

I-10 実数値GAを用いた分布型水循環モデルパラメータの

多目的最適化

Multi-Objective Optimization for Distributed Watershed Model Parameters
Using Real-coded GA

田村 孝廣 安藤 義久
Takahiro Tamura Yoshitsa Ando

【抄録】水循環モデルに含まれるパラメータを自動的に最適化する方法は、これまでに数多く研究されてきた。GAについてもすでにくつかの適用例がみられ、大域的解探索が可能なが示されている。しかし、従来用いられてきたビットストリングGAは局所探索能力に劣り、解精度の低さを指摘されてきた。本研究では、国分寺試験流域の分布型水循環モデルに含まれる20パラメータの多目的最適化を通じて、交叉法にBLX- α を用いた実数値GAが、ビットストリングGAよりもかなり良い結果をもたらすことを示した。

【Abstract】 There has been a great deal of research into the development of automatic optimization algorithms for watershed models. Some applications of GA optimization showed its ability of global optimization. But bit-string GA has sometimes been pointed out its inefficiency in local search. In this paper, real-coded GA with BLX- α is applied to multi-objective optimization for 20 parameters of distributed watershed model. The results show that real-coded GA with BLX- α is more efficient than bit-string GA.

【キーワード】 実数値GA, BLX- α , 多目的最適化, 分布型水循環モデル

【Keywords】 real-coded GA, BLX- α , multi-objective optimization, distributed watershed model

1. はじめに

分布型水循環モデルは、集中型のモデルに比べて、空間的にばらつきのある流域環境を表現しやすく、近年、高速な計算機の普及に伴い、さかんに用いられるようになってきている。一方、分布型モデルは集中型モデルに比べてパラメータの数が多く、流域離散化の領域数が増えるに従い、手作業によるパラメータ最適化は次第に困難となってくる。そこで本研究では、分布型水循環モデルパラメータの最適化を効率的に自動化する方法について検討する。

2. 既往の研究と本研究の位置付け

(1) 既往の研究

タンクモデルのパラメータを自動的に最適化する

方法については、小林・丸山¹⁾、菅原ら²⁾、渡辺ら³⁾、安永ら⁴⁾による研究がある。しかし、従来のほとんどの最適化手法には、目的関数が多峰性を持つ場合に準最適解に収束してしまいやすいという難点がある。これを克服するため、大域的な最適解探索能力のある最適化手法の導入が近年さかんに試みられるようになった。

大域的な最適解探索法としては、Holland⁵⁾によって提案された遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, GA)がよく知られている。Wang⁶⁾は、概念的雨水流出モデルの7つのパラメータをGAにより最適化し、大域的な解探索が可能であることを示した。ただし、その解精度には問題があり、高精度が必要な場合には、GAの解を起点に、従来の局所探索力のある最適化手法に移行する必要があるとしている。また、田中丸⁷⁾は、直列4段タンクモデル

パラメータの GA による同定を数値実験的に試み、その有効性を示した。さらに、Duan ら⁹⁾は、進化の概念を取り入れながらも、GA とは異なる仕様の大域的探索法である Shuffled Complex Evolution(SCE-UA)法を用いて概念的雨水流出モデルの6定数を最適化した。

田中丸¹⁰⁾は、従来の最適化手法と GA, SCE-UA 法などの大域的探索法を用いて、それぞれタンクモデルパラメータの同定を数値実験的におこない、解精度と解探索効率における SCE-UA 法の優位性を示した。

ここで、Wang, 田中丸は、いずれもバイナリコーディングによるビットストリング GA を用いた結果を以って、GA の解精度不足を指摘している。一方、最近の GA をめぐる研究は、実数コーディングを採用した実数値 GA による解探索能力の大幅な向上を実証しており¹¹⁾、さらに交叉法の工夫による性能アップも報告されている¹²⁾。とりわけ BLX- α は突然変異によらず交叉のみで比較的良好な結果が得られるとされている¹³⁾。また、BLX- α が、パラメータ間に依存関係のある場合に性能低下をきたすことから、これを克服した単峰性正規分布交叉 (UNDX) も提案され良好な成果をあげている¹⁴⁾。

ところで、水文モデルの中には、エネルギー量や化学物質質量といった流出量以外の出力項目を持つものもあり、その場合には、複数の目的関数による最適化、すなわち多目的最適化を実行しなければならない。また、1つの出力項目であっても時系列データの特徴を十分反映するために複数の異なる誤差関数を最小化したい場合があり、その場合にも多目的最適化が必要となる。

多目的最適化の自動化については、水質管理の分野等においては、すでに多くの研究がなされている¹⁵⁾。流出解析の分野では、Yapo ら¹⁶⁾が、SCE-UA 法にパレートランキングを組み合わせて拡張した MOCOM-UA を用いて概念的雨水流出モデルパラメータの多目的最適化をおこなった例があるが、まだ一般的であるとはいえない。

(2) 本研究の位置付け

本研究では、BLX- α を用いた実数値 GA による分布型水循環モデルパラメータの最適化を行ない、バイナリコーディングを用いたビットストリング GA

による結果との比較を行なうことにする。局所探索能力がなく、解精度が不十分であるとされてきた GA の性能が、実数コーディングおよび交叉法の工夫により実用レベルまで引き上げられるかどうかを検討する。GA は、目的関数の勾配情報を明示的には必要とせず、複雑な最適化条件にも柔軟に対応できる。また、アルゴリズムの構造上、並列化も容易である¹⁷⁾。このため、弱点とされていた解精度が改善されれば、今後、より多くの分野への適用が可能になるはずである。

また、今回用いた水循環モデルが、流出量のみならず6地点の地下水位も出力することから、実数値 GA の多目的最適化に対する適用性についても検討する。多目的最適化は、流出解析の分野では、まだ研究事例が少なく、実流域への適用性を検討することは意味のあることと考える。

3. 本研究の方法

(1) 分布型水循環モデル

今回、パラメータの最適化を行なったのは、国分寺試験流域において筆者ら¹⁸⁾¹⁹⁾²⁰⁾が解析に用いてきた分布型水循環モデルである。以下にこのモデルの概要を述べる。

国分寺試験流域は、多摩川支川の野川上流部に位置し、武蔵野段丘面と立川段丘面との段丘崖沿いに点在する湧水群の中の1つである国分寺万葉園湧水の不圧地下水流域である。地形は緩勾配の台地面で、流域面積 41.1ha の中に、1980年代までは多くの生活用の井戸が残っていた。筆者らがこの流域に適用した分布型水循環モデルは、降雨量の時系列データと初期地下水位・人工涵養量を与えれば、任意の時刻の地下水位、地下水流量、流出量を出力する。このモデルの基礎方程式は、次のように導出される。

まず、Darcy 則より地下水流量に関する次式が導かれる。

$$Q_i(j) = -k_i B_i \frac{h_{i+1}(j) - h_i(j)}{L_i} \times \left(\frac{h_{i+1}(j) + h_i(j)}{2} - \frac{z_{i+1} + z_i}{2} \right) \quad (1)$$

ここに、 $Q_i(j)$ (m^3/day)は観測井 W_i から W_{i+1} への時刻 $j\Delta t$ における地下水流量、 k_i (m/day)は W_i

Wi+1間の透水係数、 B_i (m)はWi, Wi+1の midpointにおける流域幅、 $h_i(j)$ (m)は時刻 $j\Delta t$ におけるWiの地下水位、 L_i (m)はWi-Wi+1間の水平距離、 z_i (m)はWiの帯水層下端の標高である。なお、解の安定性を考慮し、時間ステップ Δt は0.05(day)と設定した。

次に、地下水涵養については、以下に示すような、安藤による地下水涵養モデル²⁰⁾を用いる。

第*i*領域、時刻 $j\Delta t$ において、(2)~(5)の各式が成立する。

$$I_i(j) = \alpha_i P(j) \quad (2)$$

$$E_i(j) = 0.14 D_0^2 Pt(j) \alpha'_i \quad (3)$$

$$M_i(j) = Ms_i(j) + (I_i(j) - E_i(j)) \Delta t \quad (4)$$

$$G_i(j) = \begin{cases} 0 & (M_i(j) < Mn) \\ \beta_i (M_i(j) - Mn) & (M_i(j) \geq Mn) \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 I (mm/day)は浸透量、 P (mm/day)は降雨量、 E (mm/day)は蒸発散量、 D_0 は日照時間を12時間で割った値、 Pt は日平均気温に対する飽和絶対湿度、 α は浸透域面積率、 α' は蒸発散面積率、 Ms (mm)は表層水分保留量、 Mn (mm)は最小容水量、 G (mm/day)は地下水涵養量、 β (1/day)は地下水涵養モデルの定数である。なお、式(3)では、蒸発散量をHamon式²¹⁾により求めている。また、蒸発散面積率は、道路面積率と屋根面積率を1から引いた値である。

式(4)と式(5)を次の式(6)に代入することにより時刻 $(j+1)\Delta t$ に進む。

$$Ms_i(j+1) = M_i(j) - G_i(j) \Delta t \quad (6)$$

以上を繰り返して、各時刻の地下水涵養量を得る。なお、 $M_i(0)$ を初期水分量とよぶ。

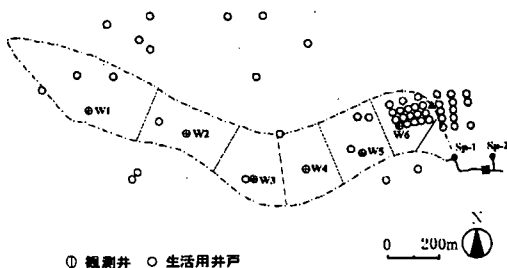


図-1 国分寺試験流域の概要

ここでW1~W6の6つの観測井と湧水Sp-1の各中線によって区切られた、図-1に示すような7つの領域における水収支を考えることにより、連続式は、次式のように表される。

$$Q_{i-1}(j) - Q_i(j) + R_i(j) + \frac{G_i(j)A_i}{1000} = A_i S_i \frac{h_i(j+1) - h_i(j)}{\Delta t} \quad (7)$$

ここに、 $R_i(j)$ (m³/day)はWiを中心とする領域の時刻 $j\Delta t$ における人工涵養量、 A_i (m²)はWiを中心とする領域の面積、 S_i はWiを中心とする領域の有効空隙率である。降雨量の時系列データと初期水位を与えれば、各時間ステップの地下水流量・地下水涵養量・地下水位が、式(1)~(7)から計算できる。

また、流出量 Q (m³/day)は

$$Q(j) = Q_6(j) + \frac{G_7(j)A_7}{1000} + P(j)A_D \quad (8)$$

から求める。ここに、 A_D (m²)は直接流出をもたらす領域の面積である。これは、流出量を測定した水路近傍の飽和域・不浸透域の面積に相当するとし、流出量の実測データから分離した直接流出量を降雨量で除すことによって求めた。

このモデルには、上記のように多くのパラメータが含まれており、従来は、これらを手作業による試行錯誤的方法によって決めていた。本研究においては、このうち、透水係数 $k_1 \sim k_6$ 、初期水分量 $M_1(0) \sim M_7(0)$ 、地下水涵養モデルの定数 $\beta_1 \sim \beta_7$ の合計20個のパラメータを自動最適化する。一方、有効空隙率 $S_1 \sim S_7$ 、最小容水量 Mn については自動最適化を行わず、既報²⁰⁾において良い結果をもたらした値を用いることとした。

(2) 実数値 GA

GAは、生物個体群進化の原理に基づく最適化アルゴリズムであり、すでに工学諸分野での応用例が数多く提示されている。GAをモデルパラメータの最適化に適用するには、まず、コーディング、すなわち表現型であるパラメータセットを遺伝子型に対応させる操作を行わなければならない。従来、関数最適化においては、2進数を遺伝子型とするバイナリコーディング(あるいはその改良型のグレイコーディング)を用いたビットストリングGAが主流であった。しかし、この方法では、表現型空間であ

るパラメータの実数空間の位相構造が遺伝子型空間の位相構造と異なってしまう。このため、ともに有望な領域にある両親から交叉によって得られる子であっても、実数空間上では両親の近傍に生成されるときは限らないという現象が生じてしまう。これが従来の GA において、探索の後半で探索効率が悪くなる大きな原因であると考えられる¹²⁾。

そこで近年、実数ベクトルをそのまま染色体とみなして、これに対して交叉や突然変異をおこなうという実数値 GA が開発されてきた。このうち、BLX- α は突然変異によらず交叉のみによって比較的良好的結果を得られるといわれている¹³⁾。

ビットストリング GA の概要は多くの文献ですでに紹介されているので、ここでは省略し、BLX- α によるモデルパラメータ最適化法を以下に示す。

Step1: 個体群の初期化。 p 個のパラメータ値を探索範囲内の一様乱数によって生成し、これを成分とする p 次元実数ベクトルを作る。このベクトルを 1 個体の染色体とみなし、これを同様の方法で N 個体作り初期個体群とする。

Step2: 適応度の計算。各個体の表現するパラメータセットを用い、モデルによる出力値を求め、この再現性に対応した適応度を計算する。

Step3: 選択。適応度に比例した確率で親となる 2 個体の染色体を選択する。

Step4: 交叉。交叉確率に従って交叉するか否かを決め、交叉しない場合は両親をそのまま 2 個体の子として次世代に送る。交叉する場合は、両親それぞれの第 i 成分 X_{1i} 、 X_{2i} から次式により区間 $[x_{\min i}, x_{\max i}]$ を得て、この区間内の一様乱数によって 2 個体の子それぞれの第 i 成分を生成、それぞれ p 個の成分がそろったところで次世代に送る。

$$x_{\min i} = \min(X_{1i}, X_{2i}) - \alpha d_i$$

$$x_{\max i} = \max(X_{1i}, X_{2i}) + \alpha d_i$$

$$d_i = |X_{1i} - X_{2i}|$$

子が親と同じ個体数になるまで、これを続ける。

ここで α はあらかじめ設定した定数とする。

Step5: 世代交代。終了条件を満たした場合は、子個体群中で最良の個体の表現するパラメータセットを解として出力する。終了条件を満たさない場合は、子個体群を親個体群として、Step2 に戻る。

(3) 多目的最適化

複数の評価基準を同時に満足させるような解を探索する問題を多目的最適化問題という。一般には、複数の目的関数を同時に最大（最小）化するような解は存在しない。本研究の例でいえば、流出量の誤差を最小化するようなパラメータの組み合わせは、地下水位の誤差を必ずしも最小化しないはずである。そこでパレート最適性という概念が必要となる。パレート最適解は、数学的には厳密な定義があるが、概念的には「すべての目的関数を同時に改善するような別の解が存在しないような解」である。パレート最適解は一般には複数存在する²²⁾。

パレート最適解を求める方法としては、従来、複数の目的関数を線形結合して単一の目的関数に縮約する方法が多く採られてきた。また、パレート最適解が最上位になるように一定の規則で解にランキングを施す方法も開発されてきた¹⁶⁾。

本研究では、最適化条件変更の容易さや計算量が比較的少ないことなどを考えて、複数の目的関数を線形結合する方法を採用することにした。各目的関数は、それぞれ流出量、地下水位の誤差であり、これらなるべく小さくするようにパラメータを最適化していく。

誤差評価方法については、既往の研究事例における実績等を考慮し、流出量には、観測値に対する計算値の相対誤差、地下水位には、観測値に対する計算値の絶対誤差を用いる。 $j = 1, 2, \dots, n$ の各時刻で誤差を評価し、その平均値を目的関数とする。すなわち、流出量については、

$$J_q = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|Q_o(j) - Q_{ob}(j)|}{Q_{ob}(j)} \quad (9)$$

を目的関数とし、第 i 地点の地下水位については

$$J_{hi} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |h_i(j) - h_{oi}(j)| \quad (10)$$

を目的関数とする。ここで、 Q 、 h においては、添え字 o は観測値、添え字 o のないものは計算値であることを示す。

上の 7 つの目的関数 J_q と J_{hi} ($i = 1, 2, \dots, 6$) を同時に小さくするようなパラメータの組み合わせを GA によって求めるために、各目的関数を線形結合して次に示す 1 つの目的関数 J に縮約する。

$$J = w_q J_q + \sum_{i=1}^6 w_i J_{hi} \quad (11)$$

$w_q, w_1(1/m), \dots, w_6(1/m)$ は次元調整を兼ねた重み係数であるが、予備的な計算の結果により、すべて 1 に設定した。この目的関数 J を最小化するために次のような適応度関数 FIT を作る。

$$FIT = SWS - J \quad (12)$$

ここで、定数 SWS から目的関数 J を引いた値を適応度関数値とすることにより解近傍でも淘汰圧がかかるようにするスケールリングウィンドウ技法²³⁾を用いている。 SWS はスケールリングウィンドウサイズと呼ばれ、ここでは直前の世代における目的関数 J の最大値とした。

本研究では、この適応度関数 FIT に比例した確率で親を選択し交叉させることによって多目的最適化を実現している。

4. 最適化とその結果

(1) 仮想観測データを用いた最適化

1) 最適化の諸設定

パラメータを探索範囲内の特定の値に予め設定し、流出量と 6 地点の地下水位を日単位で 1 年分計算する。この計算値を仮想観測データとみなして、BLX- α を用いた実数値 GA により最適化をおこなう。ここで設定したパラメータ値は、最適推定値となるので、この最適化作業を通じて GA パラメータ（個体数、交叉確率、BLX- α の係数 α 、世代数上限など）の調整やプログラムチェックをおこなうことができる。本研究では、交叉確率を伊庭²³⁾による推奨値 0.6 に、また、BLX- α の α は Eshelman¹⁹⁾ が用いた 0.5 とする。また、予備的な計算での解の収束状況を考慮し、世代数上限は 100 世代とし、この世代数に達した段階で計算を打ち切ることとする。個体数については、40 から 120 の間の値を試すこととし、各々、乱数の種を変えて 10 回の最適化を実行する。

なお、各パラメータの探索範囲は、当試験流域において以前おこなわれたボーリング調査、揚水試験やモデル解析の結果を踏まえ、次のように設定した。

透水係数 $k_1 \sim k_6$: 100~3000(m/day)

地下水涵養モデル定数

$\beta_1, \beta_4 \sim \beta_7$: 0.5~1.0(1/day)

β_2, β_3 : 0.1~1.0(1/day)

初期水分量 $M_1(0) \sim M_7(0)$: 100~200(mm)

2) 最適化の結果と考察

個体数を 40~120 と変えたときの目的関数 J の値 (10 回分の試行結果の平均) を図-2 に示す。

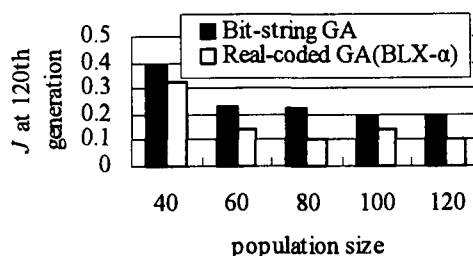


図-2 各個体数における目的関数 J の値

これを見ると、いずれの場合も実数値 GA の方がビットストリング GA よりも結果が良好である (J の値が小さい) ことがわかる。縮約する前の個々の目的関数についても、図-3 に示すように概ね実数値 GA の方が良好である (地下水位の絶対誤差が 2cm 未満、流出量の相対誤差は 3% 未満)。

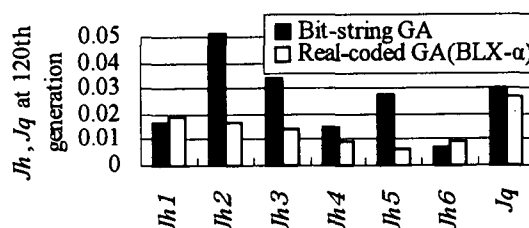


図-3 個体数 120 における目的関数の値

次に最適化された各パラメータの値を見ると、図-4 のように実数値 GA の方が最適推定値付近に多く集まっている。ビットストリング GA では淘汰圧がかかりにくかった β_j や $M_i(0)$ の遺伝子座も、実数値 GA では進化に成功している。

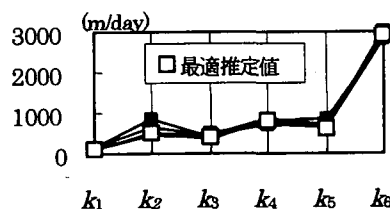


図-4(a) ビットストリング GA による透水係数の推定値 (個体数 120)

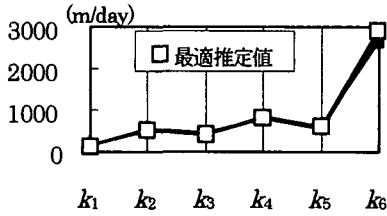


図-4(b) 実数値 GA による
透水性係数の推定値 (個体数 120)

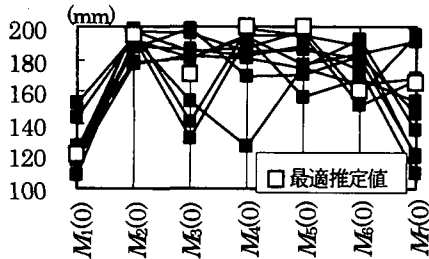


図-4(c) ビットストリング GA による
初期水分量の推定値 (個体数 120)

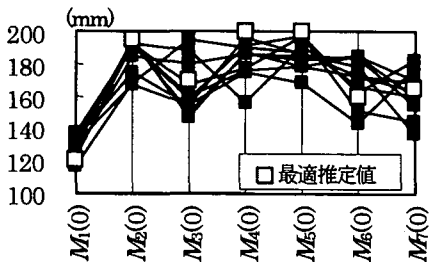


図-4(d) 実数値 GA による
初期水分量の推定値 (個体数 120)

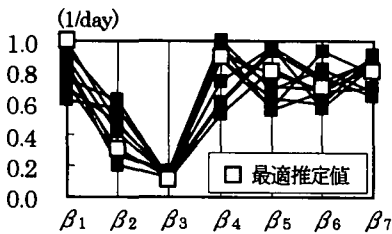


図-4(e) ビットストリング GA による地下水
涵養モデル係数 β の推定値 (個体数 120)

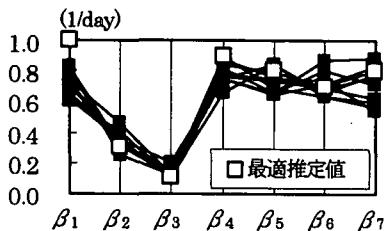


図-4(f) 実数値 GA による地下水涵養
モデル係数 β の推定値 (個体数 120)

以上から、実数値 GA は、最適推定値に完全に一致させるには至らないまでも、ビットストリング GA に比べればかなりの性能アップとなっているといえる。

(2) 実測データを用いた最適化

1) 最適化の諸設定

次に、国分寺試験流域における 1984 年 1 月 1 日から 12 月 31 日までの 1 年間の実測データに基づくパラメータの多目的最適化を行なうことにする。最適化は、BLX- α を用いた実数値 GA により、乱数の種を変えて 10 回実行する。その際、個体数は 120、交叉確率は 0.6、BLX- α の α は 0.5 に設定する。また、各パラメータの探索範囲は、仮想観測データを用いた最適化と同じにする。

2) 最適化の結果

10 回の試行のうち最も J の値が小さかった解を使って水循環モデルの出力を求めたのが図-5である。

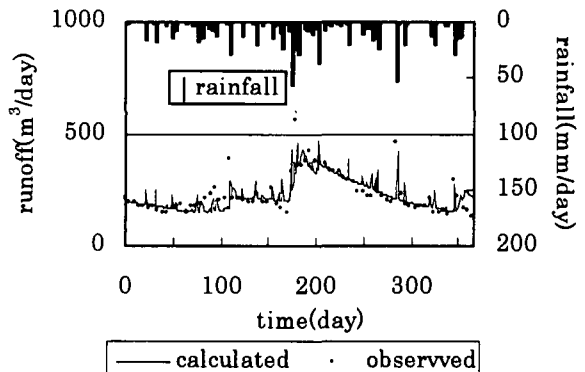


図-5(a) 流出量の計算値と実測値

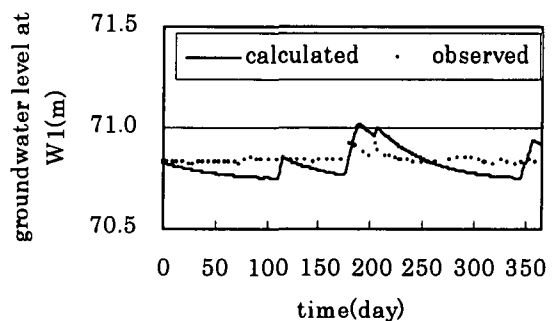


図-5(b) W1 の地下水位の計算値と実測値

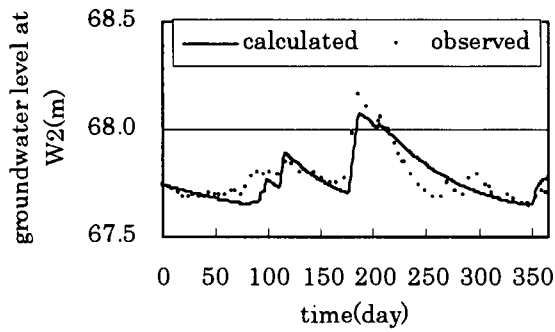


図-5(c) W2の地下水位の計算値と実測値

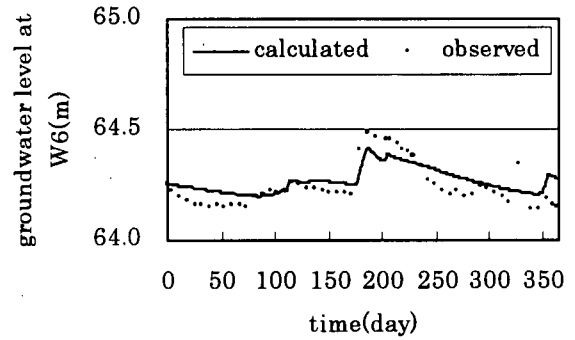


図-5(g) W6の地下水位の計算値と実測値

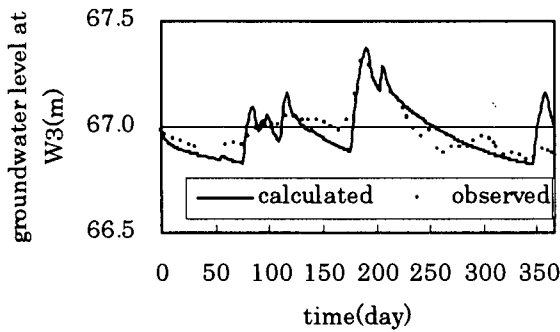


図-5(d) W3の地下水位の計算値と実測値

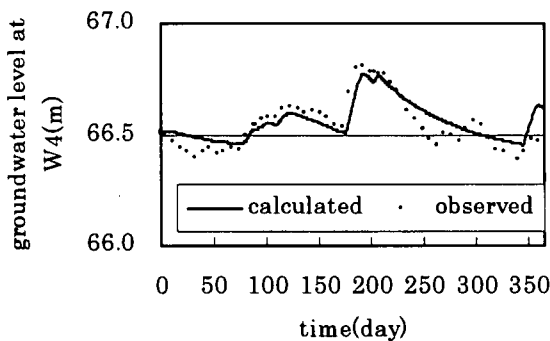


図-5(e) W4の地下水位の計算値と実測値

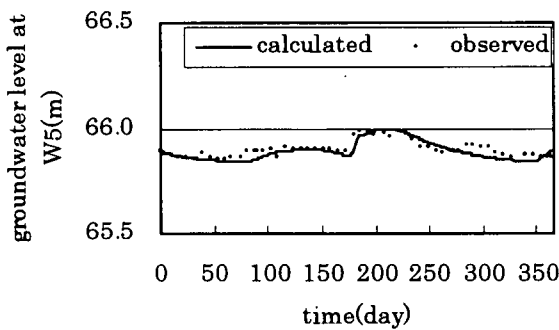


図-5(f) W5の地下水位の計算値と実測値

図-5を見ると、流出量と6地点の地下水位の時系列グラフ形状が概ね良く再現できている。実際、表-1のように、地下水位絶対誤差の平均値 J_{h} が6cm未満、流出量相対誤差の平均値 J_q は15%未満となっており、測定誤差のオーダーを考えると実用上問題のない精度を得ているといえる。

表-1 第100世代における各目的関数の値
(10回の試行の平均)

J_{h1} (m)	J_{h2} (m)	J_{h3} (m)	J_{h4} (m)	J_{h5} (m)	J_{h6} (m)	J_q (%)
.059	.050	.059	.049	.021	.050	14.4

5. 結論

BLX- α を用いた実数値GAを、国分寺試験流域の分布型水循環モデルに含まれる20パラメータの多目的最適化に適用し、以下のような結論を得た。

- (1) 仮想観測データを用いて、最適化を実行した結果、流出量と6地点の地下水位を、ビットストリングGAよりも良い精度で再現することができた。
- (2) 実測データを用いて、最適化を実行した結果、流出量は相対誤差15%未満、地下水位は誤差6cm未満の精度で再現できた。

参考文献

- 1) 小林慎太郎・丸山利輔：Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探索，農業土木学会論文集，65，pp.42-47，1976.
- 2) 菅原正巳・尾崎睿子・渡辺一郎・勝山ヨシ子：タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発（第1報），国立防災科学技術センター研究報告，17，pp.43-89，1977.
- 3) 菅原正巳・渡辺一郎・尾崎睿子・勝山ヨシ子：タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発（第2報），国立防災科学技術センター研究報告，20，pp.157-216，1978.
- 4) 渡辺和好・館谷清・松本賢治・星清：タンクモデル定数の最適化手法の改良，土木学会水理講演会論文集，33，pp.55-60，1989.
- 5) 安永武英・神野健二・河村明：宅地開発にともなう農業用溜池への流入量の変化について，水工学論文集，36，pp.629-634，1992.
- 6) Holland, J.H. : Adaptation in natural and artificial systems, University of Michigan Press, 1975.
- 7) Wang, Q.J. : The genetic algorithm and its application to calibrating conceptual rainfall-runoff models, Water Resource Research, 28(9), pp.2467-2471, 1991.
- 8) 田中丸治哉：遺伝的アルゴリズムによるタンクモデル定数の同定，京大防災研究所年報，36(B-2)，pp.231-239，1993.
- 9) Duan, Q., Sorooshian, S. and Gupta, V.K. : Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, Water Resource Research, 28(4), pp.1015-1031, 1992.
- 10) 田中丸治哉：タンクモデル定数の大域的探索，農業土木学会論文集，178，pp.103-112，1995.
- 11) Davis, L. : The Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- 12) 小野 功・山村雅幸・喜多 一：実数値 GA とその応用，人工知能学会誌，15(2)，pp.259-266，2000.
- 13) Eshelman, L. J. and Schaffer, J. D. : Real-coded genetic algorithms and interval-schemata, Foundation of Genetic Algorithms, 2, pp.187-202, 1993.
- 14) 小野 功・佐藤 浩・小林重信：単峰性正規分布交又 UNDX を用いた実数値 GA による関数最適化，人工知能学会誌，14(6)，pp.1146-1155，1999.
- 15) Wen, C. -G. and Lee, C. -S. : A neural network approach to multiobjective optimization for water quality management in a river basin, Water Resource Research, 34(3), pp.427-436, 1998.
- 16) Yapo, P. O., Gupta, H. V. and Sorooshian, S. : Multi-objective global optimization for hydrologic models, J. Hydrol., 204, pp.83-97, 1998.
- 17) 田村孝廣・安藤義久：並列多目的遺伝的アルゴリズムによる分布型水循環モデルパラメータの最適化，水文・水資源学会誌，13(4)，pp.265-275，2000.
- 18) 安藤義久・高橋裕・吉田秀樹・石川比呂志：台地の試験流域における地下水流動を含む水循環解析，土木学会水理講演会論文集，30，pp.127-132，1986.
- 19) 安藤義久・高橋裕・田村孝廣：台地の試験流域における平面 2 次元モデルによる地下水流動流出解析，土木学会水理講演会論文集，31，pp.89-94，1987.
- 20) 安藤義久・長畑範明：台地の試験流域における地下水流動を含む水循環機構のモデル化とその応用，水文・水資源学会誌，2(1)，pp.33-40，1989.
- 21) Hamon, W.R. : Estimating potential evapotranspiration, Amer. Soc. Civ. Eng., J. Hydraul. Div.87 (HY3), pp.107-120, 1961.
- 22) 玉置 久・森 正勝・荒木光彦：遺伝的アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法，計測自動制御学会論文集，31(8)，pp.1185-1192，1995.
- 23) 伊庭齊志(1994)：遺伝的アルゴリズムの基礎，ホーム社，1994.