作業の日数と費用のあいまいな判断を考慮した近似最適工程計画手法

Approximately Optimal Schedule Procedure of Project under Fuzzy Activities Duration and Fuzzy Cost Estimation

九州大学　樗木　武*
九州大学　○曽　浩璽**
九州大学　辰巳　浩***
九州大学　黄　文吉**

By Takeshi CHISHAKI,Hao-Hsi TSENG,Hiroshi TATSUMI,Wen-Chin HUANG

ネットワーク理論に基づいて，時間と費用のトレードオフの関係を捉え，工期や費用を求める手法としてCPMが広く使われている．しかし，現実のプロジェクトに適用する際，現場の状況に即す観点でいえば，作業要素における作業日数の推測があいまいな判断とならざるを得ない場合があり，あるいは，作業費用に関し確定的な把握が困難であるなどの問題が指摘されている．そこで，本研究では，あいまいな推定を導入することによって，作業日数及び作業費用を現場の状況に即して把握し，また両者を調整し，従来の手法よりもさらに現実的ともいえる妥協的な工程計画立案の手法を提案するものである．さらに，提案モデルの近似解法について検討するとともに，適用上の工夫について考察するものである．

【キーワード】：工程計画，ネットワーク問題，時間-費用のトレードオフ，ファジー推定

1．はじめに

土木工事の日程計画を検討する一手法としてＰＥＲＴがあり，また，その利用目的に合わせて工夫したＰＥＲＴ／ＣＯＳＴなどの類似手法がある．これらの各手法は今日においても実務の上で広く用いられている[2,3]．

他方，著者らは，従来型ＰＥＲＴ手法を現実のプロジェクトに適用する際，現場の状況に即すため，作業要素における作業日数の推測としてあいまいな判断をせざるを得ない場合があることを踏まえたファジーＰＥＲＴ（ＦＰＥＲＴ）を新たに提案した[1]．

しかし，こうしたＰＥＲＴ系手法はあくまでも時間という要素がまず優先し，その時間スケジュールのもとで，資源はどのように配分されるか，あるいは費用はどのように計画管理されるかという内容の検討である．したがって，これらの手法の意味するところは，時間的な推移に従う工程の管理であって，ある与えられた工事の満足すべき費用や工期，あるいは少なくともそれら両者の妥協解を求める手法であるとはいえない．

費用と工期の関係を調整する能力をもつ手法とすればＣＰＭの適用が考えられる．すなわち，各作業の所要日数対費用の関係をしらべ，ある与えれた費用と工期に関する妥協解を求めることである．しかし，これはそのままでは経験と勘にたよる考察によらざるをえないところから問題がある．すなわち，先に述べた作業日数の確定的な扱いのほかに，確定的な費用の設定は実際には難しく，確実に把握できないという問題がある．一般に作業速度を速めるためには，超過勤務，多数の未熟練非能率労務者の増加，高価な材料や役務の調達，作業機械の稼働率増大あるいは台数の増設というような手段が必要であり，これらの手段に伴って直接費は増加し，その反面で日程が短縮されるものである．このことに関連してＣＰＭ手法では，作業日数を短縮する費用増加

*工学部建設都市工学科　092-641-1101 内線 5198
**工学研究科土木工学専攻 092-641-1101 内線 5202
***工学部建設都市工学科　092-641-1101 内線 5202

率を1点見積もりで確定的に扱うこととなる．しかし，実際問題として，ある作業を短縮するとき，作業員の残業とか，機械稼働率を高めることだけで処理できるか，あるいは投入する機械，資材，労務者を増やして処理しなければならないか，また，その作業効率はどのように変化するかといったことなどの難しい判断がある．こうしたことから，費用増加率を決めるにしても，例えば“作業を1日短縮するためには最大1日30万円の追加をみておけば十分である．しかし，どんなに節約してもそれを20万円以下にさげることはできないであろう”などといった推定が当然ありうる．したがって，作業費用の推定は必ずしも確定的に扱い得るものではなく，むしろあいまいな推定による扱いがより現実である．

そこで，本研究では，作業日数と作業費用のあいまいな推定を同時に考慮し，それらの調整のもとで新たな工程計画を行う手法を提案するものであり，本文はそのモデルと近似解法について検討すると共に，適用上の工夫について考察するものである．

2．作業費用のあいまい推定

プロジェクトの費用について考える場合，直接費と間接費に大別することができる．直接費は労働力に対する工賃，材料費，機械使用費が主なもので，工事に直接かかる費用である．また，直接費は一般的に工期を短縮すると共に増加する．一方，間接費は事務費，管理費などをいい，工期と共にほぼ比例して増加する．

各作業について，全く無理をしない普通の状態で作業を遂行する場合に要する時間あるいは最大限必要な作業時間を標準時間（Normal time）と呼び，それに対する所要費用を標準費用（Normal cost）とする．また，それらの作業について，日程短縮のため単位日数当たりの費用増加額を費用勾配と称する．そして，直接費用は推測された標準費用と費用勾配によって算出される．

費用勾配に関しあいまいな推定をせざるを得ない理由は既に述べた．しかし，費用勾配の推定があいまいであるといってもその内容は一通りでなく，それらを整理すれば結果的に次の4タイプに分けられる．

（1）タイプ1

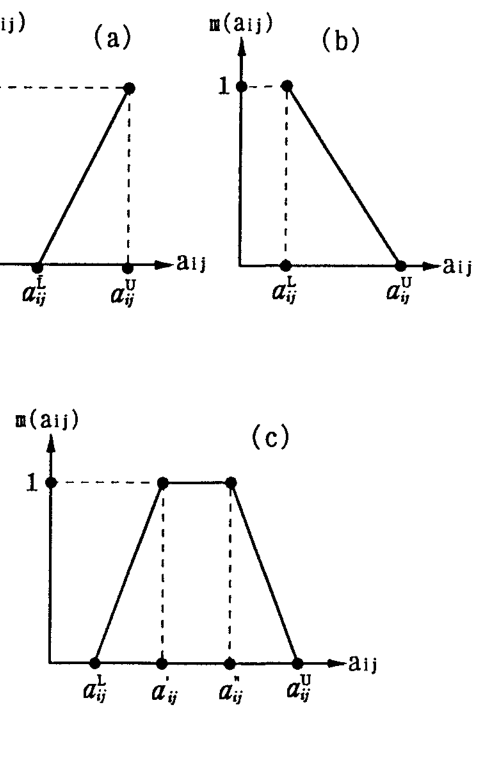
本タイプは，従来のように作業要素(i,j)の費用勾配a_{ij}が1点見積り$a_{ij}=\gamma_{ij}$として得られるものである．

（2）タイプ2

「費用勾配a_{ij}は最低限a_{ij}^Lであると考えられるが，より安全に見積もればa_{ij}^Uとすることで問題はないであろう」．あるいは，「a_{ij}は，a_{ij}^Uであれば間違いなく実行できる公算が大きいが，それ以下に下げられる可能性もある．ただし，a_{ij}^L以下になることはないであろう」．こうした内容をタイプ2とするものである．

本タイプの費用勾配の推定を，その扱いが簡単で直接的なファジー理論におけるメンバーシップ関数$m(a_{ij})$で表せば次のとおりである（図－1（a）参照）．すなわち，メンバーシップ関数が直線式で仮定できるものとすれば，上述の内容は

$$m(a_{ij})=1-\frac{a_{ij}^U-a_{ij}}{a_{ij}^U-a_{ij}^L}\geq V_C \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$



図－1　費用勾配a_{ij}のメンバーシップ関数

においてメンバーシップ関数の下限を意味するV_Cの値をできる限り大きくすること(a_{ij}をできる限りa_{ij}^Uに近づけること)と解釈できる．なお，式(1)だけではa_{ij}はa_{ij}^U以上になることも考えられるので

$$a_{ij} \le a_{ij}^U \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

という条件を追加する必要がある．

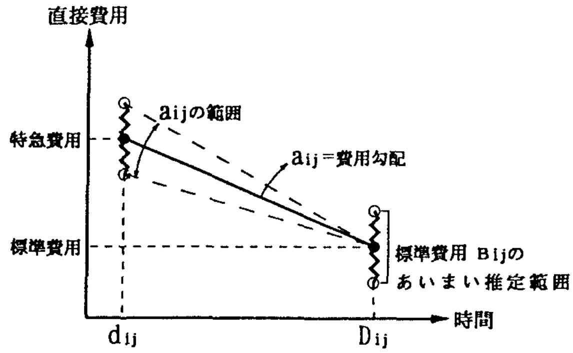
（3）タイプ3

本タイプは，「費用勾配a_{ij}はできる限りa_{ij}^Lであることが望まれるが，高目に評価した場合は最大限a_{ij}^Uまでと考えられる」，「a_{ij}は最大限a_{ij}^Uと考えられるが，基本的にはa_{ij}^Lで実行できる公算が大きい」といった内容の推定である．この場合もタイプ2と同じように考察することができ（図－1（b）），結果は

$$m(a_{ij})1-\frac{a_{ij}-a_{ij}^L}{a_{ij}^U-a_{ij}^L} \ge V_C \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

において，V_Cを極力大きくすることである．ただし，a_{ij}はa_{ij}^L以下になることも考えられるので，

$$a_{ij} \ge a_{ij}^L \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$



図－2　直接費用のあいまいな推定

という条件を追加する必要がある．

（4）タイプ4

「費用勾配a_{ij}は，大方において$[a_{ij}', a_{ij}'']$の間の値であると考えられるが，そうした中でいくら節約してもa_{ij}^Lまでであり，また逆に高くしてもa_{ij}^Uまでに限られる」．「費用勾配a_{ij}は最大限a_{ij}^Uで，かつ最小限a_{ij}^Lであり，基本的にはその中間の$[a_{ij}', a_{ij}'']$の間の値になる公算が大きい」．これらの内容をタイプ4とする（図－1（c））．このとき，

表－1　作業日数t_{ij}のあいまいな推定

タイプ	内　　　容		
1	「t_{ij}がτ_{ij}と確定的に推定できる」	[－, τ_{ij}, －]	$t_{ij}=\tau_{ij}$
2	「t_{ij}は，最低限d_{ij}必要であると考えられるが，D_{ij}とすれば間違いないところであろ。」 「t_{ij}は，できればD_{ij}で処理することが望ましいが，それ以前に作業が終了する可能性もある。ただし，d_{ij}以下になることはないであろ。」	[d_{ij}, $\underline{D_{ij}}$]	$m_{ij}^{\tau}=1-\frac{D_{ij}-t_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}} \ge V_{\tau}$ かつ，$t_{ij} \leqq D_{ij}$
3	「t_{ij}は，できる限りd_{ij}であることが望まれるが，遅れた場合には最大限D_{ij}まで延びることもありうる。」 「t_{ij}は，最大限D_{ij}と考えられるが，基本的にはd_{ij}で終了する公算が大きい。」	[$\underline{d_{ij}}$, D_{ij}]	$m_{ij}^{\tau}=1-\frac{t_{ij}-d_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}} \ge V_{\tau}$ かつ，$t_{ij} \geqq D_{ij}$
4	「t_{ij}はできる限りτ_{ij}'～τ_{ij}''であるが望まれるが，いくら急いでもd_{ij}までであり，また逆に遅れてもD_{ij}までに限られる。」 「t_{ij}は，最大限D_{ij}で，かつ最小限d_{ij}であり，基本的にはその中間のτ_{ij}'～$\tau ij''$になる公算が大きい。」	[d_{ij}, (τ_{ij}' τ_{ij}''), D_{ij}]	$m_{ij}^{\tau}=1-\frac{\tau_{ij}'-t_{ij}}{\tau_{ij}'-d_{ij}} \ge V_{\tau}$ かつ， $m_{ij}^{\tau}=1-\frac{t_{ij}-\tau_{ij}''}{D_{ij}-\tau_{ij}''} \ge V_{\tau}$

注）　表中の[－, τ_{ij}, －]などは，ネットワークにおける記号表示法である。

$$m(a_{ij}) = 1 - \frac{a'_{ij} - a_{ij}}{a'_{ij} - a^L_{ij}} \geq V_C \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

かつ $$m(a_{ij}) = 1 - \frac{a_{ij} - a''_{ij}}{a^U_{ij} - a''_{ij}} \geq V_C \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

において，V_C の値をできるだけ大きくすることと解釈できる．

建設業界において，作業要素(i,j)の標準費用B_{ij}を確定的に一点見積もりできない場合が多く見受けられる．たとえば，“掘削作業が，地盤や天候の条件，作業員の集まり具合や熟練度，物価や工賃の変動，掘削機械の稼働率などの原因から，例えばうまくいけば3千万円で完了すると考えられるものの，より確かには，3千2百万円とみておくと間違いないであろう”などといった推定の内容がある．こうした標準費用B_{ij}のあいまいな推定の内容は費用勾配の推定と同じように4タイプに分けられ，それらを整理すれば次の各式が与えられる．

$$B_{ij} = \theta_{ij}\ (\text{確定推定の標準費用}) \cdots\cdots\cdots (7)$$

$$m(B_{ij}) = 1 - \frac{B^U_{ij} - B_{ij}}{B^U_{ij} - B^L_{ij}} \geq V_C \ \text{かつ}\ B_{ij} \leq B^U_{ij} \cdots (8)$$

$$m(B_{ij}) = 1 - \frac{B_{ij} - B^L_{ij}}{B^U_{ij} - B^L_{ij}} \geq V_C \ \text{かつ}\ B_{ij} \geq B^L_{ij} \cdots (9)$$

$$m(B_{ij}) = 1 - \frac{B'_{ij} - B_{ij}}{B'_{ij} - B^L_{ij}} \geq V_C \ \text{かつ}$$

$$m(B_{ij})1 - \frac{B_{ij} - B''_{ij}}{B^U_{ij} - B''_{ij}} \geq V_C \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

ここに，B^U_{ij}, B^L_{ij} はB_{ij} の上限，下限の推定値であり，$[B'_{ij}, B''_{ij}]$ は望ましい推定範囲である．

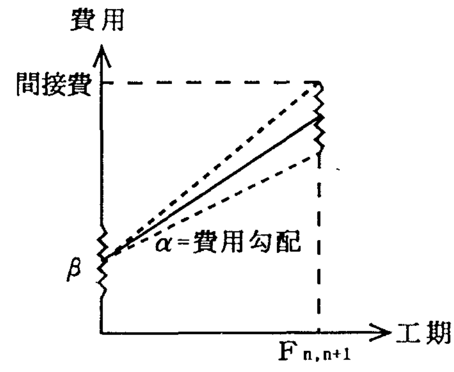
以上のことを踏まえて，作業の所要時間と直接費との関係を示せば図－2のとおりである．

3．作業日数のあいまい推定

作業日数のあいまい推定の例として，“コンクリートの養生という作業は最低3日必要であり，むしろこれ以上の日数になることが望ましいが，しかし脱型や型枠の転用，後続作業の都合といった諸観点から長くても1週間以内にとどめたい”といったような内容があげられる．このような作業日数のあいまいな推定の内容を整理すれば結果的に4タイプに分けられ，これらに要求されるあいまいさの下限値をV_Tとする．このとき，考えられる作業日数t_{ij}の推定内容を一覧に示せば表－1のとおりである[1]．なお，作業間の前後の順序関係は

$$S_{jk} - F_{ij} \geq 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

と設定される．ただし，前の作業を(i,j)，後続作業を(j,k)とし，S_{jk}は(j,k)の作業開始日，F_{ij}は(i,j)の作業終了日である．



図－3　間接費用

4．ファジー時間-費用のトレードオフモデル

前章に示すような作業日数推定のあいまいさを含む工事ネットワークに関し，あいまい推定となる作業日数t_{ij}そのものを未知量として，また作業の開始日（S_{ij}），作業終了日（F_{ij}）をも未知量とし，それらの総和をネットワーク日数と定義すれば，本題の最早プランにおける目的関数は，ネットワーク日数

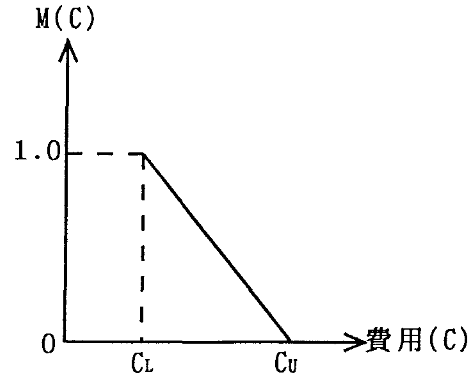
$$Z = \sum_{(i,j)\in W} (S_{ij} + t_{ij} + F_{ij}) \cdots\cdots\cdots (12)$$

を最小にすることである．

一方，工期の短縮を図りながら費用を抑えるという目的もあり，その目的関数は，

$$C = \sum_{(i,j)\in W} (B_{ij} + (D_{ij} - t_{ij}) \times a_{ij}) + \alpha \times F_{n,n+1} + \beta \cdots (13)$$

を最小にすることである．



図－4　総費用に関するメンバーシップ関数

なお，式（１３）において，一般に各作業の費用勾配a_{ij}の符号は正値でなければならないが，場合によっては負になる場合も考えられ，その判断は各作業毎に行うべきである．また，最終作業の終了日を$F_{n,n+1}$，αを間接費の費用勾配，βを基礎的固定費用とする（図－３）．α，βについてもあいまいな推定となることがあり得るが，その場合はa_{ij}, B_{ij}と同様の考察ができ，それぞれに４タイプの推定が考えられる．したがって，a_{ij}に関する式（1）～（6）はa_{ij}をαにかえることによりそのままαに関しあてはめることができる．また，式（7）～（１０）のB_{ij}をβに置き換えることでβのあいまい推定が定式化できる．

この２つの目的関数に加えて，工期と費用の実行の確からしさを極力大きくすることがまた目的となるので，MAX　V_T，MAX　V_Cなる目的関数が得られ，結局，本題は４種類の目的関数を持つ多目的問題となる．

ところで，V_TとV_Cはプロジェクトの実行の確からしさを数値で表したものであると解釈でき，[0,1]の値で与えられる．つまり，V_TとV_Cの値が1.0に近づけば近づくほど，作業所要日数及び作業所要費用に関する推定はより確実に実行可能な内容の工程計画となる．反対に，V_TとV_Cが小さくなり０に近づくほどあいまいなものとなり，プロジェクトの工期が短縮できても，あるいは費用が抑えられても計画の実現性そのものは小さいものとなる．

これらのV_T，V_Cの値をそれぞれどの程度にするかは，現場の計画者が工事内容や経費，工事の納期などと勘案して，また，工事の実績データの蓄積を得て設定しなければならない．例えば，作業日数推定の確信度を重視して，作業費用推定の確信度を犠牲にするといった場合は，V_Tの値として容認できる水準値V_{T0}を大きい値に設定し，また，V_Cの水準値V_{C0}をV_{T0}よりも小さい値に設定する．その上で，V_TとV_Cの値が，これら現場の判断に応じた水準値を上回るようにすると考え，

$$V_T \geq V_{T0},\ V_C \geq V_{C0} \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

なる制約条件を加えることで対処できる．なお，より厳密には各作業に関するV_TとV_Cの値はそれぞれで異なると考えられる．あるいは，近似的には全体で一まとめにし，グループ化して幾つかの種類毎に設定すること等もありえる．しかし，いずれもその扱いは同様であるから，ここでは，近似解として一まとめとする場合を扱っている．

また，工事総費用Cを最小にするという考えをゆるめて妥協を図る方法は，その上限費用C_Uと下限費用C_Lを定め，プロジェクトの総費用はできる限りC_Lとしたいが，工期の短縮を考慮して最大C_Uまでは許すという考えをとることとなる．あるいは，C_Uを落札金額，C_Lを工事の予算原価として扱い，工事の実行は利益を最大にすること，すなわち，できるだけ予算原価に近いコストで実行したいという考えにたてばよいことになる．このとき，上記の内容はメンバーシップ関数を用いて

$$1-\frac{C-C_L}{C_U-C_L} \geq \lambda_C \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

において，λ_Cの値をできる限り大きくすることとして扱うことができる．

一方，工期に関して，ネットワーク日数Zを最小にするという目的関数も上述の考えをあてはめることが出来る．すなわち，Zの最小値Z_L，最大値Z_Uを与えて，

$$1-\frac{Z-Z_L}{Z_U-Z_L} \geq \lambda_T \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

において，λ_Tをできる限り大きくすること，したがって，ZをできるかぎりZ_Lに近づけることである．

こうしたことから，ZとCの妥協を図ることは，λ_C, λ_Tに関する目的関数Maxmize $\Gamma = \lambda_C + \lambda_T$のもとで解を見出すことであるといえる．あるいは，種々のλ_C, λ_Tの値に対して計算し，詳細な判断情報を与えるという意味でλ_Cまたはλ_Tの一方に確定した値を設定し，そのもとでMax $\Gamma = \lambda_T$又はλ_Cを求めるといった解析法も提案できる．

ここで問題は，Z_LとZ_Uにいかになる値を設定するかである．１つの便法は，まずは$t_{ij} = d_{ij}$とおいて，従来型ＰＥＲＴによる最早プランを求め，そのときのネットワーク日数をZ_Lとすることである．また，Z_Uに関しては，$t_{ij} = D_{ij}$とおいて従来型ＰＥＲＴ最遅プランを求め，得られたネットワーク日数をZ_Uとするものである．その際Z_Lに関して過小評価，Z_Uに関して過大評価になることもあり得るが，これらはあくまでも解析上の目標に過ぎないところから問題はない．

C_U，C_Lに関しては，機械的に$C_L = 0$，C_U=Big Mとすることが考えられる．あるいは，$t_{ij} = D_{ij}$のもとでＣＰＭをあてはめ，そのときの総費用に基づいて適当にC_U，C_Lを設定することも考えられる．

以上の諸内容から，本題は現場の判断に応じた水準値以上の確からしさを確保し，費用を抑えつつ工期の短縮を図ることが可能になる．つまり，費用と工期の妥協を図りながら最適計画が近似的に求められることになる．

結局，ファジー時間ー費用のトレードオフモデルにもとづく最早プランは次の諸式で与えられることとなる．

Maxmize　$\Gamma = \lambda_C + \lambda_T$

subject to:

1) $S_{ij} = 0$

2)作業日数推定に関し，表－１の内容をあてはめる．

3)作業間の前後順序関係に関し，$S_{jk} - F_{ij} \geq 0$.

4)費用の推定に関して，式(1)～(10)をあてはめる．

5) $1 - \dfrac{C - C_L}{C_U - C_L} \geq \lambda_C$

6) $1 - \dfrac{Z - Z_L}{Z_U - Z_L} \geq \lambda_T$

7) $V_T \geq V_{T0}$，$V_C \geq V_{C0}$ $a_{ij} \geq 0$,

8) $S_{ij} \geq 0$, $t_{ij} \geq 0$, $F_{ij} \geq 0$, $a_{ij} \geq 0$(又は$a_{ij} \geq 0$),
$B_{ij} \geq 0$, $\alpha \geq 0$，$\beta \geq 0$，$\lambda_T \geq 0$，$\lambda_C \geq 0 \cdots$(17)

あるいは，λ_C又はλ_Tのいずれか一方に具体的な値を与えて解く場合には$\Gamma = \lambda_T$又はλ_Cであり，また，非負条件よりλ_C又はλ_Tが除外されることとなる．

５．近似解析手法の提案

本モデルの制約条件5)が非線形であることから，本題は非線形計画問題となり，その解析に非線形計画法の適用が必要と考えられる．しかし，非線形計画法は，関連分野の重要テーマとして種々研究されているものの，簡便で十分実用的な解析法が確立されていないのが実状である．このことから，本題を解くために，式5)のみが非線形であることに着目して次の近似解法を提案するものである．

① 式(17)の5)の制約条件に関わる変数t_{ij}の初期値として$t_{ij} = d_{ij}$あるいは$t_{ij} = D_{ij}$と仮定すれば，問題は線形計画法となり，簡便に解くことが可能になる．

② 手順①の計算でえられたt_{ij}を新たな既知量として再び式(17)の5)に代入し，シンプレックス法で再度問題を解く．このようにして得られた解とその１つ前の解とを比べて，t_{ij}が十分な精度で一致しない場合には，再び新たなt_{ij}を既知量として代入し，計算をやり直す．

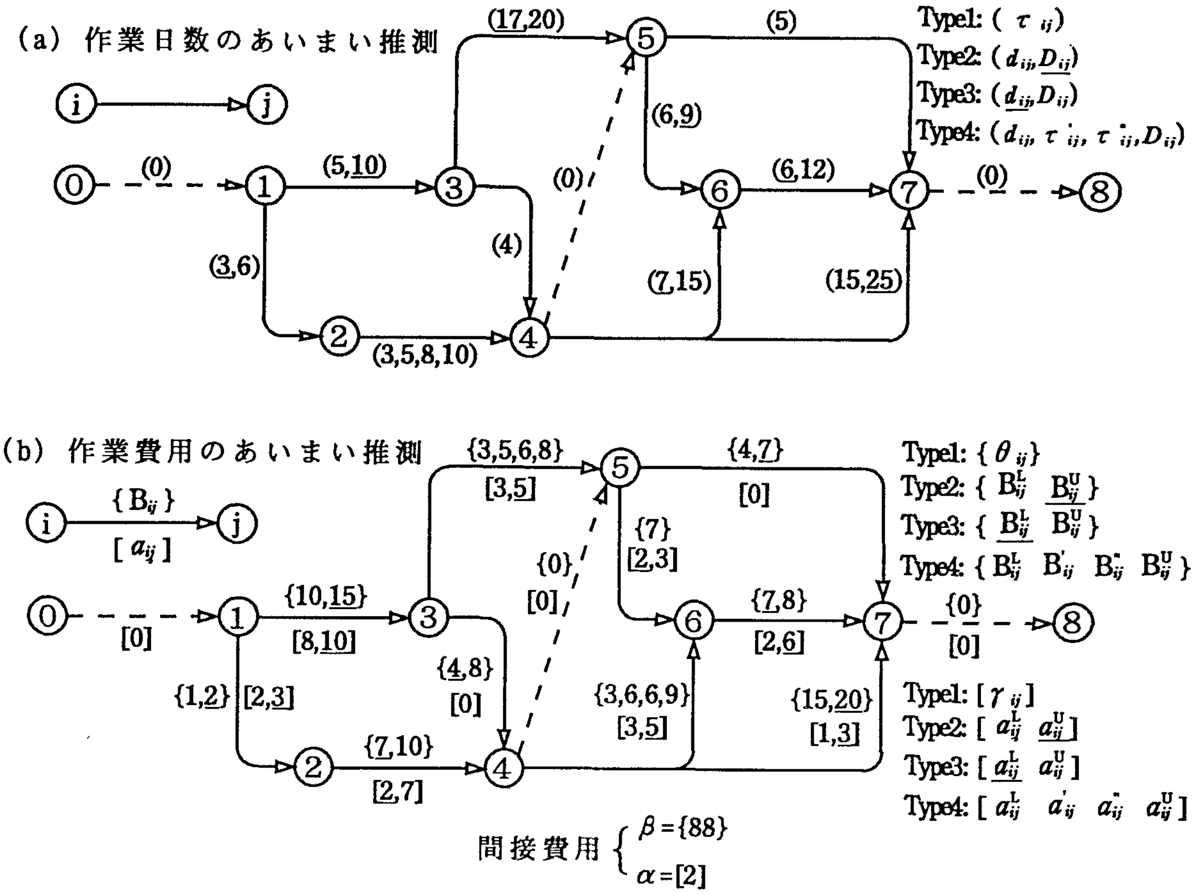
③ t_{ij}に関し前後の計算結果が一致するまで，すなわち収斂するまで，②の計算を繰り返し近似解を求める．

最早プランを求めれば，次に最遅プランを計算する．すなわち，最早プランで得られた工期T_nが最終作業の終了日と一致するとの考えのもとで，ネットワーク日数Zをできる限り大きくすることにより，最遅プランの数学モデルが得られる．結果のみ示せば次のとおりである．

Maxmize　$\Gamma = \lambda_C + \lambda_T$　($\Gamma = \lambda_T$ or $\Gamma = \lambda_C$)

Subject to:

1) $F_{n,n+1} = T_n$



図－5　計算例

2)作業日数推定に関し，表－1の内容をあてはめる
3)作業間の前後順序関係に関し，$S_{jk} - F_{ij} \ge 0$
4)費用の推定に関して，式(1)〜(10)をあてはめる

5) $1-\dfrac{C-C_L}{C_U-C_L} \ge \lambda_C$

6) $1-\dfrac{Z_U-Z}{Z_U-Z_L} \ge \lambda_T$

7) $V_T \ge V_{T0}$, $V_C \ge V_{C0}$

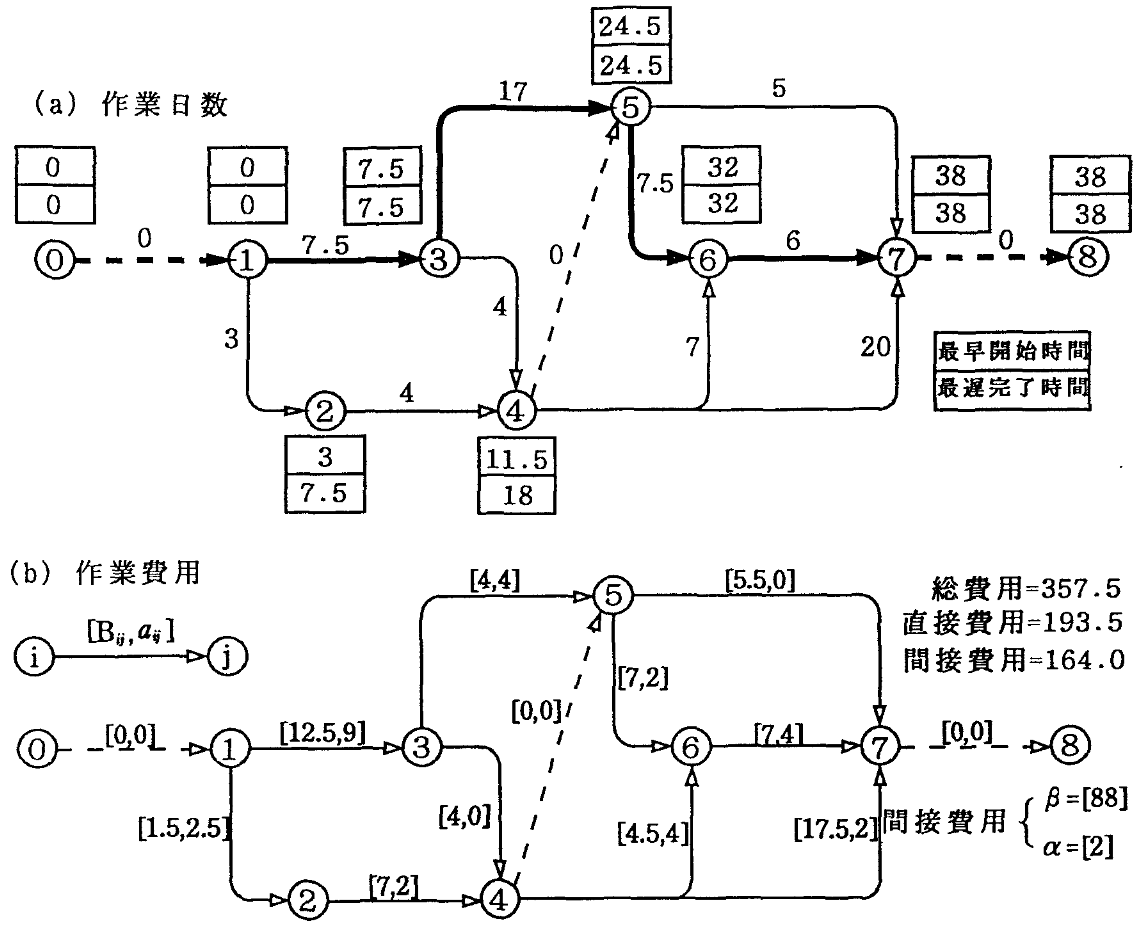
8) $S_{ij} \ge 0$, $t_{ij} \ge 0$, $F_{ij} \ge 0$, $a_{ij} \ge 0$(又は$a_{ij} \ge 0$), $B_{ij} \ge 0$, $\alpha \ge 0$, $\beta \ge 0$, $(\lambda_T \ge 0)$, $(\lambda_C \ge 0)$····(18)

6．適用例

6．1．適用モデルと計算結果

図－5に示すネットワークに関し，式(16)を適用する．まずは$t_{ij} = d_{ij}$のもとで従来型ＰＥＲＴ最早プランを求めれば，Z_L=434を得る．次に$t_{ij} = D_{ij}$のもとで従来型ＰＥＲＴ最遅プランを求めれば，Z_U=828を得る．また，総費用の下限値をC_L=280，上限値をC_U=480と設定し，作業日数と費用の推定に関するメンバーシップ関数の水準値をV_{T0}=0.5，V_{C0}=0.5と設定する．これらの数値を用いて式(17)に基づく最早プランの数学モデルを作成すれば次のとおりである．なお，簡単のため間接費用におけるα，βを本例では確定量とした．

Maxmize　$\Gamma = \lambda_C + \lambda_T$
Subject to:
$S_{0,1} = 0$，$F_{0,1} - S_{0,1} - t_{0,1} = 0$，$F_{0,1} - S_{1,2} \le 0$，
$t_{1,2} + 3V_T \le 6$，$t_{1,2} \ge 3$，$F_{1,2} - S_{1,2} - t_{1,2} \ge 0$，
$F_{0,1} - S_{1,3} \le 0$，$t_{1,3} - 5V_T \ge 5$，$t_{1,3} \le 10$，
$F_{1,3} - S_{1,3} - t_{1,3} \ge 0$，$F_{1,2} - S_{2,4} \le 0$，$t_{2,4} - 2V_T \ge 3$，



図－6　計算結果

$t_{2,4}+2V_T\le 10$，$F_{2,4}-S_{2,4}-t_{2,4}\ge 0$，$t_{3,4}=4$，
$F_{1,3}-S_{3,4}\le 0$，$F_{3,4}-S_{3,4}-t_{3,4}\ge 0$，$F_{1,3}-S_{3,5}\le 0$，
$t_{3,5}\ge 17$，$t_{3,5}+3V_T\le 20$，$F_{3,5}-S_{3,5}-t_{3,5}\ge 0$，
$F_{2,4}-S_{3,5}\le 0$，$t_{4,5}=0$，$F_{4,5}-S_{4,5}-t_{4,5}\ge 0$，
$F_{2,4}-S_{4,6}\le 0$，$t_{4,6}+8V_T\le 15$，$t_{4,6}\ge 7$，
$F_{4,6}-S_{4,6}-t_{4,6}\ge 0$，$F_{2,4}-S_{4,7}\le 0$，$t_{4,7}\le 25$，
$t_{4,7}-10V_T\ge 15$，$F_{4,7}-S_{4,7}-t_{4,7}\ge 0$，$t_{5,6}\le 9$，
$F_{4,5}-S_{5,6}\le 0$，$t_{5,6}-3V_T\ge 6$，$F_{3,5}-S_{5,6}\le 0$，
$F_{5,6}-S_{5,6}-t_{5,6}\ge 0$，$F_{3,5}-S_{5,7}\le 0$，$t_{5,7}=5$，
$F_{4,5}-S_{5,7}\le 0$，$F_{5,7}-S_{5,7}-t_{5,7}\ge 0$，$F_{5,6}-S_{6,7}\le 0$
$F_{4,6}-S_{6,7}\le 0$，$t_{6,7}+6V_T\le 12$，$t_{6,7}\ge 6$，
$F_{6,7}-S_{6,7}-t_{6,7}\ge 0$，$F_{4,7}-S_{7,8}\le 0$，$t_{7,8}=0$，
$F_{6,7}-S_{7,8}\le 0$，$F_{5,7}-S_{7,8}\le 0$，$F_{7,8}-S_{7,8}-t_{7,8}\ge 0$，
$F_{3,4}-S_{4,5}\le 0$，$F_{3,4}-S_{4,6}\le 0$，$F_{3,4}-S_{4,7}\le 0$，
$B_{0,1}=0$，$a_{0,1}=0$，$B_{1,2}-V_C\ge 1$，
$B_{1,2}\le 2$，$a_{1,2}-V_C\ge 2$，$a_{1,2}\le 3$，
$B_{1,3}-5V_C\ge 10$，$B_{1,3}\le 15$，$a_{1,3}-2V_C\ge 8$，
$a_{1,3}\le 10$，$a_{2,4}\ge 2$，$a_{2,4}+5V_C\le 7$，
$B_{2,4}+3V_C\le 10$，$B_{2,4}\ge 7$，$B_{3,5}-2V_C\ge 3$，
$B_{3,5}+2V_C\le 8$，$a_{3,5}-2V_C\ge 3$，$a_{3,5}\le 5$，
$a_{3,4}=0$，$a_{3,4}+4V_C\le 8$，$B_{3,4}\ge 4$，
$B_{4,5}=0$，$a_{4,5}=0$，$B_{4,6}-3V_C\ge 3$，
$B_{4,6}+3V_C\le 9$，$a_{4,6}-2V_C\ge 3$，$a_{4,6}\le 5$，
$B_{4,7}-5V_C\ge 15$，$B_{4,7}\le 20$，$a_{4,7}-2V_C\ge 1$，
$a_{4,7}\le 3$，$B_{5,6}=7$，$a_{5,6}+V_C\le 3$，
$a_{5,6}\ge 2$，$B_{5,7}-3V_C\ge 4$，$B_{5,7}\le 7$，
$a_{5,7}=0$，$B_{6,7}+V_C\le 8$，$B_{6,7}\ge 7$，
$a_{6,7}-4V_C\ge 2$，$a_{6,7}\le 6$，$a_{7,8}=0$，
$B_{7,8}=0$，$\beta=88$，$\alpha=2$，
$V_C\ge 0.5$，$V_T\ge 0.5$，

$$\sum(S_{i,j}+t_{i,j}+F_{i,j})+394\lambda_T\le 828$$

$$\sum(B_{i,j}+(D_{i,j}-t_{i,j})\times a_{i,j})+\alpha\times F_{n,n+1}+\beta+200\le 480$$

$S_{ij}\ge 0$, $t_{ij}\ge 0$, $F_{ij}\ge 0$, $a_{ij}\ge 0$, $B_{ij}\ge 0$,
$\alpha\ge 0$，$\beta\ge 0$，$\lambda_T\ge 0$，$\lambda_C\ge 0$

上記数学モデルにおいて非線形式のところをt_{ij} $=d_{ij}$なる初期値を代入し，これを出発点とし，シンプレックス法により繰り返し計算して問題を解く．その結果，本例は3回の繰り返しで収斂する．

一方，最遅プランは最早プランで得られた工期$F_{7,8}$=38.0を制約条件として式(18)を解けばよいが，その結果と最早プランを比べれば，V_{T0}，V_{C0}の水準値が同じであれば，t_{ij}は同じ値になる．このことから本例の最遅プランは，わざわざ式(18)を適用して解くまでもなく，最早プランにより得られたt_{ij}の値を用いて従来型ＰＥＲＴによる最遅プランの計算方法を適用すればよいことになり，実用上好都合である．

上記の計算結果を図－6に示す．また，各回の収斂情況は図－7の（a）（b）（c）に示すとおりである．本例は$\lambda_T=0.820$，$\lambda_C=0.612$が妥協解であり，工期は$F_{n,n+1}=38.0$，費用$C=357.5$と得られる（図－6）．また，クリティカルパスが①－③－⑤－⑥－⑦と形成される．

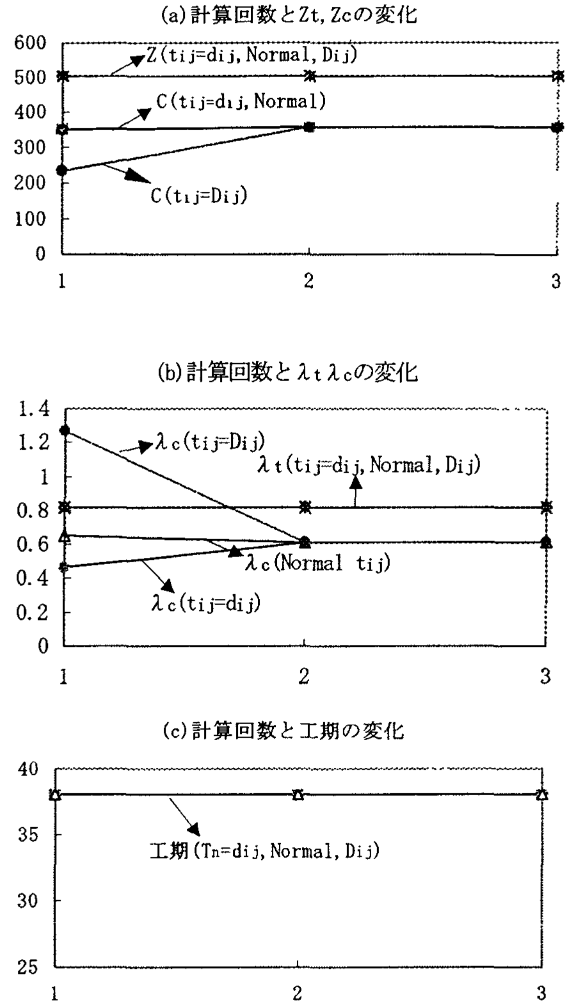
6．2．V_{T0}，V_{C0}と工期，工費との関係について

作業時間と費用に関するメンバーシップ関数の水準値V_T，V_Cを様々に変化させて工期や費用の関係を把握することにより両者の妥協解としての工程計画について検討を行うことができる．

まず，メンバーシップ関数V_T，V_Cの値と工期の関係について考察を行う．V_T，V_Cに対するそれぞれ各種のメンバーシップ関数の水準値の各ケースについて計算し，これらの値と工期及び工費の関係をプロットすれば図－8に示すとおりである．

本図から工期に関するメンバーシップ関数V_Tが1.0に近づくにつれて工期が長くなり，逆に0に近づくと工期が短縮される様子がわかる．また，費用に関するメンバーシップ関数V_Cの変化が工期に直接影響を及ばさないことも明らかである．

同様に，V_T，V_Cの変化と費用との関係は，V_Tが1.0に近づくにつれてコストが安くなり，反対にV_Tが小さくなるとコストは高くなる．そこで，このことと先の考察とを同時に考えると次の結果が得られる．すなわち，工期実行可能性を大きくしたいときは，その費用は安くなるが，工期は長くなるといえる．逆に工期を短縮すれば，その実行の確からしさが小さくなると共にコストは高くなる．一方，V_Cの値は1.0に近づけば近づくほどコストは高くなり，逆にコストを安くしたい場合には，その費用に対する実行可能性も小さくなる．



図－7　$V_C\geq0.5$，$V_T\geq0.5$の場合の収斂情況

以上のことから，工事計画者は，施工計画などにおいて実行案を選択するとき，工期と費用の他に，それぞれに対する実現性をも同時に考慮することが可能になったといえる．例えば，ある工事の費用を抑えたいとすれば，その工期を長くすることにより目標を達成することができる．しかし，工事契約時に工期の上限値が設定されることから，それ以上に延ばすことができず，このとき，費用推定の確信度が犠牲になる．すなわち，費用は工期の制限内で抑えられるが，その実現可能性も小さくなる．

このようにプロジェクトを完成するという目標の下で，工期，費用及びそれらの推定に関する確信度

の妥協のもとで，その多様な選択の中から実行案を決定することができる．

7．おわりに

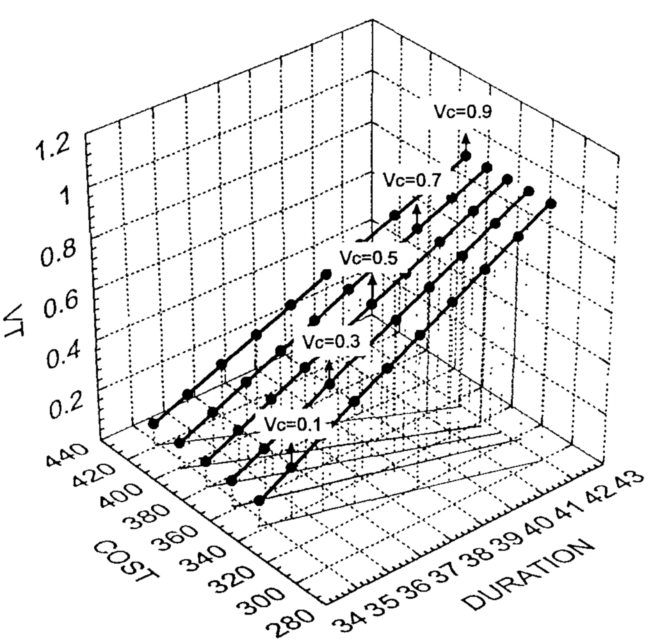
従来型の時間－費用のトレードオフ（ＴＣＴ）モデルの時間と費用に対する確定的な見積りは，現実の現場判断に適さない問題がある．これを改善するため，工期と費用に関するあいまいな判断をそのまま同時に考慮する工程計画モデルを定式化した．その上で，モデルを解析するための計算方法の工夫と適用例を示したが，得られた結果を要約すれば以下のとおりである．

（1）あいまいな推定を持つ最早プランと最遅プランモデルを多目的問題として定式化したが，その際，現場に応じたメンバーシップ関数の水準値を与え，また，工期及び費用に対するそれぞれの上限値と下限値を設定することにより，単一目的問題に変換した．そのほか，制約条件に関する非線形式において，変数t_{ij}の初期値を設定し，その繰り返し計算のもとで解を改善するという近似解法を提案した．提案手法はあいまいな推定を導入することによって，現場の判断を忠実に反映することができ，従来のＴＣＴよりも，さらに現実的な工程計画手法である．

（2）一般の建設プロジェクトは，一定の予算内で，また，要求された工期内で完成しなければならない．したがって，工事実行者は費用と工期のことを考えながら実行案を選定する．しかし，従来方法により選定された案が工期と費用の実現性に対し十分に評価するに至っていないのが実情である．これに対して，本モデルは，上述の解析法を踏まえ，工期と費用に加えてそれぞれの実現可能性に関する情報を同時に工事実行者に提供することが可能となり，したがって，工事実行者は，実行可能性，工期及び費用の多様な選択の中で意志決定することが可能になる．

なお，本法適用の全体システムを結論として示せば図－９のように提案できる．

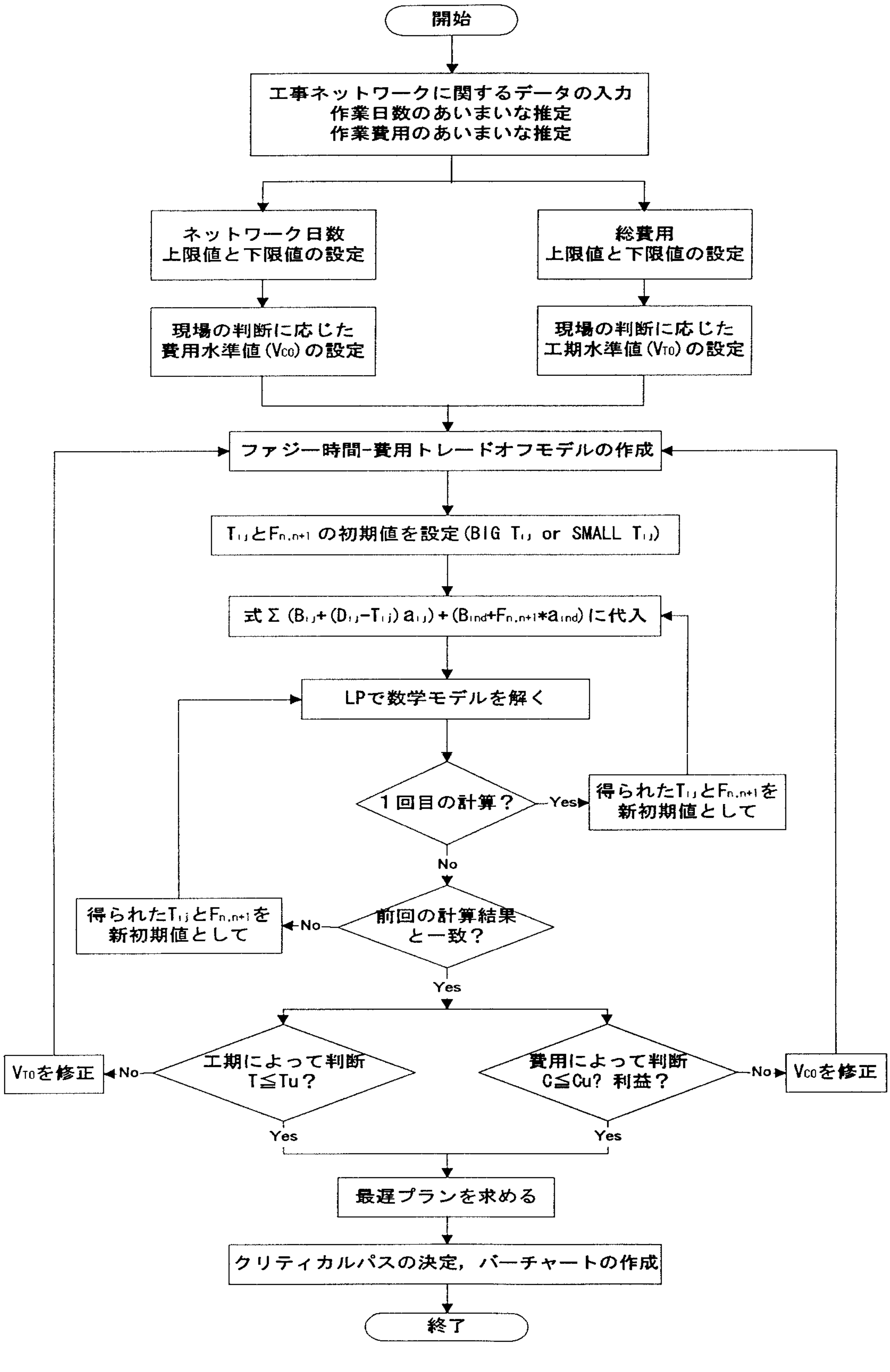
提案手法は，工期とコストを同時にとらえ，その調和のもとで施工計画を立案する場合に適用できるが，残された課題は，本ネットワークに関連する本モデルのための諸データの作成方法である．すなわち，現場の忠実な判断を取り入れようとすればするほど詳細なデータが必要で繁雑になる問題がある．従って，分かりやすく効率のよい入力データシートの開発を含めて，実務的に活用できるシステムを構築することが必要であるが，これについては爾後の研究とするものである．



図－８　V_T, V_C及び工期と費用の関係

【参考文献】

1) 樗木　武，M. Tatish，黄　文吉，池田総司：作業日数のあいまいさを考慮した工程計画手法ＦＰＥＲＴの提案とその応用，土木学会論文集，第419号／IV-13，pp.115～122，3，1990.
2) Joseph J. Moder, Cecil R. Philips and Edward W. Davis：Project Management with CPM, PERT and Precedenc Diagramming, Third Edition, Van Nostrand reinhold, New york, 1983
3) 庄子幹雄：わかりやすいＰＥＲＴ・ＣＰＭ，pp.150～pp.163，鹿島出版会，1971.
4) 樗木　武，渡辺義則：土木計画数学２，森北出版，1983.
5) Jafan A,：Critism of CPM for Project Planning Analysis, J.Const. Engrg. and Mgmt, ASCE, 110 (2), pp.222～233, 1984
6) 佐用泰司：工事管理，pp.126～pp.185，鹿島出版会，1971.



図－９　ファジーＴＣＴモデルの適用システム

Approximately Optimal Schedule Procedure of Project under Fuzzy Activities Duration and Fuzzy Cost Estimation

Many research efforts have been made to develop procedures which would improves the effectiveness of cost and schedule control. CPM is a method to find the project schedule that minimizes the total project cost with deterministic value provided by the estimator. However, due to uncertainty inherent with time and cost estimations, current TCT models may not useful to real construction work. The problem, which lies with these factors, is that they can not be precisely defined. Still, they must be considered in the estimation process.

In this paper, to find out the desirable project schedule under the time-cost trade off, the inherent fuzziness in time and cost are expressed by two membership functions, which enables the managers to predict the possibility the reject in question will be executed within the estimated duration and cost. The process of calculations is illustrated on a small network. Finally, a system which provides the decision-maker with a practical tool to control cost and time much effectively is also concluded.

【Key word】: Project planning, Net work, Time-Cost Trade Off, Fuzzy Estimation