

I-14 有限要素法による津波現象解析のための自動要素生成法

Automatic Mesh Generation for Finite Element Analysis of Tsunami Phenomenon

谷口健男*, 佐野敏之**, 千葉雄一***, 小澤靖一****, 野沢勝利****

Takeo Taniguchi, Toshiyuki Sano, Yuichi Chiba, Yasukazu Ozawa, Shori Nozawa

【抄録】本研究では有限要素法を用いた津波解析のための自動要素分割法を提案している。その目的はEWSといった小型計算機の性能を考慮してより少ない節点数で良好な形状を持った有限要素モデルを高速に作り上げることにある。用いた手法は部分領域法とデローニー三角分割そしてメッシュ関数法であり、個々の部分領域でのメッシュ分割の目的を考慮できる方法である。なお、要素分割で要求されるトポロジー生成と幾何学量の生成を分離した点も本手法の最大の特色の一つである。

【Abstract】 The aim of this paper is to propose an automatic mesh generation method for the finite element analysis of Tsunami phenomenon. The numerical stability of the solution method and efficient use of computer require geometric modeling method which generates smooth, regular and geometrically nice meshes whose size is decided at its location. The authors propose a mesh generation method based on the ideas of Blocking method and Delaunay triangulation. Additionally, an efficient method is proposed to improve the mesh quality after the mesh generation. The efficiency of the proposed method is examined using a test problem.

【キーワード】津波, メッシュ生成, ブロック法, デローニー三角分割, メッシュ関数法

【Key Word】Tsunami, Mesh Generation, Blocking Method, Delaunay Triangulation, Mesh Function

1. はじめに

数値解析による津波解析は手法的には有限差分法によるものと有限要素法によるものに分けられよう。有限要素法は、本来複雑な形状を有した領域の数値解析法をして

発達してきたこともあり、前者に比べて対象領域の形状が複雑な場合その適用が容易である。津波解析では必然的に海岸線を取り込んだ領域での数値解析が要求されることより、この分野の有限要素解析を活用す

* :岡山大学環境理工学部 (連絡先 :〒700 岡山市津島中2-1-1)

** :岡山大学 大学院 修士課程

*** :東急建設株式会社技術本部土木技術部

****:東急建設株式会社施工本部土木設計部

る意義は大きいといえる。特に、津波解析の必要性は海岸近傍での津波現象の詳細な把握にあり、可能な限り自然な地形や海底形状を精度良く表現した幾何学モデルを作成し、結果として良好な数値解を得ようとする考えが今日要求されている。例えば、海岸近くでの津波現象の把握のために有限要素法を採用する試みがなされ始めている。

有限要素法を用いた津波解析では解析対象領域をどの様に要素分割するかが大きな問題である。特に、ワークステーションの性能の向上は津波解析をその様な小型計算機上で可能にさせたが、そこで問題となっているのがメッシュ・ジェネレーションである。即ち、演算速度と容量の制約条件下で如何に良好な有限要素モデルを作り上げるかが最大の問題と考えられる。本研究では対象領域を一括して有限要素モデルを作り上げる方法に代えて、領域をメッシュ分割の目的に応じた幾つかの部分領域に分割し、個々の部分領域を目的に即した形の要素に分割した後、全体領域の有限要素モデルを作り上げる部分領域法を提案する。

ここで提案する津波解析では、津波現象を精度よく解析することの必要な湾岸部、それにつながる沿岸部、さらにその外部に位置する部分領域（緩和部と呼ぶ）と津波入力の行われる遠方部の4つの部分に分割し、それぞれに対して別個の要素分割の目的を設定して、それに合った要素生成を行う。なお、これらの4つの部分領域に対する要素生成の目的は次のように設定している。

領域I(湾岸部) :

一様な細かい三角形要素配置

領域II(沿岸部) :

深さに応じた要素寸法を持った三角

形要素配置

領域III(緩和部) :

沿岸部と遠方部での要素を滑らかに接続させる三角形要素配置

領域IV(遠方部) :

一様な粗い三角形要素配置

これら4つの部分領域の連結関係を図1に示す。なお、入力データとしては

- (1) 海岸線情報(海岸線に沿って設定された点の座標値)
- (2) 等深度線情報(コンターデータ)の2種類を想定する。

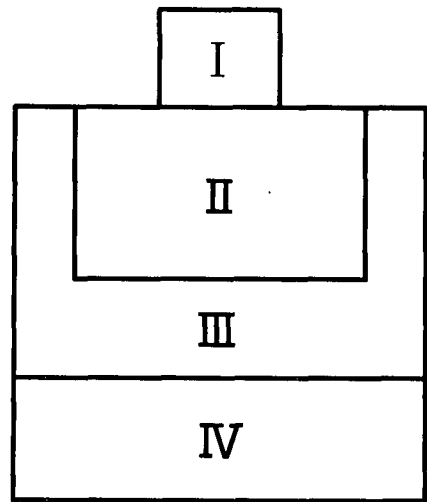


図1 全体領域と部分領域

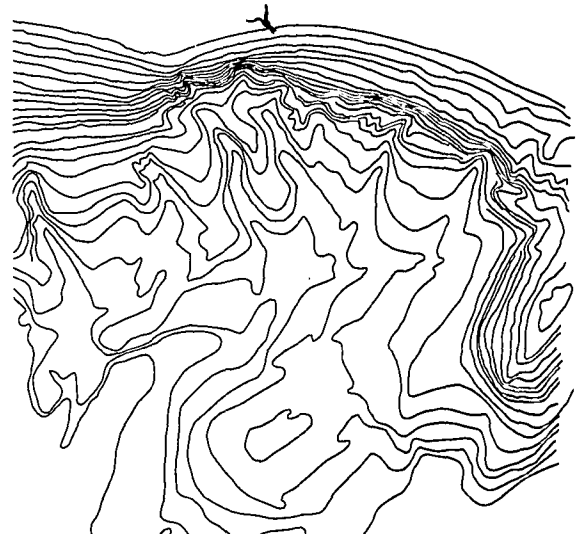


図2 海岸線および等深度線情報

これらの入力データの一例を図2に示す。

ユーザ自身で上に示した4つの部分領域を対話形式で入力し、その入力結果から4つの部分領域を自動的に設定した後、個々の部分領域を対象にして既に述べた要素分割の目的に合った点を自動配置して要素分割を行い、その後得られた三角形要素群を順次結合して全体領域の有限要素モデルを作り上げる。なお、上に述べた部分領域への分割はブロックング法と呼ばれる方法であり、その後の部分領域を対象とした要素分割法には2次元デローニー三角分割とメッシュ関数法の2種類を用いる[1]。なお、これらの2種類の方法はいずれも高速な、そして信頼性の高い方法である。

2. 入力データの加工法

図2は海岸線情報と等深度線情報を図示したものである。そこに示されるコンター線上の点間隔を調べると、点の間隔は一様ではないことより、入手できた点情報をそのまま利用して要素分割を行うと、歪んだ三角形要素や隣り合う要素の面積比が非常に大きい、また深さに合った要素寸法を持たない、といった数値解析上好ましくない有限要素モデルを生成してしまう恐れがある。もし、入手できたデータをそのまま利用してこれらの要求を満たすような要素生成を行おうとすれば、追加する点数が多くなり非常に膨大な要素数を使った有限要素モデルを生成してしまう結果となる。この様な欠点を防止する必要上、

領域を部分領域に分割する

点配置状態を加工する

ことが望まれる。ここではこれらの目的を達成するために、前者を対話形式でユーザの経験を生かして部分領域に分割するツールを提案する。また、後者につ

いては入力できた点情報から新しく要素分割に利用できるような点配置を自動的に作り出す一種のフィルターを提案する。

上に述べた様に要素寸法はその要素位置で決定されるべきであって、その関係は

$$d = \alpha \sqrt{h}$$

で与えられる[2]。ここで、 α は1より大きなパラメータであり、ユーザ自身が指定するものとする。また、 h は三角形要素の位置する個所の深さを、そして d は点間隔を示す。この関係を満足させるように、次に示す手法を用いて、ユーザが入手した点位置に関する情報から新しい点情報（これは要素分割に直接利用する情報）を作り出す。

(1) 海岸線情報を用いた近似海岸線の生成

いま、 α と海岸線での深さに対して適当な値を与えると上式より点の間隔 d が決まる。しかしながら、入力できた海岸線上の点間隔は d に等しくなく、不均一な間隔でしかない。よって、与えられた点位置情報から新しく点を距離が目標とする値 d に等しくなるように設定し直す。この方法は図3に示した通りである。すなわち、海岸線情報の一端点から距離が d の位置に新しい点を設定し、その方法を繰り返して、近似の海岸線上の点を設定する。

この近似海岸線の生成のいま一つの目的は海岸線の形状を滑らかなものに置き換えることにある。余りにもジグザグな海岸線を持っている場合、要素分割時にそれが要素形状に悪影響を及ぼしかねない。上に示した方法で近似海岸線を生成すると、距離 d 以下のジグザグは自動的に

に排除され、相対的に滑らかな海岸線を得ることが出来る。

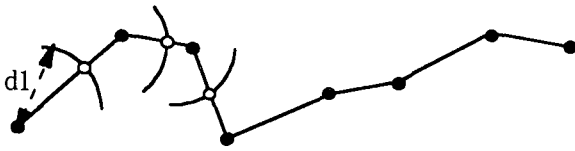


図3 近似海岸線の生成

(2) 等深度線情報からの近似コンター線情報の生成

入力できたコンター線情報は海岸線情報と同様に点間隔は一定とは言えず、また隣接する2点間の距離はそのコンター線の深さ位置で決まる点間隔 d に一致しているとは限らない。上の式で明らかのように、深さが増すに連れて点間隔

(メッシュ寸法)は大きく設定されなければならない。また、用いる電算機の性能等より有限要素モデルの生成に利用可能な点数に制限があることより、どのコンター線を用いるかはユーザの考えによることになる。よって、ユーザ自身が指定したコンターデータを用いて、上記手法でまずその深さでのメッシュ間隔 d を決め、その値を用いて元のコンター線から近似コンター線を作る。この操作をユーザの指定した全てのコンター情報に適用して、必要な近似コンターデータを生成する。この結果得られたコンター線を図4に示す。

近似海岸線情報と同様にこの結果得られる近似コンター線は深さより決定された一定の点間隔を持った、そして元のコンター線に比べて相対的に滑らかなものとなっている。よって、この近似コンター線上の点を用いて得られる三角形は形状が良好なものとなることが期待できる。

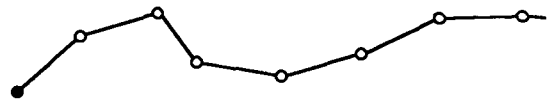


図4 近似コンター線

3. 部分領域への分割

元のデータの代わりに前節で得られた近似海岸線と近似コンター線を対象にして解析対象領域を上にした4つの部分領域に分割する。この操作は対話形式で行う。

海岸線情報を表示して全体形状を見ながら、ユーザ自身が湾岸部、沿岸部、緩和部そして遠方部を形作る点座標値を入力する。この場合、一つの部分領域の指定は”閉じた線”で行うことになる。なお、隣り合う部分領域に共有する線情報(より正確には並んだ点情報)は両者に持たせる必要があることに注意しなければならない。

湾岸部では近似海岸線情報と新規に入力された点情報で領域の指定が行われる。沿岸部は一部の近似海岸線情報と新規入力データ、そしてその内部に位置する近似コンター線情報を含むことになる。緩和部は近似海岸線情報と新規入力データで領域の設定が行われ、遠方部は新規入力データのみで形状入力が行われる。

4. 部分領域の要素分割法

ここでは個々の部分領域を対象とした要素分割について説明する。それぞれの部分領域での要素分割法は下記の通りである。

4-1. 湾岸部の要素分割法

湾岸部の周辺は近似海岸線上の点と新しく設定した沿岸部との共有辺上の点で

構成されている。なお、ここではこの共有辺上の点間隔は一定としている。

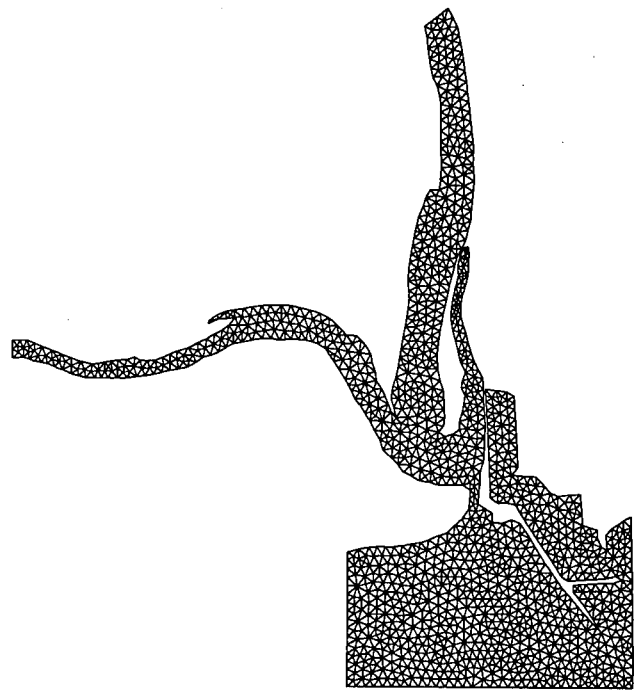
これらの周辺上の点を対象として、修正デローニー三角分割を用いてまず粗い三角形に分割する。この結果、湾岸部は境界（周辺）上の点だけを用いて三角形に分割され、一般には数値解析には不適當なメッシュである。なお、湾岸部内部にユーザ自身設定したい点群がある場合にはそれらの点も利用して湾岸部を三角形要素に分割できる。

数値解析に適した要素分割を行うため、その後内部に点を追加して既存の三角形の細分割を行うが、そのためにここでは偏平率法を採用する。この偏平率法とは既に生成された三角形のうち最大角に向かう辺上の中点位置に新しい点を追加して既存の三角形群をデローニー三角分割の意味で細分割する方法である。この偏平率法をユーザの指定した点数まで繰り返し利用する。

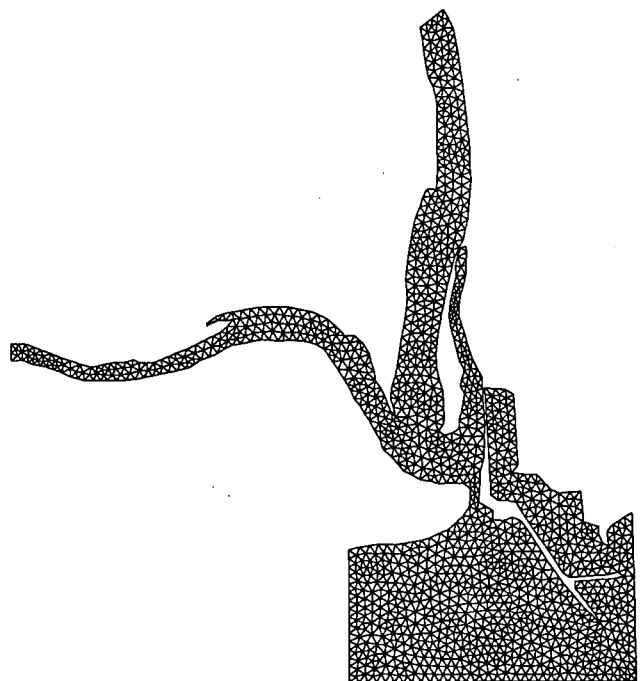
この様にして得られた湾岸部での三角分割は既に十分に小さな三角形となっていることが期待されるが、それはデローニー三角分割を利用したことより幾何学的条件より決定された分割でしかない。その結果、内部の一つの点に数多くの三角形が集まっている場合や逆に少なすぎる要素しか集まらない場合も見受けられる。それらは全て点位置によって決定され、それを排除するには、点配置に注意する、もしくは三角形生成後三角分割を修正する、の二つの方法が考えられる。本研究では第2の方法を採用する。

さらに良好な三角形群を得るために要素形状の改良を行う方法を提案する。この改良は

- トポロジーの変更
- 点位置の移動



ラプラシアン法適用前の要素



ラプラシアン法適用後の要素

図5 湾岸部の要素分割

の2段階よりなる。トポロジーの改良とは点に集まる要素数の制御である。2次元平面では1点に集まる最も好ましい要素数（以降次数と呼ぶ）は6であることは自明である。しかしながら、全ての点でこの条件を満足させることは困難であ

ることより、ここでは点の次数を5～7になるように次の方法で要素分割を変更・修正する。もし、次数が4以下の点があれば、その点は取り除くことにする。逆に、次数が8以上の点があればその点を取り除いて多角形を作り、その内部に小さな三角形を置き、その3頂点を用いて多角形を細分割する。この操作を領域内部の全ての点について行う。境界上の点については点を共有する境界上の隣り合う2辺のなす角度でもって次数を次のように変化させることにする。

- $0^\circ < \theta < 80^\circ$: 次数 = 1
- $80^\circ < \theta < 160^\circ$: 次数 = 2
- $140^\circ < \theta < 210^\circ$: 次数 = 3
- $200^\circ < \theta < 280^\circ$: 次数 = 4
- $250^\circ < \theta < 350^\circ$: 次数 = 5
- $300^\circ < \theta < 360^\circ$: 次数 = 6
- $350^\circ < \theta < 360^\circ$: 次数 = 7

上の関係式で同じ次数をもつ角度の範囲が重複しているのはより良好な角度を持った三角形を与える為である。

上に示した次数の調整後、個々の点に関する三角形の作る多角形の重心位置に移動させるラプラシアン法を用いて点を移動させて最終の三角形を決定する。なお、形状の改良前と改良後の比較を図5に示す。

4-2. 沿岸部の要素分割法

沿岸部は海岸線とユーザの選択した最深度のコンター線、そして左右に位置する二つの辺、さらに湾岸部との境界辺で囲まれる領域である。さらに、この部分は隣り合う二つの近似コンター線とその左右に位置する辺で構成されるより小さな部分領域の集合でもある。

いま、この沿岸部を構成する二つの近似コンター線で囲まれるより小さな部分

領域を考える。この部分領域に対して上と同様に修正デローニー三角分割を適用した後、偏平率法で追加点を発生させて要素の細分割を行う。この操作をユーザの指定した全ての隣り合う二つの近似コンター線で囲まれる部分領域に繰り返す。この方法で三角分割を行うと、個々の小さな部分領域は二つのコンター線を構成する点間の距離が制約となり、適切な三角分割が行えることになる。

その後、上と同様に次数調整を行い、その後ラプラシアン法を使って点位置を移動させて沿岸部の要素分割を終える。その一例を図6に示す。

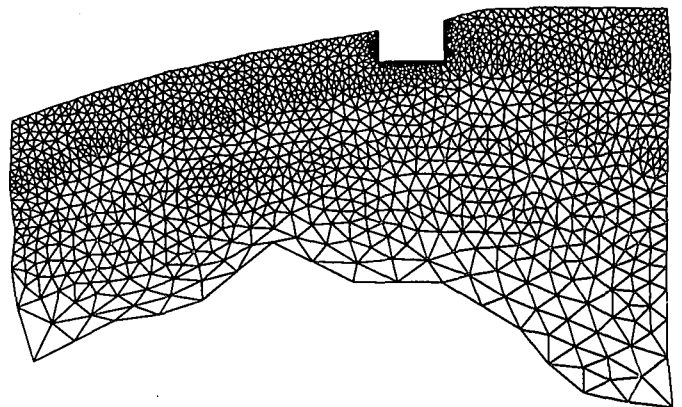


図6 沿岸部の要素分割結果

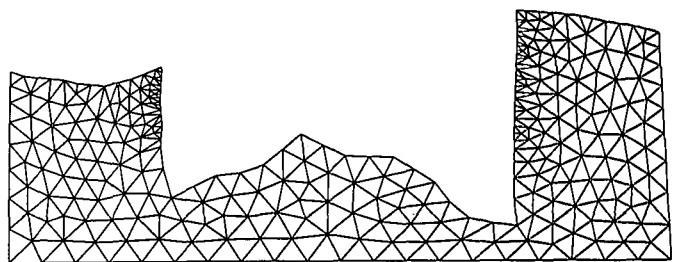


図7 緩和部の要素分割結果

4-3. 緩和部の要素分割法

緩和部は十分に深い領域であり、深さに関係なく一様な三角形要素生成を目指す領域である。緩和部を囲む周辺上の点を用いて修正デローニー三角分割で粗い

す領域である。緩和部を囲む周辺上の点を用いて修正デローニー三角分割で粗い三角分割を行った後、偏平率法で点を追加発生させて、要素の細分割を行う。上と同様にして次数調整とラプラシアン法で要素形状の改良を図る。この適用例を図7に示す。

4-4. 遠方部の要素分割法

遠方部はその形状が四辺形に近い領域であり、メッシュ分割の目的は高速かつ一様な要素生成にある。この目的に合った要素を生成するにはメッシュ関数法が

最適であることより、それを利用する。即ち、千鳥状に点を配置してそれらの点と三角形の関係（要素-節点関係：トポロジー）を求めた後、それを遠方部の領域に写像する方法である。その適用例を図8に示す。

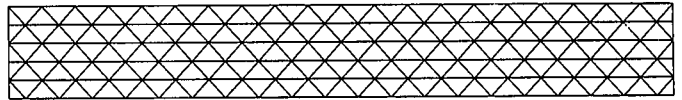


図8 遠方部の要素分割

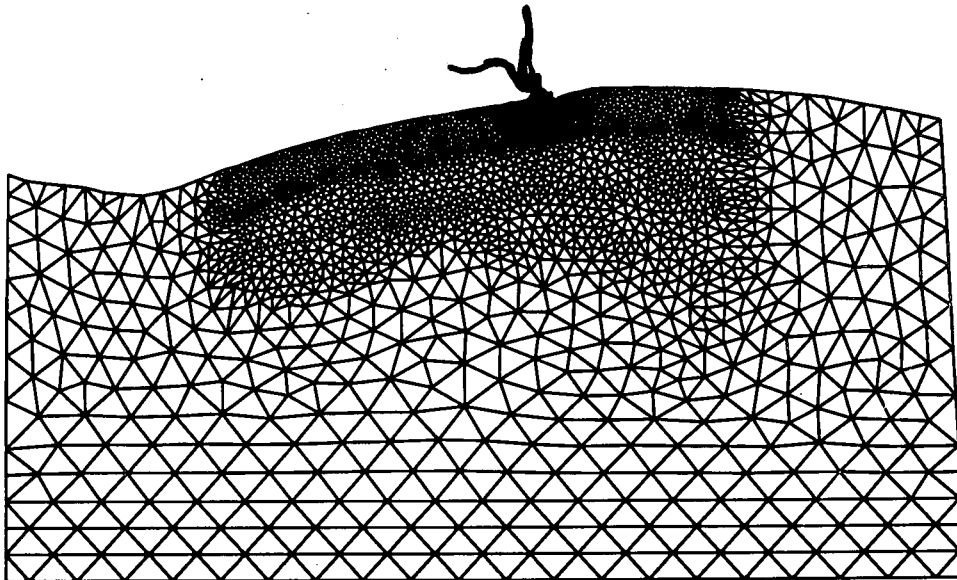


図9-1 全体の要素分割結果の表示

5. 全体領域の要素分割法

第4節に示した方法によって個々の部分領域の内部は十分に目的に合った三角形要素分割が行われることになる。また、部分領域間の接合の為の情報共有は共有辺上の点番号により、あるいはそれらの点座標値により可能である。

これらの情報のいずれかを用いて部分領域を接合すると、接合部近傍には歪んだ三角形要素が残されることになる。よって、最終段階で再度、次数調整を繰

り返して接合辺上の点の次数を制限する。その後、接合辺上の点とそれらに繋がる点を対象にしてラプラシアン法を用い点の移動を行い、最終の要素分割を得る。その結果得られた要素分割図を図9に示す。同図において、上図は全体の要素分割結果を示し、下図は特に湾岸部と沿岸部の一部を拡大して表示したものである。

上に示した方法では要素分割に利用した点は近似コンターデータの生成過程で、またラプラシアン法の利用により元の位

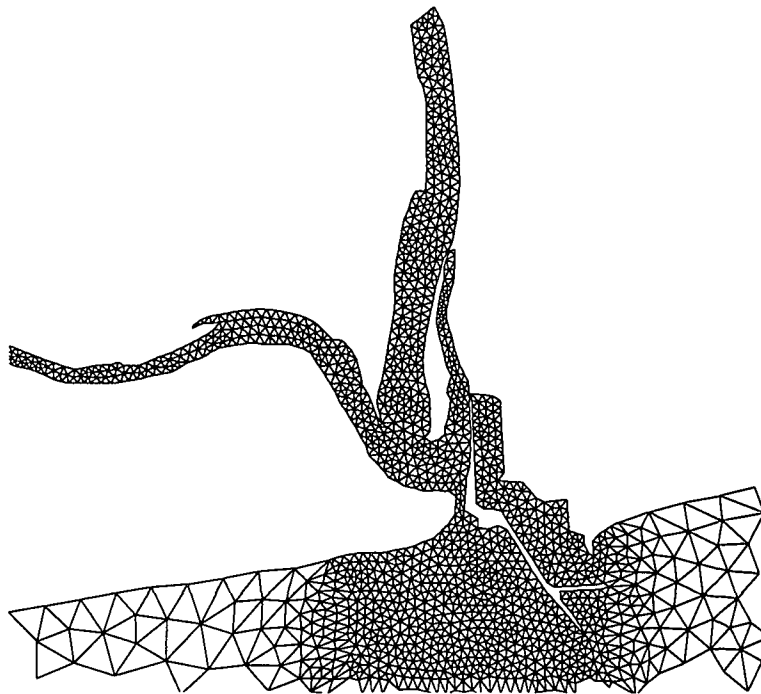


図9-2 全体の要素分割結果の表示(沿岸部を拡大)

置から移動していることより、個々の点の深さは未知量となっている。その値を求める方法として、元の点情報に対して TIN を利用して領域全体を三角分割し、その分割図に例えば図9で得られた個々の点の (x, y) 座標値を入れることにより、その点の z 値(深さ)を求める。なお、ここでは TIN で得られた三角形は平面と仮定している。

6. あとがき

本研究では土木技術者が入手できるデータから直接津波解析用の要素分割を行う手法を提案した。ここに示した手法を用いると、有限要素モデルに使う点数をユーザが決定できることより、ユーザ自身がワークステーションレベルの計算機で津波解析を行うことが出来ることになる。

本研究で示した手法のうち、要素形状の改良手法は2次元では非常に有効な方法である。要素分割法として良く利用さ

れるデローニー三角分割をトポロジー(要素-節点関係)生成のためにだけ利用している。よく知られているように、有限要素モデルはトポロジー特性と幾何学的特性の両者が適切な場合良好なモデルとなり得る。本研究はそれら両特性の生成を分離した形式であって、今後この形の要素生成技術が望まれるものと思われる。なお、本研究では海底の傾斜に伴う要素生成を行う方法は含まれていない。これについては、今後の検討課題として残されている。

参考文献

- [1] 谷口, FEMのための要素自動分割—デローニー三角分割法の利用, 森北出版, 1992
- [2] 大網, 千葉, 小澤, 門倉, ”津波解析結果のCGを用いた可視化手法について”, 第2回CGで見る流れの世界シンポジウム, 平成7年