

Aki-Larner法による 三次元動的地盤解析システムの開発

(株)熊谷組 情報システム室 ○永坂 英明
豊橋技術科学大学 建設工学科 蔣 通

1. はじめに

地盤や地形の不整形性が地震動に及ぼす影響の問題は、過去の地震災害例によって示されており、地震工学上の重要課題として数多くの研究が行われている。

これに伴い理論解析手法もFEMに代表される領域型解法、BEMなどの積分方程式解法、これらの結合解法などと多種にわたった提案がなされているが、最近の傾向として二次元問題から三次元問題に拡張された解析手法を用いるものが増えてきている。このことは、三次元解析を行うことで解析モデルを実際の不整形構造の地形に近づけることが可能となり、地震動特性の再現性向上に非常に有効となっている。

また、近年における計算機の飛躍的な向上、特に演算時間の短縮、記憶容量の増大がこうした傾向を助長していると言える。

これらを背景として著者らは、二次元問題の不整形地盤を解析するために有力な手法と評価されているAki-Larner法(以下AL法)¹⁾を三次元問題に拡張し、平面S波鉛直入射を可能としたKoketsuらの手法^{2), 3), 4)}を応用した三次元AL法プログラムを開発した。

このプログラムを用いて、不整形地盤をCOSINE-SHAPEDによって理想化したモデルについて解析し、①二次元と三次元による比較、②堆積層が一層と二層の場合による比較、といったケーススタディを行い、①、②ともに応答値に差異があることを確認した⁵⁾。次に地震観測を実施している実際の地盤を対象モデルとして理論値を求め、実測値と比較することによって三次元AL法の有用性を確認しようとした。しかし、ここで問題となるのは、不整形性をもった地盤や地形を的確に三次元モデルで表現しようとした時の構造データ作成における煩雑さである。

例えば、丘陵地形を三次元モデルにモデル化しようとする、地図の等高線から高さ方向の座標を読み取らなければならないわけであるが、求めたい座標点が等高線の間にある場合(ほとんどがこの条件となるはずである。)は、補間作業が必要となるためかなりの労力がかかってしまう。ましてこれが数ポイントであれば問題とならないのであろうが、解析対象範囲が大きくなればなるほど、また地形の形状による影響をより詳細に表現しようとするればするほど読みとる座標のポイント数は莫大に増加する。

もう一つの問題点としては、どこの地点で物性値が変化しているかを示す地層区分の等高線が必要となることであり、これを手作業で求めるのはかなり難しい。

また、作成した構造データのチェックをどのように行うかといった問題も残していると言える。

したがって、これらの問題点等を踏まえた上で三次元モデルにおける動的な解析を簡単に行うことを可能とするシステム開発に着手した。本システムの機能としては、三次元AL法を行うための入力データ作成の省力化を目的とするばかりではなく、コンピュータグラフィックによる構造データのチェックや解析結果の視覚化をも含めたものを目指した。本論では、「三次元動的地盤解析システム」のシステム構成および機能について出力例を示しながら説明しているわけであるが、各章における内容は次のようにした。2.においては、システム説明の前段階として三次元AL法の解法について簡単に示す。3.においては、本システムの機器構成およびシステムフローに関しての概要を述べ、4.においてシステムを構成する個々のソフトウェアおよびハードウェアの機能について説明している。最後の5.においては、本システムの今後における展開や課題についてまとめている。

2. 三次元AL法の解法

不整形地盤の波動伝播解析においてAL法を適用することは、その解法の特徴により演算時間の短縮および境界形状の取扱いが容易となるといった利点を持っている。

このため本システムにおけるソルバーも二次元問題を三次元問題へ拡張したAL法を用いているわけであるが、ここではその三次元AL法の解法について示す。

なお、本論は、解析システムの内容説明を主観としているため、解法については簡単な説明のみとし、詳しくは参考文献⁸⁾に委ねる。

図-1に示すようなhalf-space上面M-1層から成る媒質の三次元地下構造モデルを考える。各層は等方均質な媒体であり、P波速度、S波速度、密度は、それぞれ α_k 、 β_k 、 ρ_k ($k=1, \dots, M$)である。

ここで減衰を考慮することにより式(1)の複素速度となる。

$$\begin{aligned} \alpha^*_k &= \alpha_k (1 + i \xi_p) \\ \beta^*_k &= \beta_k (1 + i \xi_s) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ であり、 ξ_p 、 ξ_s は、P波およびS波の減衰である。

各層を分割している層境界や自由表面は、深さ方向を関数とした不整形性を有しているとする、深さの関数は、式(2)のように表わせる。

$$Z_k(x, y) = Z^{\circ}_k + h_k(x, y) \quad (k=0, \dots, M-1) \quad (2)$$

関数 $h_k(x, y)$ は、平均深さ Z°_k を中心として変化するものであり、 k 層における層の平均厚さは、 $d_k = Z^{\circ}_k - Z^{\circ}_{k-1}$ となる。三次元弾性体における波動場の変位ベクトルは式(3)のように表わすことができるわけであるが、面内波の伝播方向が $X-Z$ 面内であると仮定したうえで、P波、SH波、SV波の変位ポテンシャルを周波数領域の波数に関して変換すると、式(4)となる。

$$\vec{u} = \text{grad } {}_1X + \text{curl}({}_2X, {}_3X, 0) \quad (3)$$

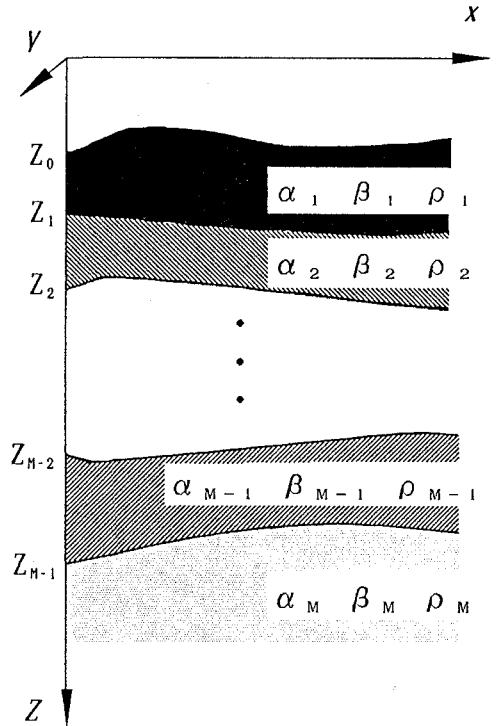


図-1 多層三次元地下構造モデル図

${}_1X, {}_2X, {}_3X$: 各層における変位ポテンシャル

$$\begin{aligned} {}_1\bar{X}(k_x, k_y, z, \omega) \\ = A_+ \exp(i\nu_1 z) + A_- \exp(-i\nu_1 z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_2\bar{X}(k_x, k_y, z, \omega) \\ = B_+ \exp(i\nu_2 z) + B_- \exp(-i\nu_2 z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_3\bar{X}(k_x, k_y, z, \omega) \\ = C_+ \exp(i\nu_2 z) + C_- \exp(-i\nu_2 z) \end{aligned}$$

$$\nu_i = -i \sqrt{(k_x^2 + k_y^2 - k_i^2)}$$

$$k_i = \omega / v_i \quad (i=1, 2)$$

$$v_1 = \alpha, \quad v_2 = \beta \quad (4)$$

ここに、Koketsuらの用いた方法による誘導を行い、不規則境界面における変位と応力を波数の有限和によって近似する。

$$\begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \sum_{q=-N_x}^{N_x} \sum_{r=-N_y}^{N_y} [L(q, r)] \exp(iq\Delta k_x X + ir\Delta k_y Y) \begin{Bmatrix} 1X^{qr} \\ 2X^{qr} \\ 3X^{qr} \\ 1X^{qr} \\ 2X^{qr} \\ 3X^{qr} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$1X^{qr} = A^{qr} \exp(\pm i \nu_{1qr} Z_0) \Delta k_x \Delta k_y$$

$$2X^{qr} = B^{qr} \exp(\pm i \nu_{2qr} Z_0) \Delta k_x \Delta k_y$$

$$3X^{qr} = C^{qr} \exp(\pm i \nu_{3qr} Z_0) \Delta k_x \Delta k_y$$

$$\nu_{iqr} = \nu_i \quad | \quad k_x = kq, \quad k_y = kr \quad (i=1, 2)$$

$$\Delta k_x = 2\pi / L_x, \quad \Delta k_y = 2\pi / L_y$$

$$kq = q \Delta k_x \quad (q = -N_x \sim N_x)$$

$$kr = r \Delta k_y \quad (r = -N_y \sim N_y)$$

L_x, L_y は計算対象とする地下構造を含む不整形地盤の波動場が X 方向および Y 方向に繰り返されると仮定する周期長さである。こうすることにより波数は連続ではなくなり離散化される。ここで、式 (5) を X 方向 ($0 \leq X \leq L_x$), Y 方向 ($0 \leq Y \leq L_y$) の 2 方向におけるフーリエ変換を施すことによって式 (6) の関係が求められる。

実際の解析において、このフーリエ変換を行う時には周期長さ L_x, L_y をそれぞれ 2 のべき乗の個数 NL_x, NL_y に離散化し、2 重フーリエ変換に後記する高速フーリエ変換のアルゴリズムを用いて迅速に解いている。

$$S = K\Phi \quad (6)$$

$$S = [U_x \ U_y \ U_z \ T_x \ T_y \ T_z]^T$$

$$\Phi = [1X+ \ 2X+ \ 3X+ \ 1X- \ 2X- \ 3X-]^T$$

K: IRREGULARITY MATRIX

$$K = \begin{bmatrix} x_1 H_+ & 0 & x_3 H_+ & x_1 H_- & 0 & x_3 H_- \\ y_1 H_+ & y_2 H_+ & 0 & y_1 H_- & y_2 H_- & 0 \\ z_1 H_+ & z_2 H_+ & z_3 H_+ & z_1 H_- & z_2 H_- & z_3 H_- \\ x_1 J_+ & x_2 J_+ & x_3 J_+ & x_1 J_- & x_2 J_- & x_3 J_- \\ y_1 J_+ & y_2 J_+ & y_3 J_+ & y_1 J_- & y_2 J_- & y_3 J_- \\ z_1 J_+ & z_2 J_+ & z_3 J_+ & z_1 J_- & z_2 J_- & z_3 J_- \end{bmatrix}$$

$$H(\text{or } J) =$$

$$\begin{bmatrix} H^{-N_x, -N_y; -N_x, -N_y} & H^{-N_x, -N_y+1; -N_x, -N_y} \\ H^{-N_x, -N_y; -N_x, -N_y+1} & H^{-N_x, -N_y+1; -N_x, -N_y+1} \\ \dots & \dots \\ H^{-N_x, -N_y; N_x, N_y} & H^{-N_x, -N_y+1; N_x, N_y} \\ \dots & H^{N_x, N_y; -N_x, -N_y} \\ \dots & H^{N_x, N_y; -N_x, -N_y+1} \\ \dots & \dots \\ \dots & H^{N_x, N_y; N_x, N_y+1} \end{bmatrix}$$

$$H(\text{or } J)^{q, r; n, m} =$$

$$1/L_x L_y \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} h^{qr} (\text{or } j^{qr}) dx dy$$

$$\exp \{ 2\pi i [(q-n)x/L_x + (r-m)y/L_y] \}$$

ここで式 (6) を基盤面から地表面までの各層に関して求め、自由地表面における条件と全ての境界面における変位および応力の連続条件を適用することにより上昇波、下降波を未知数とした連立方程式が得られる。

これを解くことにより、与えられた周波数についての任意地点における応答変位を得ることができる。

3. システム機器構成およびシステムフロー

本システムのシステム機器構成を図-2に示す。

三次元 A/L 法解析のためのマシンは、スーパーコンピュータ SX-1EA を用いており、この前

段階となる入力データの作成は、構造データ部分を図面読み取り装置NSXPRESS5000とパーソナルコンピュータPC-H98で行い、物性データ等を含んだ最終的な入力データ作成をエンジニアワークステーションSUN SPARK station2（以下EWS）で行っている。EWSに関しては、AL法解析結果を視覚化して表示するためにも用いている。これらの機器は、Ethernetによってネットワーク化されており、各々で作成したデータや解析結果のやりとりを瞬時に行うことを可能としている。

なお、解析に用いる入力地震波や解析結果はEWSに接続されている光磁気ディスク装置DISC-INNにてデータベース化することで保存されている。

本システムのシステムフローを図-3に示す。

まず、三次元AL法で実際の地盤を解析するにおいて最も作成することが困難と思われる構造データを作成する。

これは、地図の等高線データを読み取り、このデータの解析対象となる範囲に直交メッシュをかけ（このメッシュは、AL法における周期長さ L_x 、 L_y を離散化する個数 NL_x 、 NL_y による。）、すべての交点におけるX、Y、Z座標を自動的に求めるものである。

この構造データを可視化することでチェックしたのち、解析のための制御データ、物性データを対話形式にて追加することにより、AL法のための入力データを作成する。そして、このデータをスーパーコンピュータ上に転送し三次元AL法によるプログラムを実行する。これによって得られた解析結果の表示を行うわけであるが、ここまでの作業を行うことが本システムの一連の流れとなる。

本システムは、各機能がネットワーク化されているため、ファイル転送が簡単にできるばかりか、リモートログインすることによって一つの端末からすべての操作ができることにより、各種の作業をスムーズに行うことを可能としている。

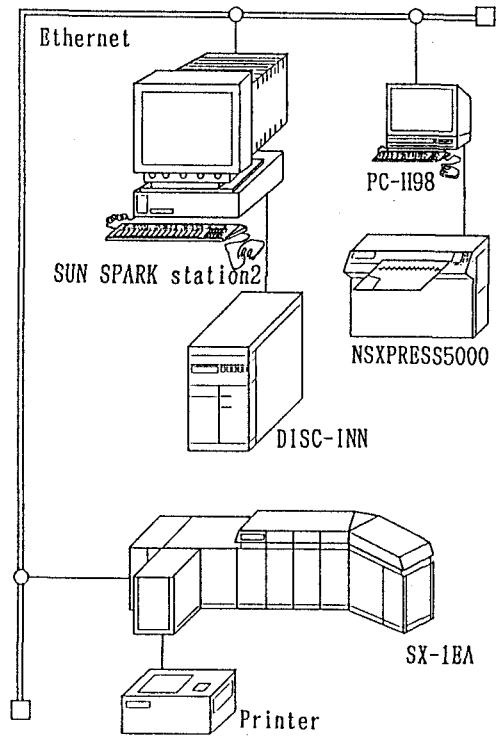


図-2 システム機器構成図

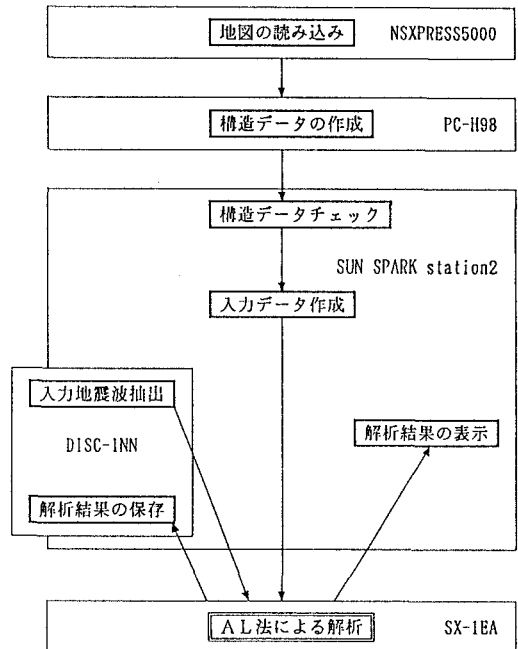


図-3 システムフロー図

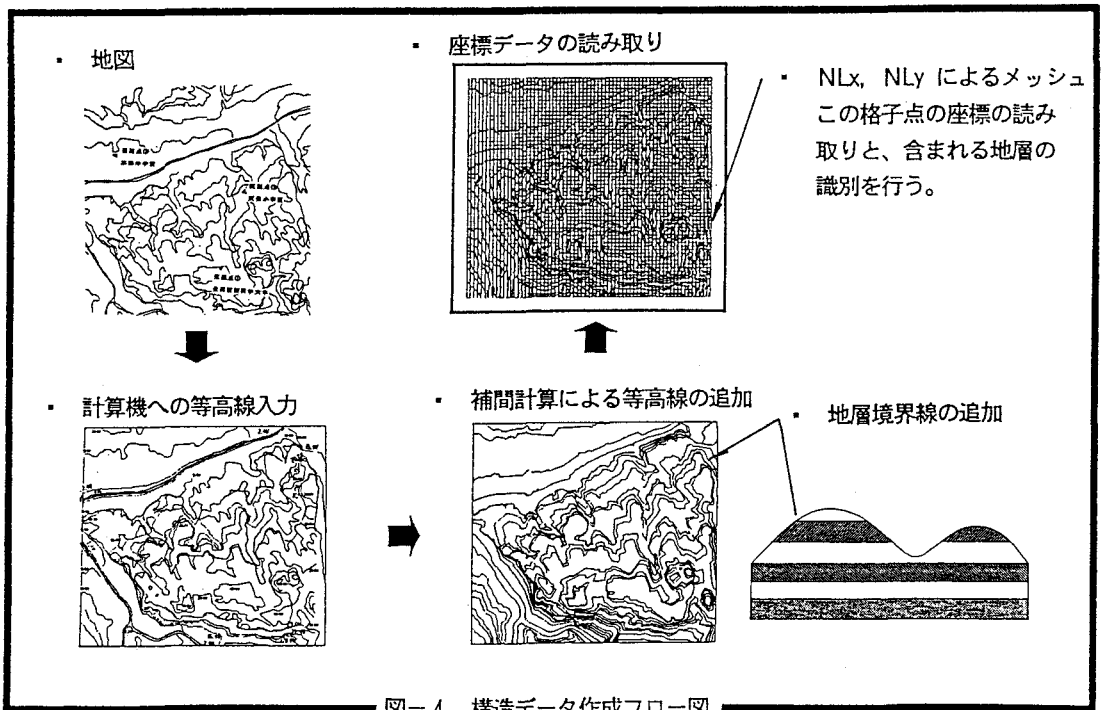


図-4 構造データ作成フロー図

4. システム機能説明

(1) 構造データ作成

図-4に示すような一般的に市販されている地図を図面読み取り装置に入力する。こうすることにより地図上にある等高線データの読み取りを行う。但し、この場合は地形の不整形性を取り扱ったものであって地盤の不整形性を対象とする時には地中における岩盤の等深線が明確となっている図面が必要となる。地形および地盤の不整形性を同時に考慮したい場合はもちろん2つの図面を入力することとなる。

地図より得られた等高線間を補間することによって中間点における数カ所の等高線を新たに作り、入力した地図によるそれよりも遥かに詳細な図面を計算機上で作成する。なお、この時点で地層の変化による地表面の境界線も等高線として追加しておく。

等高線の補間方法としては、入力された等高線データの三点間ごとに面を作成し、この中を直線補間することによって行っている。

AL法において地盤の不整形性がX方向およびY方向にそれぞれの周期長さ L_x , L_y で繰り返されると仮定する解析地盤の範囲をフーリエ変換に用いる離散化個数 NL_x , NL_y で分割したメッシュを用意し、このメッシュにおけるそれぞれのポイントが先に作成された等高線データのどこにあるかによって各ポイントのZ座標値とそれが含まれる地層番号(すなわち解析に用いる物性値)の識別を自動的に求めるものである。(図-4)

こうして構造データが作成されるわけであるが、作成したデータが正確に地形を表わしているかを確認しなければならない。確認の方法としては、各座標値と地図とを照らし合わせていくのが最も確実なのであろうが、 NL_x , NL_y の数が多くなればかなり手間のかかる作業となり、とても合理的と言えるものではない。そこでコンピュータグラフィックを用いた方法として構造データを二次元のコンターラインによって表示する方法(図-5)と三次元のシェーディングされた鳥瞰図によって表示する方法(図-6)で検証するようにシステム化した。



図-5 地形コンター図

二次元のコンターラインでは、入力に用いた地図と比較することでデータチェックが可能であり、三次元の鳥瞰図は、解析対象となる地形を知っていれば一見するだけで構造データの整合性が確認できるはずである。

なお、ここで表示のために用いたアプリケーションは、後述する解析結果表示のためにも用いているものであり、操作が簡単で、EWS上で瞬時に表示することを可能にしている。

(2) 解析

AL法の解析手法に関しては2.において示しており、ここでは、AL法解析時の連立方程式の処理方法について述べる。

AL法においては、 $\{(2N_x + 1)(2N_y + 1) \times 6\}$ 元の連立方程式が得られる。 N_x および N_y はX方向、Y方向それぞれにおける離散化波数の打ち切り個数であり、この個数は式(7)に従う。

$$\begin{aligned} N_x &= f \times L_x / \beta_{\min} \\ N_y &= f \times L_y / \beta_{\min} \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 f は解析する周波数を表わし、 β_{\min} は、構成する層の中で最も軟らかい媒質のS波速度を表わしている。 L_x 、 L_y は、それぞれの方向における周期長さである。

例えば、 $L_x = L_y = 2\text{km}$ で $\beta_{\min} = 0.6\text{km/S}$ のモデルを周波数5Hzまで解こうとすると $N_x = N_y = 17$ となり、マトリクスは、 7350×7350 の非

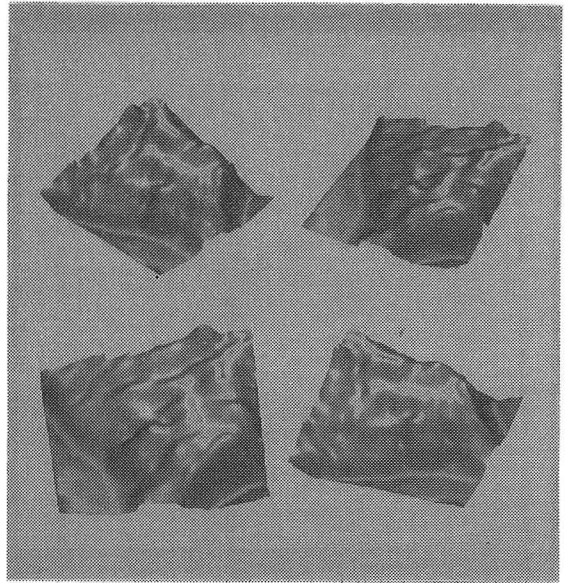


図-6 地形鳥瞰図

対称フルマトリクスとなる。

この容量は、単精度の複素数型として約412Mbyteとなり、これを主記憶上で解こうとしても、これだけの主記憶装置をもった大型計算機はほとんどみられず、不可能に近い。かといって磁気ディスク装置を用いたのではデータ交換のための転送時間がかかってしまい、解析時間が膨大に増加するのは明らかである。そこでこのように大規模な密行列連立方程式を拡張記憶装置を用い、なおかつ計算機のベクトル性能を損うことなく実行できるLU分解プログラムを改良して用いた。⁶⁾

これは、拡張記憶を外部記憶として、そこに係数行列などの入力データを置き、LU分解の結果もそこに形成しているものである。拡張記憶は一般に一時ファイルのように使用されているが、ここでは直接アクセス法を用いることで拡張記憶をあたかも主記憶のように用いることを可能としている。ベクトル演算を得意とするスーパーコンピュータにこのような方法を用いることは、非常に適しているといえ、大規模なLU分解を短時間で行うことを可能としている。

なお、AL法において最も演算時間が必要となるのは、X方向、Y方向の2重フーリエ変換であるため、ここでもベクトル効率を向上させた高速

フーリエ変換を用いることで、演算時間の短縮を図った。

このベクトル化を施した高速フーリエ変換は、通常のものに対してCPU時間にして約74%の短縮を可能にした。

(3) 解析結果表示

解析結果の表示は、EWS上のアプリケーションPV-WAVE (Precision Visuals 社) の簡易言語によって作成した表示システムにて行っている。表示する内容は、次に示す2通りに関してサポートした。

① 応答波形および、その波形分析を含めた表示

② 地表面における最大応答値分布の表示

①に関する表示は、汎用的に別途作成した表示システムに接続することによる。このシステムは、ボタンインターフェイス機能により、応答波形の表示や、そのフーリエスペクトル、応答スペクトル、非定常スペクトル等の表示を対話形式にて選択できるものである。

(図-7)

②に関しては三次元AL法のために開発したものであり、解析モデルの地表面における最大応答値等を表示することで地盤の不整形性による影響を全体的な傾向で把握できるようにした。(図-8)

5. まとめ

本論文において実際の不整形地盤を対象とした三次元動的地盤解析を三次元AL法によって行う上で問題となる「入力データ作成」、「解析結果の表示」を図面読み取り装置、EWS等を用いてネットワーク化することにより解決し、高度な解析の実行を可能とするシステムの構成ならびに機能に関して示した。これにより、今まで実地盤を対象とした三次元動的解析を行うにあたってのモ

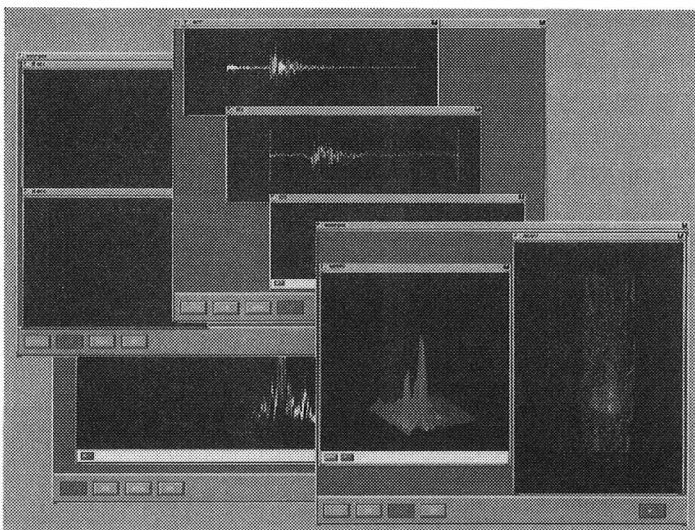


図-7 応答波形表示例

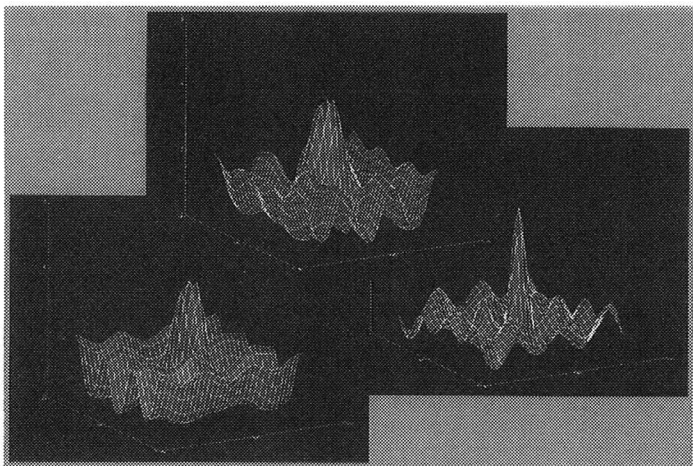


図-8 地表面最大応答値表示例

デル化が、その形状を理想化するか、規模を縮小して行わなければ不可能であったのに対して、より実際の地盤に近いモデル化を可能とした。こうすることで、解析を行う上で地形の影響を詳細に扱うことができるため、より実測値に近い結果が得られるのではないかと考える。したがって、今後は本システムを用いて実際に地震観測を行っている不整形地盤における理論解析値を求め、実測値との比較検討を行うことにより三次元AL法の有用性を示すとともに本システムの有用性をも確認するつもりである。(これらに関しては、別の機会に発表する予定である。)

なお、本システムを今後展開していくにあたり、いくつかの課題が残されている。そのうちで最も大きな課題となるのは、システムに関するのではなく、AL法解析時における計算容量に関するものである。先に示したように本システムのLU分解には、拡張記憶をあたかも主記憶のように用いる方法により大規模な密行列連立方程式を解くことを可能にしたわけであるが、解析範囲を大きくしたり、高振動数まで解こうとした場合に必要となる拡張記憶の容量は現状の計算機ではとても解くことが不可能なオーダーとなってしまう場合がある。現在、計算機のコストパフォーマンスがかなりのスピードで向上しているといっても、これを解くのに見合うまでには、相当の年月を必要とするであろう。

したがって、この計算容量の課題を解決するには、解析時における連立方程式の解法について検討する必要があり、今後これについての検討を行っていく予定である。

最後に本研究を行うに当たって、御指導していただいた豊橋技術科学大学 栗林栄一教授に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Aki, K. and Larner, K.L. Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, 1970, 75, 933-951
- 2) Koketsu, K. 2-D reflectivity method and synthetic seismograms in irregular layered structures. 1. SH-wave generation, *Geophys. J. R. aster. Soc.*, 1987, 89, 821-838
- 3) Koketsu, K. Synthetic seismograms in realistic media : A wave-theoretical approach, *Bull. Earth. Res. Inst.*, 1987, 62, 201-245
- 4) Ohori, M. et al. Seismic response analysis of sediment-filled valley due to incident plane waves by three-dimensional Aki-Larner method, *Bull. Earth. Res. Inst.*, 1990, 65, 433-461
- 5) Jiang, T., Kuribayashi, E., Nishioka, S., and Nagasaka, H. : 3-D • REFLECTIVITY METHOD FOR COMPLICATED IRREGULARLY LAYERED STRUCTURES, *International Journal of soil Dynamics and Earthquake Engineering* (投稿中)
- 6) 津田孝夫 : 数値処理プログラミング, 岩波書店