

I-23 セルオートマトン法による粒状体の流れの解析に関する研究

Analysis of granular flow by Cellular Automata

辻原治¹・田中佑樹²・澤田勉³

Osamu Tsujihara, Yu-ki Tanaka and Tsutomu Sawada

抄録：本研究は、セルオートマトン法による粒状体の流れを表現するための新たな方法を提案するものである。まず、予備的な数値実験により、重力の影響を表現する基本的なルールとしてムーア近傍則を適用するのが妥当であることを示した。しかし、粒状体の重力の影響を考慮した規則だけでは、実際の現象を再現できないため、粒状体間および粒状体と壁との摩擦の効果を取り入れる規則を新たに取り入れた。そして米粒を用いて、流れの現象をセルオートマトン法によるシミュレーションと比較した。

Abstract: The objective of this study is to propose a new method to simulate the granular flow with Cellular Automata(CA). First, it is demonstrated through the preparatory numerical experiment that Moore-neighborhood is reasonable as a basic rule to realize the effect of gravity. However, the rule in which only the effect of gravity is taken into consideration is not satisfactory. Then, the effect of friction between the grains and between the grain and wall is combined into the rule. Rice grains are used in the experiment of granular flow. The results of experiment of granular flow are compared with the simulation by the method proposed in this study.

キーワード：セルオートマトン, 粒状体, 流れ, 摩擦

Keywords : Cellular Automata, grain, flow, friction

1. 序論

世の中にはその挙動をモデル化してとらえることが困難かつ複雑な現象が数多く存在する。このようないわゆる複雑系を、全体を一つのモデルとして解析しその挙動を明らかにするのではなく、ある局所的作用の連続から成立する現象と考えて比較的簡単な解析によってその挙動をシミュレートする研究が行われている。

このような考えに基づく方法の一つとして、近年注目されているのがセルオートマトン法である。しかしセルオートマトン法は土木工学分野においてはその適用例が少なく、未だ知名度も低い。

セルオートマトン法は、1940～1950年代にフォン・ノイマンらによって提案されたものとされている¹⁾。セルを格子状に配置させ、任意のセルの状態を周囲のセルの状態から決定し、各セルを同期的に動作させることで対象領域全体の状態が決定するものである。その挙動が微分方程式等の支配方程式で表されるような問題に対しては、差分法や有限要素法等を用いて解くことは一般に行われるが、そ

のような定式化が困難な現象に対して、特にセルオートマトン法の効果が発揮される。

このセルオートマトン法によって複雑な現象を簡単なセル間の局所的相互作用から再現できるようになるため、様々な現象を解析できるようになった。これまでに生体、遺伝、拡散現象、結晶成長等の一般分野から道路網交通シミュレーション²⁾等の工学分野に渡る広い分野で研究がなされている。土木工学の分野でも様々な複雑な現象を対象とするが、それらの中に生コンクリートの流動も含まれる。しかし、これを精度よくシミュレートする方法は未だ開発されていない。将来生コンクリートの流動解析へのセルオートマトンの適用を念頭に置き、その前段として、本研究では粒状体の流動解析に注目し、セルオートマトンによってどの程度説明できるかを検討することとした。

粒状体のシミュレーションの代表的な手法として個別要素法(Discrete Element Method;DEM)³⁾がある。これは、粒子を質点、ばねおよびダンパーでモデル化し、それぞれの粒子について運動方程式をたて、これを差分法などで解く方法である。連続体モデルを用いた解析と比較すると、

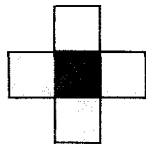
1 : 正会員 博士(工学) 和歌山工業高等専門学校 助教授 環境都市工学科

(〒644-0023 和歌山県御坊市名田町野島 77, Tel :0738-29-8455, E-mail : tsujihara@wakayama-nct.ac.jp)

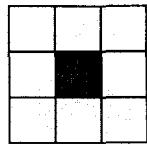
2 : 大阪市 (〒530-8201 大阪市北区中之島 1 丁目 3 番 20 号 Tel :06-6208-8181) 研究当時和歌山工業高等専門学校

3 : 正会員 工博 徳島大学工学部 教授 建設工学科

(〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1, Tel :088-656-9132, E-mail : sawada@ce.tokushima-u.ac.jp)



(a)ノイマン近傍



(b)ムーア近傍

図-1 2次元セルオートマトン法で考慮する隣接セル

実際の現象をより詳細に説明することができるが、モデルのパラメータ決定が容易ではなく、また一般に時間刻みを小さく取るため、多大の計算時間を必要とすることが知られている。

一方、セルオートマトン法を粒状体の流れの解析に適用することが考えられる。セルオートマトン法によれば、複雑系の挙動を、セル間の局所的相互作用で表すことができ、また時間発展する現象として解析することが可能である。セルオートマトン法の特徴は、それに必要な局所近傍則と状態遷移則を独自に設定できることであり、運動方程式を立ててこれを解く個別要素法とは大きな違いがある。これまでセルオートマトン法を粒状体の流れの解析に適用した研究がいくつかある^{4~8)}。しかし、粒子に加わる水平力や粒子の摩擦の影響が必ずしも適切に考慮された計算になっていない。

本研究では、粒状体の摩擦係数を実験によって求め、重力による粒子の落下に対する移動規則の他に、粒子に加わる水平力と、粒子間および粒子と壁(本研究ではフローア)との摩擦の効果を新たに移動規則に取り込んだ方法を提案する。

2. 予備的検討

セルオートマトン法は、近傍ルールを任意に設定できることから、これまで用いられてきたルールにも様々な種類がある。2次元セルオートマトン法で一般に用いられる近傍として、図-1に示すノイマン近傍とムーア近傍がある。各セルには4個あるいは8個のセルが隣接する。それぞれセルの状態が時々刻々変化するものと考え、次のステップにおける状態は、そのセルの現在の状態と近傍セルの状態からある規則に基づいて決定される。セルの形状としては、正方形以外にも幾つかの多角形あるいは立体を用いることが可能である。また、これまでに複数のセルで1つの粒子を表現し、粒子の形状をより明瞭に考慮して解析した研究もある^{4,6)}。

粒状体の流れを、ノイマン近傍とムーア近傍を用いてシミュレートする。一つのセルが粒子の一粒を表すものとし、それぞれのセルは、粒子が存在するか否かの2つの状態のうちどちらかをとるものとする。表-1と表-2にそれぞれノイマン近傍とムーア近傍に対して採用したルールを示す。粒子は重力によって原則として下方に移動するものとし、

表-1 ノイマン近傍のルール

下に粒子がないときは落下する。	
下に粒子があり、右と左に粒子がないときは不変、右、左のいずれかとする。	
下と右に粒子があり、左にないときは左に移動する。	
下と左に粒子があり、右にないときは右に移動する。	

表-2 ムーア近傍のルール

下に粒子がないときは落下する。	
下に粒子があり、右、右下、左、左下に粒子がないとき、右下か左下に移動する。	
下に粒子があり、右、右下に粒子がなく、左には粒子があるとき、右下に移動する。	
下に粒子があり、左、左下に粒子がなく、右には粒子があるとき、左下に移動する。	
下に粒子があり、左、右、左下に粒子がなく、右下には粒子があるとき、左下に移動する。	
下に粒子があり、左、右、右下に粒子がなく、左下には粒子があるとき、右下に移動する。	

上方には移動しないこととしている。また、複数の状態をとりうる場合は、乱数により移動方向を決定している。これらの表に表示されていない状態の場合は、移動しないこととする。

上述のルールを用いて砂時計のシミュレーションを行った結果を図-2と図-3に示す。ノイマン近傍によるルールを用いた場合、落下した砂(粒子)が小山を形成しておらず、側壁がなければ更に水平方向に広がる。これは、ノイマン近傍を用いた場合に、1ステップで斜め方向への移動ができないため、水平方向への移動を取り入れざるを得ないことに起因する。粒子が鉛直下方へ移動できなくなると、水平方向へと滑るように移動してしまう。一方、ムーア近傍によるルールを用いた場合は、そのような現象は見られず、現実により近い結果が得られることがわかる。

このような予備的検討から、後述の粒状体のシミュレーシ

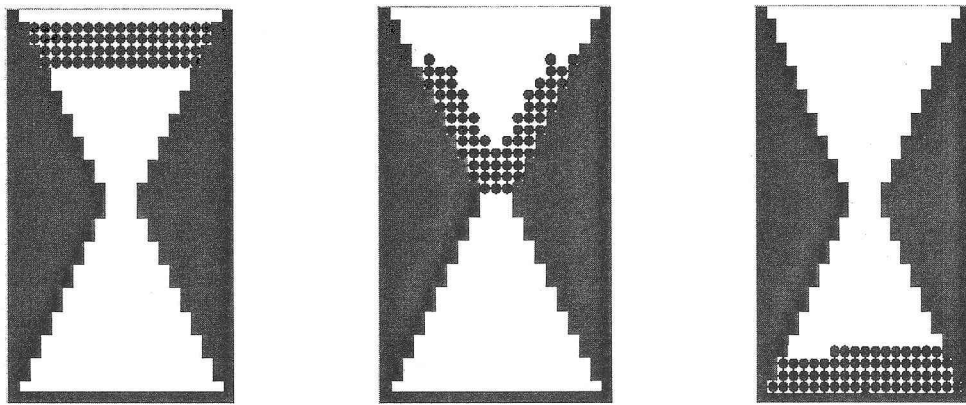


図-2 ノイマン近傍(四近傍)のルールによる砂時計のシミュレーション

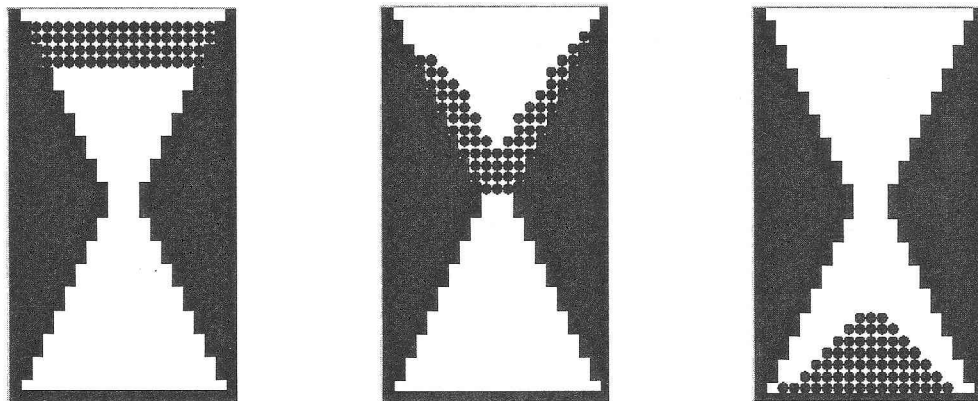


図-3 ムーア近傍(八近傍)のルールによる砂時計のシミュレーション

シミュレーションにはムーア近傍によるルールを基本的に用いることとした。

3. 実験

(1) 粒状体の流れの実験

実験は、写真-1 に示す塩化ビニル管(高さ 50mm, 内径 71.5mm) に米粒を入れ、この筒を引き抜くものである。このときに、粒状体が崩れる時の特性を調べ、その広がり(水平 2 方向)の大きさと高さを記録し、後述のシミュレーションの目標値にすることとした。フロアには計測用のグリッド線を施した PPC 用紙を敷いている。写真-2 は実験の結果の例である。表-3 に実験結果の集計を示す。水平方向の広がりとは高さ共に実験によるばらつきは小さく、平均でそれぞれ 155mm と 30mm である。

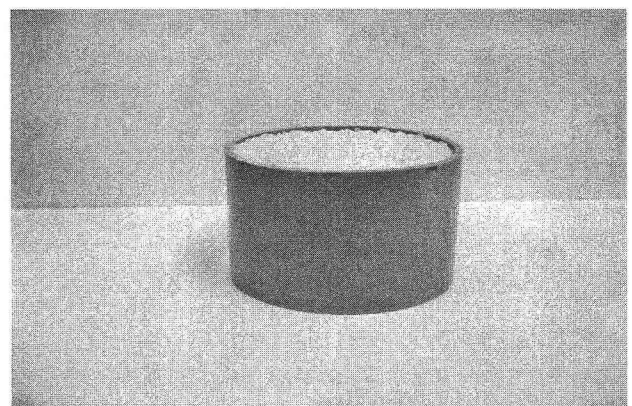


写真-1 塩化ビニル管の中に入れた米粒

(2) 粒状体の摩擦係数を求める実験

セルオートマトン法を用いて粒状体の流れをシミュレートする上で、次章で述べているように粒子に加わる水平力と摩擦を考慮する必要がある。しかし、米粒の摩擦係数は求められていないため、これを算定するために新たに実験を行った。

土質実験法の一つとして一面せん断試験⁹⁾がある。しかし、米粒を写真-3 に示す一面せん断試験機でせん断しようとするとき、粒径が大きいため上下方向に力が逃げてしまい、正確な実験結果を得ることができなかった。そこで、写真-4 に示すように、米粒が斜面を滑り落ちるときに角度を求め、これより摩擦係数を推定することとした。

斜面の傾きによる方法は、平らな板に貼り付けた PPC 用紙の上に米粒をおいて、板を徐々に傾けていき、米粒

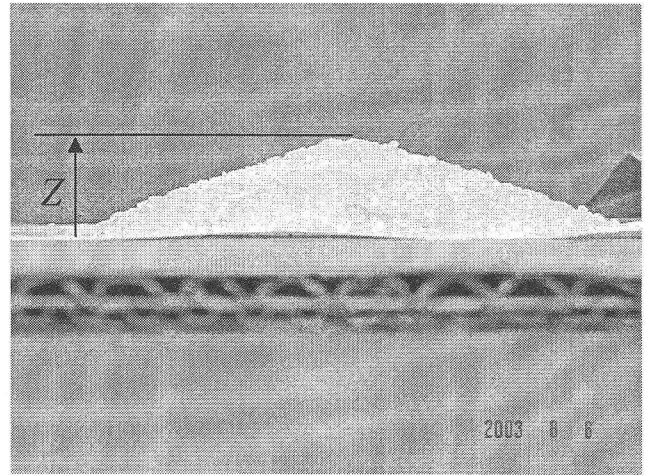
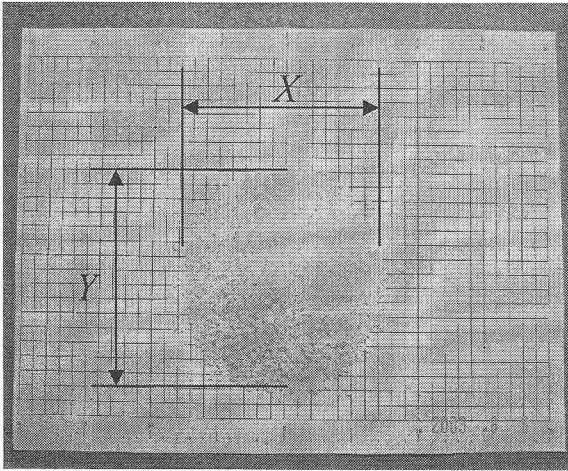


写真-2 粒状体のフローの実験結果

表-3 粒状体のフローの実験結果

回数	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)
1	154	152	30
2	155	156	30
3	155	155	30
4	152	156	29
5	156	156	30
平均	155		30

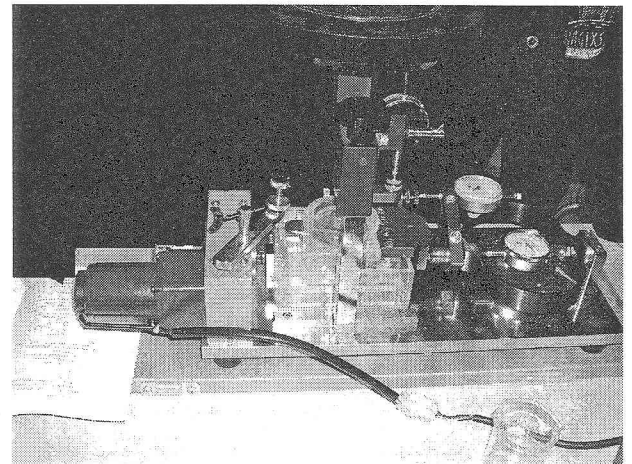


写真-3 一面せん断試験機

が動いたときの板の傾き(角度)から摩擦係数を求めるものである。また、米粒同士の摩擦係数を求めるために、平らな板に貼り付けた PPC 用紙に接着剤をつけ、米粒を敷き詰めて薄い層を作り、その上に別の米粒をのせて同様の実験を行った。このようにして得られた米粒の摩擦係数を表-4 に示す。

実験による結果の妥当性を検証するために、同様の実験を砂粒(豊浦標準砂)についても行った。砂粒同士の摩擦係数は 0.832 であった。一方、砂粒については一面せん断試験が可能であり、これより砂粒同士の摩擦係数は 0.839 と推定された。このように砂粒の摩擦係数について異なる 2 つの実験によってほぼ同じ値が得られており、斜面の傾きによる方法で得られた粒状体の摩擦係数は信頼できると考えられるため、表-4 の値を後述のシミュレーションで用いることとした。

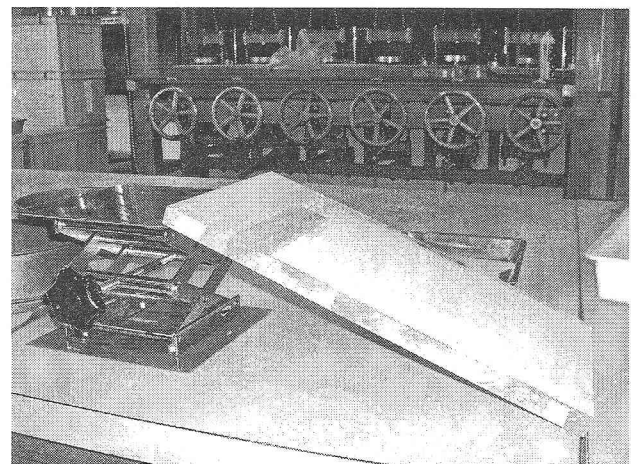


写真-4 米粒の摩擦係数を求める実験装置

4. 粒子に加わる水平力と摩擦力のルール

(1) 水平力

粒子が小山を形成しているとき、それぞれの粒子には、それより上側にある粒子の重力により鉛直力が加わる。また、同時に重力による水平力も作用する。そして、小山の斜面にある粒子は、それに加わる水平力が摩擦力を超え

表-4 実験より得られた米粒の静止摩擦係数

米粒と PPC 用紙	米粒同士
0.43	0.9

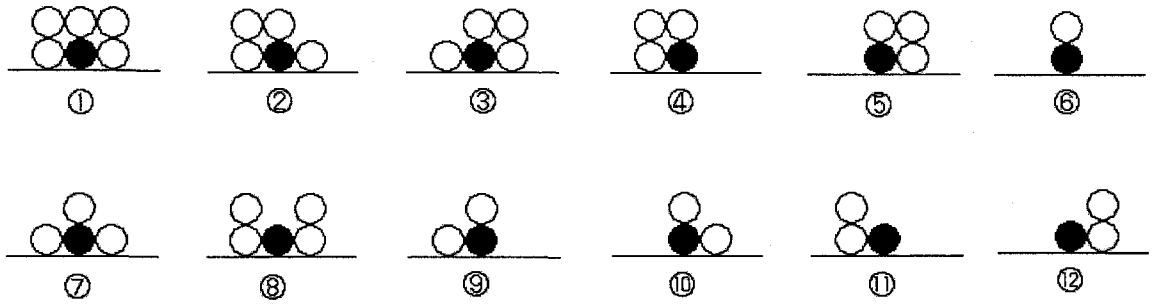


図-4 周囲のセルの状態

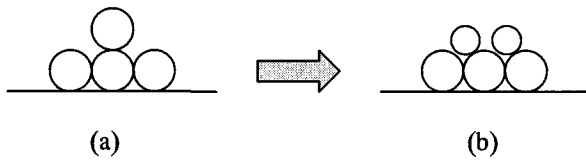


図-5 粒子の重力による鉛直力及び水平力を計算する際に用いるモデル

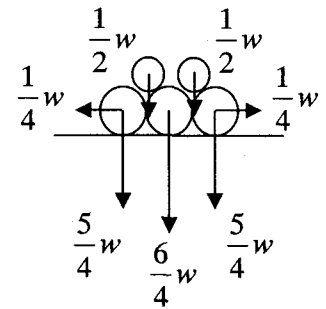


図-6 粒子に作用する鉛直力及び水平力

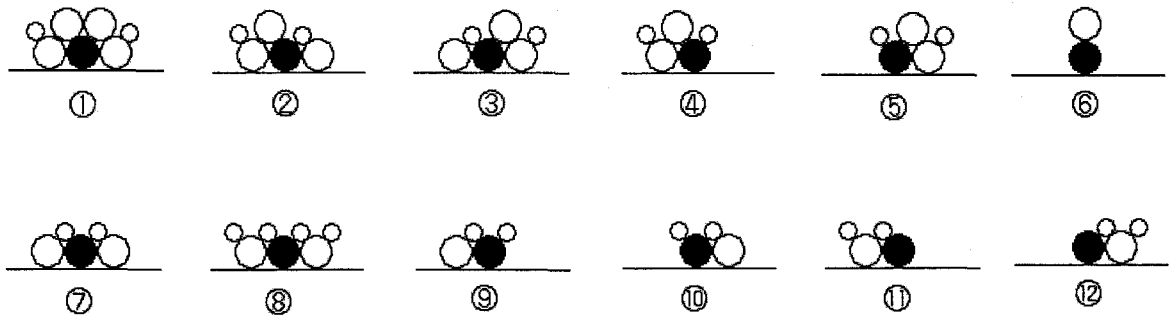


図-7 粒子に作用する鉛直力及び水平力を計算するときの配置

ると移動することになる。しかし、表-2 に示すムーア近傍による規則には、このような水平力による移動は考慮されていない。

ムーア近傍における周囲のセルの状態は、考えているセル(黒色のセル)に対して図-4 に示す 12 ケースがある。ここでは、セルに加わる重力による水平力について検討するため、当該セルの下側の状態は無視している。なお、当該セルの下側のセルから粒子同士の摩擦による水平力を受けるが、これについては次節で検討する。

ここで例として、図-4 の⑦の場合を考える。正方形のセルが規則正しく配置されているため、真上にあるセル(粒子)の重量はそのまま鉛直力として当該セルが受け持つことになる。そして、水平力は分担しない。しかし、実際には粒子は鉛直力以外に、隣接する粒子から外側へ押し出されるような水平力を受けることになる。そこで、図-5 の(a)に

示す粒子の配置において、下から 2 段目の粒子が 1 段目の粒子に及ぼす力を求める際に、同図の(b)に示すように 2 段目の粒子を重量が半分の 2 つの粒子に分割し、それらの重量を 1 段目の粒子に伝えることとした。粒子 1 個の重量を w とすると、それぞれの粒子に作用する鉛直力と水平力は図-6 のようになる。同様の考えに基づき、図-4 のそれぞれのケースについて粒子に作用する鉛直力と水平力を計算する際、図-7 に示す配置で考えることとした。

(2) 摩擦のルール

摩擦力は図-8 で説明できる。静止している物体に水平力 H を作用させたとき、これが最大静止摩擦力 F を上回れば、物体は移動する。このとき、

$$F = \mu N \tag{1}$$

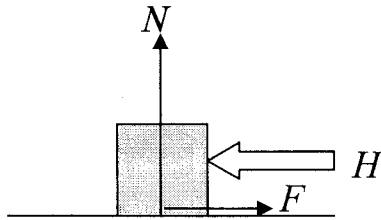


図-8 摩擦力と水平力

の関係がある。ただし、 μ は静止摩擦係数である。また、 N は抗力であり、物体に作用している鉛直力と考える。シミュレーションにおいては、前章で示した表-4 の値を静止摩擦係数として用いる。そして、前節で求めた水平力 H が式(1)の F を超え、かつ H の作用方向もしくは斜め下のセルが空の状態の場合に、粒子が移動する規則を設けることとした。

5. シミュレーション

第3章で述べた粒状体の流れの実験を再現するシミュレーションを試みる。筒の中に入れられた米粒の数は、100粒あたりの重量と、すべての米粒の重量との関係から8744粒と推定した。実験に用いた筒の高さが50mm、内径が71.5mmであることから、容積は約200000mm³である。米一粒が占める体積は200000/8744=22.9mm³となる。粒の形を球と考えると、 $\frac{4}{3}\pi r^3=22.9\text{mm}^3$ より、粒の半径 $r=1.76\text{mm}$ 、直径 $d=3.5\text{mm}$ が得られる。以下のシミュレーションは2次元で行うこととし、1セルを1辺3.5mmの正方形と考える。

ここで、断面積が最大になるように筒を縦に切断したときの断面積は

$$71.5\text{mm} \times 50.0\text{mm} = 3575\text{mm}^2$$

となり、この断面に米粒は

$$3575\text{mm}^2 / 3.5^2\text{mm}^2 \approx 292\text{個}$$

存在すると推計される。セルは水平方向に

$$71.5\text{mm} / 3.5\text{mm} \approx 21\text{列}$$

また、上下方向に

$$50\text{mm} / 3.5\text{mm} \approx 14\text{段}$$

あると考え、

$$21\text{列} \times 14\text{段} = 294\text{セル}$$

としてモデル化した。

図-8にセルオートマトンによる解析モデルを示す。図の中の数値はセルの数を表している。また、筒の肉厚は3mmであり、これの幅を1セル分としているが、計算に与える影響はほとんどないと考えられる。

まず、セルに作用する水平力および粒子の摩擦を考慮せず、表-2のルールで行ったシミュレーションIの結果を図-9に示す。また、このルールを基本として、前章で述べ

表-5 実験より得られた米粒の静止摩擦係数

	小山の広がり (mm)	小山の高さ (mm)
実験結果	155	30
シミュレーションI	122.5	49
シミュレーションII	164.5	38.5

た水平力及び摩擦のルールを考慮して行ったシミュレーションIIの結果を図-10に示す。第3章で述べた米粒の流れの実験とシミュレーションによる結果を比較すると、表-5のようになる。セルに作用する水平力および摩擦を考慮せずにシミュレーションを行うと、生成される小山は、実験結果と比較しての幅は狭く、かつ高いものとなっている。一方、本研究で提案した方法を用いると、実験をかなりよく説明する結果が得られることがわかる。しかし、全体的に実験結果より、広がり、高さともにシミュレーションによる結果は大きな値になっている。解析は2次元で行われているのに対して、実験は3次元の現象である。実際の現象において、最大断面にあった米粒は奥行き方向に逃げていく等の影響を2次元の解析では表現できない。今後、セルオートマトンによる解析を3次元で行うことを考えている。また、粒子の摩擦係数として静止摩擦係数を用いたが、連続する計算のステップで同一の粒子が水平力を受けて移動する場合には、動摩擦係数を用いるなどの改良が考えられる。

6. 結論

本研究では、セルオートマトン法による粒状体の流れの解析において、これまで適切に考慮されていなかった粒状体に作用する水平力と摩擦の規則を取り入れた方法を提案し、実験結果を再現するシミュレーションを行った。

本研究で得られた成果を要約すると以下のようになる。

- 1) 対象とする粒状体の摩擦係数を実験から求めた。
- 2) ムーア近傍による基本的な規則に、粒子に作用する水平力及び摩擦を考慮した新たな規則を組み込んだ方法を提案した。
- 3) 粒状体のフローのシミュレーションを行い、粒子に作用する水平力と摩擦を考慮しない場合と比較して、実験をよりよく説明する結果が得られた。

本研究の動機付けは、生コンクリートの流動解析へのセルオートマトン法の適用であった。粒状体の流れの解析法をベースとした手法の開発を想定しているが、現状としては、セルオートマトン法を適用する場合、粒子に作用する水平力及び摩擦を考慮することで、シミュレーションの精度を上げることができると示すにとどまった。将来生

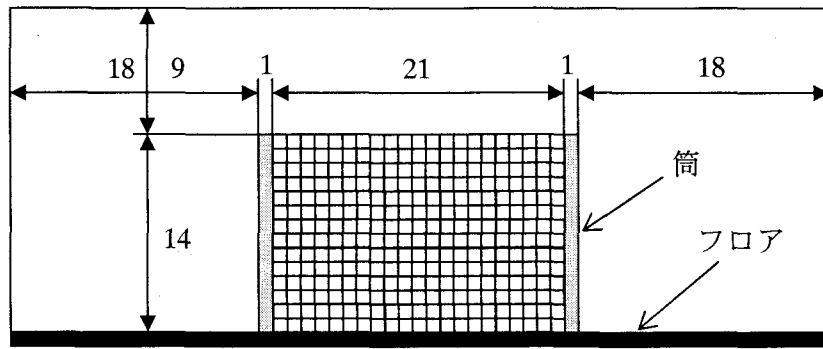


図-8 解析モデル

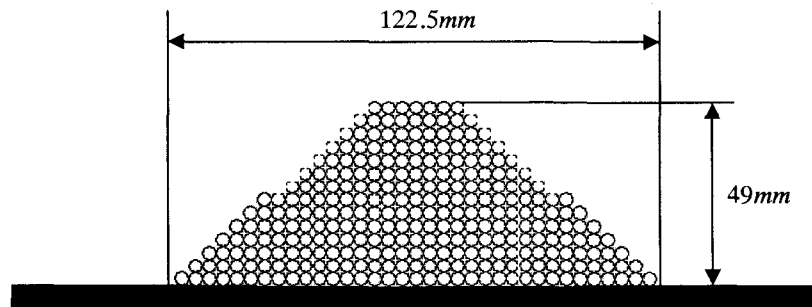


図-9 摩擦のルールを用いずに行ったシミュレーションIの結果

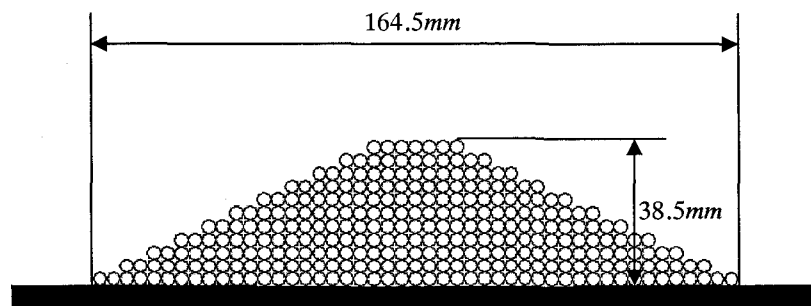


図-10 摩擦のルールを考慮して行ったシミュレーションIIの結果

コンクリートの流動解析へ応用するためには、解析の3次元化など本研究を通じて明らかになった課題を解決する必要がある。また、生コンクリートの流動メカニズムを、粒状体の流れの計算をベースとした手法にどのように取り込むかなど、解決すべき課題は他にも残されている。

参考文献

- 1) 森下信;セルオートマトン複雑系の具象化, 養賢堂, 2003.
- 2) 例えば, 加藤恭義;セルオートマトン法による道路交通シミュレーション, 人工知能学会誌, Vol.15, No.2, pp.242-250, 2000.
- 3) Cundall,P.A. and Strack,O.D.L.; “A Discrete

Numerical Model for Granular Assemblies”, Geotechnique, Vol.29, No.1, p.47-65, 1979.

- 4) 山本浩, 佐藤勇一;セルオートマトン法による粒状体の運動解析, 日本機械学会機械力学・計測制御講演論文集, Vol.A, pp.515-518, 1998.
- 5) 庭野治, 森下信;セルオートマトン法による粒状体の流れシミュレーション, 日本機械学会機械力学・計測制御講演論文集, Vol.A, pp.519-521, 1998.
- 6) 村上章, 松岡明日香, 青山咸康, 坂口秀;連結格子セルオートマトン(CL-CA)による粒状体挙動解析と接触力分布, 農業土木学会論文集 No.208, pp.137-143, 2000.
- 7) 坂口秀, 村上章, 長谷川高士;粒状体の安息角に関

する考察, 土と基礎, 43-4(447), pp.19-22, 1995.

- 8) 吉野隆, 坂口秀, 村上章; 土の構造とメカニクス—ミクロからマクロへ—, 土と基礎, 50-10(537), pp.47-50, 2002.
- 9) 土質実験法・高専土質実験教育研究会=編—鹿島出版会, pp.121-132, 1985.

(2004.5.20受付)