

## I-1 かたちのスペクトルによる粒子形状の表現

## AN EXPRESSION OF PARTICLE SHAPES USING SPECTRUM OF SHAPE

長谷川 明<sup>1</sup>, 諸戸 靖史<sup>2</sup>

Akira HASEGAWA, Nobuchika MOROTO

【抄録】粒子形状の評価方法としては、これまでラウンドネス、アンギュラリティあるいはスフェリシティが利用されているが、評価方法が単純なスフェリシティを除くと、アンギュラリティとラウンドネスを測定するためには、射影した図形の面積、内接半径、突起部の角度などを求める必要があり、安定して信頼性の高い数値を求めることは困難である。そこで、形のスペクトルに使用して粒子形状を表現しスペクトル図の図心位置で形を評価することを提案し、従来の評価方法と比較・検討した。

【Abstract】The evaluation of particle shape is important because influence of particle shape on the engineering properties of granular soil is remarkable. we have roundness, angularity and sphericity in order to express the particle shape. However, it is difficult to obtain the angularity and roundness with high reliability. The authors investigate an automatic method using a computer system to get a measure of shape factor. We try to use shape spectrum for a representation of particle shape. In this paper, we develop a system that uses image-scanner for reading a shape of particle and computer for calculating the centroid of the spectrum. It is seen the centroids of spectrum is relating to the roundness or the angularity of particle.

【キーワード】粒子, 形状, 形のスペクトル, アンギュラリティ, ラウンドネス

【Keywords】particle, shape, spectrum of shape, angularity, roundness

## 1 はじめに

粒子の形状が土の工学的特性へ与える影響は大きいので、粒子形状を評価することは土質の工学的分類上重要なことと思われる。粒子形状の評価の方法としては、これまでラウンドネス (roundness)、アンギュラリティ (angularity) あるいはスフェリシティ (sphericity) がある。ラウンドネスは射影した図形の最大内接円の半径と各突起部の内接円の半径を使って、アンギュラリティは突起部の角度を使って、それぞれ形を評価するものである。また、スフェリシティは射影した図形の場合には、図形の周長が同じ面積を有する円の周長と比較することで形を評価している。評価方法が単純なスフェリシティ

を除くアンギュラリティとラウンドネスを測定するためには、射影した図形の面積、内接半径、突起部の角度などを求める必要があり、安定して信頼性の高い数値を求めることは困難である。これらの評価を自動化するために、計算機とその周辺機器を利用する方法を検討したが、突起部の角度を求めることや内接半径を見いだすことは極めて困難であったため、この評価を形のスペクトルによって行うことを検討した。

本論で述べる形のスペクトルは粒子の射影図形の図心から表面までの動径ベクトルの絶対値を並べたときのスペクトルである。凹凸の激しい場合はスペクトルの高周波成分が、丸みをおびた形の場合は低

<sup>1</sup>工博 八戸工業大学工学部土木工学科 (〒031 八戸市妙字大開88-1)

<sup>2</sup>工博 八戸工業大学工学部土木工学科 (〒031 八戸市妙字大開88-1)

周波成分がそれぞれ卓越することから形をスペクトルで評価できるという考えに基づいている。スペクトルが高周波に片寄っているか、低周波に片寄っているかを、スペクトル図の図心位置で評価することとした。

本研究は、このような評価を、射影図形の読み取りにはイメージスキャナを、スペクトル図心の計算には計算機を使用して自動的に行えるシステムを開発し、従来の評価方法であるラウンドネス、アンギュラリティの評価値と提案するスペクトル図心を比較し検討したものである。

## 2 従来の形の表現

粒子は3次元の形状を有するものであるが、本研究ではその形状の表現を投影された2次元の粒子形状で評価するものと考えている。以下、粒子形状とはこのような投影された2次元形状を意味するものとする。

### 2.1 ラウンドネス

ラウンドネスとは図1に示すような粒子形状の最大内接円の半径  $R$ 、突起部の数  $n$ 、およびその内接円半径  $r_i$  から、

$$\text{roundness} = \sum_{i=1}^n r_i / nR \quad (1)$$

と表現される形の評価値である。円の場合には  $R$  と  $r_i$  が一致するためラウンドネスは1となる。

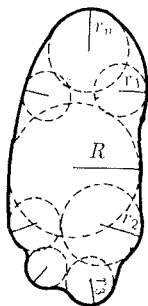


図1 ラウンドネス

### 2.2 アンギュラリティ

アンギュラリティとは図2に示すような粒子形状の突起部を次式で評価したものである。ここで、 $n$  は突起部の数である。

$$\text{angularity} = \sum_{i=1}^n \{(180^\circ - \alpha) x_i / r_i\} \quad (2)$$

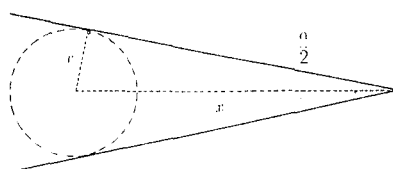


図2 アンギュラリティ

## 3 かたちのスペクトル

図3に示すように、形は任意の点からの動径ベクトルで表現することができる。分割数を  $N$  とし、動径ベクトルを図4のように並べると、波形を扱うときと同じく、基準線からの角度  $\theta$  における動径を、

$$R = a_0 + \sum_{i=1}^{N/2} a_i \cos(i\theta + \phi_i) \quad (3)$$

と表現できる。ここで、 $a_i$  と  $\phi_i$  は、それぞれ形のスペクトル  $i$  成分の振幅および位相差である。また、 $a_0$  は形のスペクトル成分の中の円の半径を示す。

大きさの異なる形をも考慮するため、スペクトル成分を

$$\sum_{i=0}^{N/2} A_i = 1 \quad (4)$$

となるよう正規化し、

$$A_i = a_i / \sum_{i=0}^{N/2} a_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N/2) \quad (5)$$

を本文で述べる形のスペクトルとする。

例えば、図5は半径  $a_0$  の円に、 $2\pi/5$  周期で振幅  $a_5$  の  $\sin$  関数の波が重ねられた形である。半径  $a_0 = 150$ 、振幅  $a_5 = 28$  とすると、この図形を64分割したときの動径ベクトルは図6となり、この図の形のスペクトルは図7となる。この結果、形のスペクトルがスペクトル図の右側（高周波成分）にあれば凹

凸の激しい形状を示すこととなる。つまり、このスペクトル図によって形の性格を表現することができる。スペクトル図の違いを表現するため、スペクトル図の図心位置をその評価値として利用することを検討した。

すなわち、

$$G_1 = \sum_{i=0}^{N/2} (iA_i) / \sum_{i=0}^{N/2} A_i \quad (6)$$

で表現される数値をここではスペクトル図心と呼び、形の識別に利用できるか検討した。また、スペクトル図の左側（低周波成分）は形の全体の凹凸を、右側（高周波成分）は表面の小さな凹凸を表現するものと考え、次の2つのスペクトル図心を形の識別に使えるものと考えた。

$$G_2 = \sum_{i=0}^{N/4} (iA_i) / \sum_{i=0}^{N/4} A_i \quad (7)$$

$$G_3 = \sum_{i=N/4+1}^{N/2} (iA_i) / \sum_{i=N/4+1}^{N/2} A_i \quad (8)$$

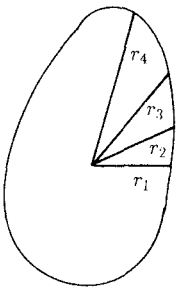


図3 形の動径による表現

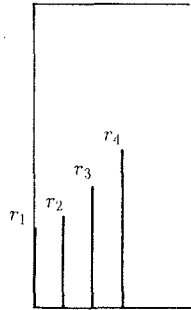


図4 動径ベクトル

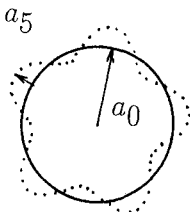


図5 かたちの例

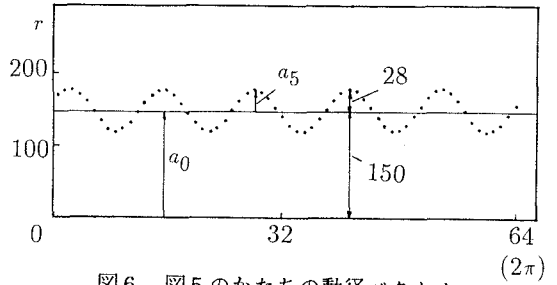


図6 図5のかたちの動径ベクトル

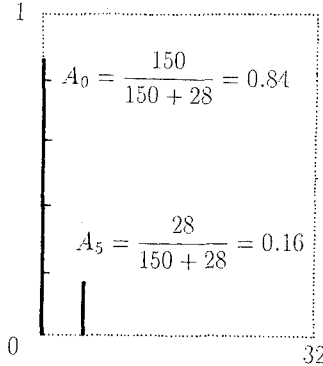


図7 図5のかたちのスペクトル図

## 4 計算方法

### 4.1 利用装置

利用した装置は一般的なパーソナルコンピュータ、フロッピーディスクおよびイメージスキャナーである。フロッピーディスクは画像などのデータの保存に、イメージスキャナーは画像をパーソナルコンピュータに取り込むために利用した。

### 4.2 手順

作業は、(a) 図形の画像入力、(b) 離散点による図形の表現、(c) スペクトルの計算の順で行われる。

#### (a) 図形の画像入力

粒子形状の投影図形をイメージスキャナーにより、画像入力し、フロッピーディスクに保存する。

#### (b) 離散点による図形の表現

スペクトルを求める動径ベクトルは、動径ベクトルの始点、図形の傾きあるいは分割数によっ

て異なる。このため、次のような手順をとることによって、一定の基準に沿った分割ができることとした。

- 1) 図形内の任意の点から放射状に描かれた直線と図形周辺の交点を、等角度で求める。
- 2) この交点を使って、図心を求める。
- 3) 図心から、改めて放射状に描かれた直線と図形周辺の交点を等角度でもとめ、断面2次モーメントを計算して主軸を求める。
- 4) 最後に、主軸と図形の交点を求め、さらにこの軸を開始の軸として図心から放射状に引かれた直線と図形の交点を求める。

(c) スペクトルの計算

交点の動径ベクトルからスペクトルを計算し、式(6)から(8)のスペクトル図心  $G_1$ 、 $G_2$  および  $G_3$  を求める。

5 計算結果

ここでは、スペクトル図心の指標としての妥当性の検討を中心に計算した結果について述べる。ラウンドネス、アンギュラリティには標準形状のようなものが特にないため、これまでに、ラウンドネス、アンギュラリティが求められている図形を対象として、従来評価との比較検討を行った。

5.1 ラウンドネスとスペクトル図心

ラウンドネスがすでに求められている形のスペクトル図心を求め、ラウンドネスと3つのスペクトル図心の関係を図8に示す。分割数は64である。図8から全体のスペクトル図心  $G_1$  と低周波成分の図心  $G_2$  は、ラウンドネスが大きくなるに伴って小さい値をとることが示されている。これらの関係はおおよそ線形であることが示されている。一方、高周波成分である  $G_3$  はラウンドネスとは明確な関係が見られない。図9に示す分割数  $N$  が256の場合にも同様なことが言える。

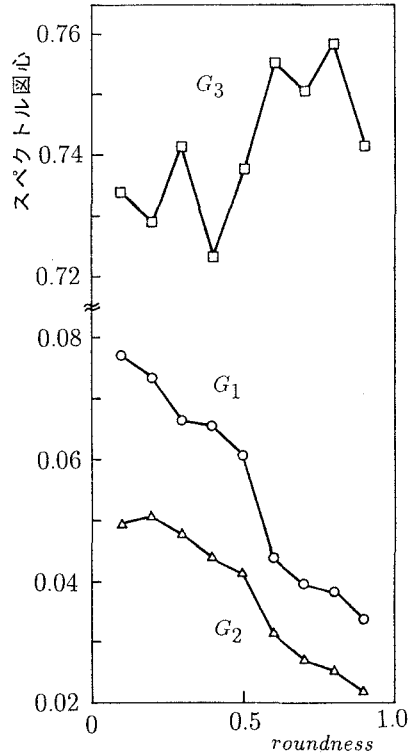


図8 ラウンドネスとスペクトル図心  $G_1, G_2$  および  $G_3$  ( $N = 64$ )

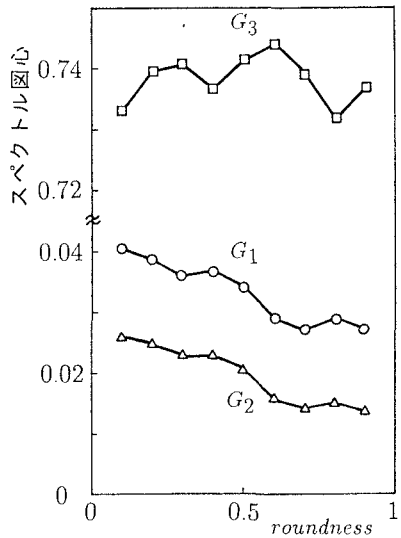


図9 ラウンドネスとスペクトル図心  $G_1, G_2$  および  $G_3$  ( $N = 256$ )

5.2 アンギュラリティとスペクトル図心

図10, 11はすでにアンギュラリティが求められている形の図形のアンギュラリティとスペクトル図心の関係を、分割数をそれぞれ64, 256として求めたものである。この図においてもスペクトル図心  $G_1$  と  $G_2$  はアンギュラリティと線形の関係があることが示されている。一方  $G_3$  はアンギュラリティを評価していないことが示されている。

6 結論

本研究は、粒子形状を形のスペクトルによって評価することを試みたもので、この評価方法を従来の形の分類に用いられているラウンドネス、アンギュラリティと比較したものである。本研究から次の結論を得た。

- (a) かたちのスペクトルを用いることによって自動的に粒子形状の識別ができる。
- (b) かたちのスペクトルの変化をスペクトル図の図心を使って評価すると、得られた値は従来のラウンドネス、アンギュラリティと線形の関係がある。
- (c) スペクトルのうち低周波成分と高周波成分のそれぞれの図心を求め、ラウンドネス、アンギュラリティとの関係を調べると、低周波成分とは全体のスペクトル図心と同様な関係が見られるが、高周波成分とは関係がないことがわかった。
- (d) 分割数を64と256とし計算値の比較を行った結果、3つの図心とラウンドネス、アンギュラリティの関係は同様であった。分割数は計算精度に大きく影響を与えられられるが、画像データの精度がディスプレイの精度に左右されるため使用する機器の精度と同時に検討する必要がある。

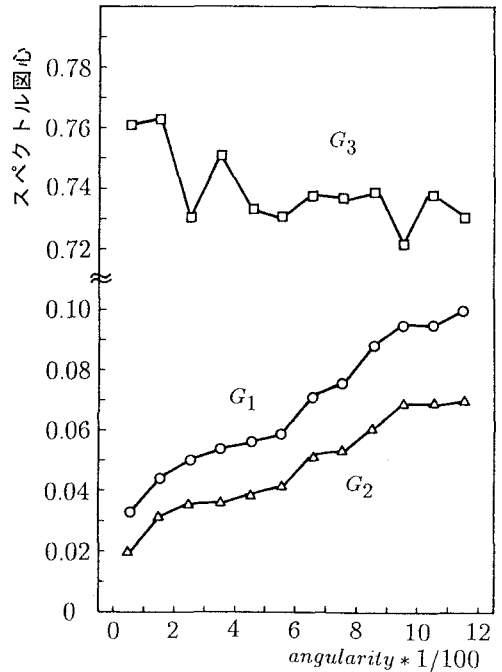


図10 アンギュラリティとスペクトル図心  $G_1, G_2$  および  $G_3$  ( $N = 64$ )

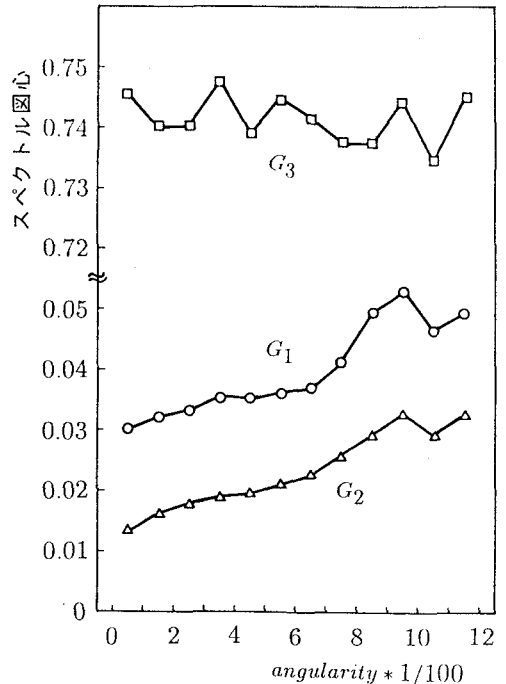


図11 アンギュラリティとスペクトル図心  $G_1, G_2$  および  $G_3$  ( $N = 256$ )

本研究では形を表現するベクトルとして動径ベクトルを使用した。形を決定する節点間のベクトルを利用する方法もある。この節点間ベクトルを利用し、スペクトル図心とラウンドネス、アンギュラリティの関係を調べると同様な傾向が求められている。しかし、粒子形状の凹凸とスペクトルの関係が明確である動径ベクトルを用いる方法が形の識別には適していると考えた。

この研究は、土の力学的性質に与える土粒子の形状の影響は大きいものと考え、その形をどのように評価するかを検討したものである。このためには、今後、土粒子の形と強度の関係を明確にする必要がある。また、ラウンドネス、アンギュラリティおよび本文で提案した評価方法と土の力学的性質の関係を研究する必要があると考えている。

#### 参考文献

- [1] Wadell, H. (1935), "Volume, shape and roundness of quartz particles", *Journal of Geology*, Vol.43, pp.250-280
- [2] Lees, G. (1964), "A new method for determining the angularity of particles", *Sedimentology*, Vol.3, pp.2-21