ，確率の減少はゆるやかである．

(b) 発覚確率が，$\dfrac{b-a}{b+c}$ 以上であれば，談合は起きない．

(c) 談合をしたときの利得 b は，大きければ大きいほど談合が起きやすくなる．

５．結論と今後の課題

以上，いくつかの仮定をおいて，談合行動をゲームの理論によりモデル化し，その解を求めた．その結果，談合が発覚したときのペナルティをいくら大きくしても，談合は起こり得ること，発覚確率がある値以上ならば，談合は起きないことが示された．現在，公共事業の入札にあたっての不正行為の防止については，ペナルティの強化がうたわれることが多いが，その強化の程度は必ずしも理論的に決定されていないように思われる．この結果によれば，現在の p，a，b の値がわかれば，どの程度，ペナルティ c を増加すれば良いかの値が求められることになる．また，コストはかかるが，不正行為を発見する確率を高めることのほうがより直接的な効果があると考えられる．限られた解析ではあるが，今後，こうした点は十分に検討する必要があると考えられる．

今後の課題としては次のことが考えられる．

(a) １９９０年代初頭に発生した公共事業の入札時の不正行為については，発注者側が関っていたケースもあった．現在のモデルは入札側の行動だけをモデル化しているが，今後，発注者の行動を含めたモデルとするため，３人ゲームの開発を考慮する必要がある．

(b) 問題の性質上，困難ではあるが，談合をした場合の利得の大きさ，非金銭的なものを含めたペナルティの大きさなどを，新聞報道など公表されたデータから客観的に決定する方法を開発し検証する必要がある．可能な方法として考えられるものは，次のとおりである．発覚確率 p については，一定期間における談合の発覚件数を発注件数で除する．ただし，これは，p の下限の値と考えられる．談合をしないプレーヤーの利得 a については，入札金額あるいはマークアップ率の分布を求めその平均とする．談合をした場合の利得 b については，摘発されたケースについての入札金額の分布を求め，その平均とする．ペナルティ c については，課徴金などについてはその額とし，競争参加資格停止などについてはその期間における期待利益額として，これらの和を求める．

(c) 囚人のジレンマなどについては，基本的には協調戦略をとり，相手が裏切った場合にその次の回のみ裏切るという単純オウム返し戦略が長期的には利得が大きくなることが実験的に示されている[10]．本モデルについても，実験的な方法で最適戦略を発見し，それに基づいた談合の防止策の検討を行う必要がある．

(d) フルヴィッツの楽観係数を導入し，行動戦略としてミニマックス解とマクシマックス解の中間の戦略をとった場合について，解析する必要がある．

(e) 入札参加者数を含めてモデル化し，参加者数の影響を解析する必要がある．

６．おわりに

談合の防止を始めとする公共事業の入札における不正行為の防止は，今後の，日本の公共事業の実施にあたって，非常に重要な課題である．本研究が，その一助になることを希望する．

参考文献

1) 公共事業の入札・契約手続の改善に関する行動計画について，平成６年１月１８日，閣議了解．

2) 入札監視委員会の設置及び運営について，地方建設局長あて建設大臣官房長通達，平成６年３月３１日．

3) 不正行為に対する監督処分の基準について，

建設省経建発第１３３号，平成６年６月３日．
4) Neumann, John von and Oskar Morgenstern, Theory of Games and Economic Behavior, Princeton, N.J., Princeton University Press, 1944.
5) 西田俊夫，ゲームの理論，日科技連出版社，１９７３年．
6) 鈴木光男，新ゲーム理論，勁草書房，1994.
7) Guyer, Melvin J. and Anatol Rapoport, "A Taxonomy of 2 x 2 Games," General Systems, No.11, pp.203-214, 1966.
8) 入札制度問題研究会，新公共入札・契約制度実務ハンドブック，大成出版，１９９４．
9) Ａ．コーフマン（国沢清典監訳），ゲームの理論，東洋経済新報社，昭和５２年．
10) Axelrod, Robert, The Evolution of Cooperation, New York, Basic Books, 1984.

ANALYSYS OF "DANGOU" BY GAME THEORY

In early 1990s, there happened many cases of "dangou", or unfair trade on public works bidding. Due to both of these cases and the request from foreign countries for the opening of the construction market of Japan, an objective, transparent and competitive procedure of bidding and contract have been eagerly sought in Japan. "Action Plan for Improvement of Bidding and Contract Procedures in Public Works" was decided at the Cabinet in June, 1994, which proposes to give more severe penalty for the unfair trade, for example. Due to that it is very much difficult to obtain an objective data on unfair trade because of its nature, there have been few theoretical analysis on this subject. Supposing that thce "dangou" is a pure economic behavior, the paper analyzes the behavior using Game Theory.