

# 7. 観測とモデルで得られた振動（潮汐）の精度を表示するダイアグラム

坪野 考樹<sup>1\*</sup>・三角 和弘<sup>1</sup>・津旨 大輔<sup>1</sup>

<sup>1</sup>一般財団法人電力中央研究所 環境科学研究所（〒270-1194千葉県我孫子市我孫子1646）

\* E-mail: tsubono@criepi.denken.or.jp

周期性の現象（例えば潮汐・陸棚波）について、観測とモデル結果を表示するダイアグラムを提案する (Tsubono, 2022)。ダイアグラムでは、観測とモデル結果の調和定数  $A$ ,  $B$  をカルテシアン座標にプロットし、円筒座標としてみるにより位相と振幅を表示する。これにより、位相（相関）および、観測とモデルの差  $RMSD$  を表示することが可能となるため、テイラーダイアグラム (Taylor, 2001) のように、モデルの再現性や精度向上が視覚的に表現できる。また、湾内の観測は複数点ある場合、観測結果で正規化して表示することにより、モデルの再現性・精度向上について相関・振幅・ $RMSD$  を表示可能となる。

**Key Words : Statistical Display, Tides, and Model Validation**

## 1. はじめに

潮汐現象は、沿岸（特に湾内）で卓越することが多く、沿岸の工学設計や水産で重要となる。また、潮汐流の大きさが鉛直混合に影響を与える (Large et al., 1994; Jayne and St. Laurent, 2001) ことはよく知られており、その結果として密度フロントの位置に影響を与える (Simpson and Hunter, 1974) ことが知られている。そのため、沿岸域の流動モデルでは潮汐を考慮しないことはあまりない。また、北太平洋のような外洋域においても、潮汐が重要な役割を果たす (e.g. Nakamura and Awaji, 2004) ことが知られており、潮汐を計算に含めたモデル (Schiller and Fiedler, 2007; Arbic et al., 2010; Sakamoto et al., 2013) が近年開発され、さらに全球海洋の潮汐モデル (Egbert and Erofeeva, 2002) も開発されている。

モデルを用いる場合、観測と比較することにより、モデルのパラメータの最適化を実施して検証する。潮汐に関してモデルと観測結果を比較する場合、調和定数との違いを比較する (Dupont et al., 2005; Wang et al., 2021) こともあるが、1周期平均の時系列の誤差を比較することが多い (Anderson et al., 1995; Fok et al, 2010; Wang et al. 2012; Sakamoto et al., 2013; Stammer et al., 2014; Cummins and Thupaki, 2018)。また、両者の違いを示す図化には振幅・位相差について散布図やヒストグラムを表示している (Dupont et al., 2005; Schiller and Fiedler, 2007; Easton et

al., 2012; Stammer et al., 2014; Pringle et al., 2018)。

本研究では、振幅・位相差・1周期平均誤差を同時に表示するダイアグラムを提案する。これは、モデルと観測の誤差と相関を同時に表すテイラーダイアグラム (Taylor, 2001) と同様なダイアグラムとなる。そして、このダイアグラムを用いて、湾内等で複数計測された観測結果を同時に表示できる方法についても提案する。

## 2. ダイアグラム

(1) ダイアグラム（単数の調和定数の場合）

観測結果とモデル結果の時系列を調和解析したものを式(1),(2)とする。

$$f^o(t) = a_0^o(t) + \sum_{i=1}^M \left( x_i^o \cos \frac{2\pi t}{L_i} + y_i^o \sin \frac{2\pi t}{L_i} \right) \quad (1)$$

$$f^c(t) = a_0^c(t) + \sum_{i=1}^M \left( x_i^c \cos \frac{2\pi t}{L_i} + y_i^c \sin \frac{2\pi t}{L_i} \right) \quad (2)$$

ここに、上付き  $a$ ,  $c$  はそれぞれ観測、モデル結果を示し、 $L$  は周期を示す。このときの1周期の平均誤差  $RMSD$  (Anderson et al., 1995; Fok et al, 2010; Wang et al. 2012; Cummins and Thupaki, 2018) は、

$$RMSD_i = \left[ \frac{1}{2} \{ (x_i^c - x_i^o)^2 + (y_i^c - y_i^o)^2 \} \right]^{1/2}. \quad (3)$$

と表される。また1周期の相関 $R_i$ は、

$$R_i = \frac{x_i^c x_i^o + y_i^c y_i^o}{(x_i^c x_i^c + y_i^c y_i^c)^{1/2} (x_i^o x_i^o + y_i^o y_i^o)^{1/2}} \quad (4)$$

と表される。

ここで、複素数を式(1), (2)から、 $x + jy$  とおいて、ベクトル  $Z^o$  で回転させた  $Z^c$  を

$$Z^c = \frac{Z^c |Z^o|}{Z^o} = x^c + jy^c, \quad Z'^o = \frac{Z^o |Z^o|}{Z^o} = x'^o \quad (5)$$

とする。ここに、絶対値記号は、複素数の大きさ、つまり式(1)の振幅となる。

式(5)で示された  $x'^o$  をテ일러ダイアグラムのリファレンスとして表示し、そして、カルテシアン複素座標に、 $x^c$  と  $y^c$  とを表示すると、円筒座標に対して観測結果とモデルの違いが示される (図 - 1)。図 - 1 の黒丸 (リファレンス)、橙三角は観測、モデルの調和定数を示す。半径方向は振幅を表し、観測とモデルの振幅の大小を表す。また、角度方向は位相を表し、位相の正・負は、観測 (リファレンス) に対して、遅れた・進んだ位相を示している。そして、 $Z^c$  と  $Z^o$  の内積が  $|Z^c||Z^o| \cos(\theta^c)$  とあらわされることから、 $\cos(\theta^c)$  は、ピアソンの相関となる。ここに、角度  $\theta^c$  は、 $Z^c$  の位相  $\text{Angl}(Z^c)$  を表す。そのため、角度  $\theta^c$  から、観測とモデルの時系列の1周期平均の相関が示される。

観測である黒丸 (リファレンス) 周りのコンターは、観測とモデルの距離  $E$ 、すなわち

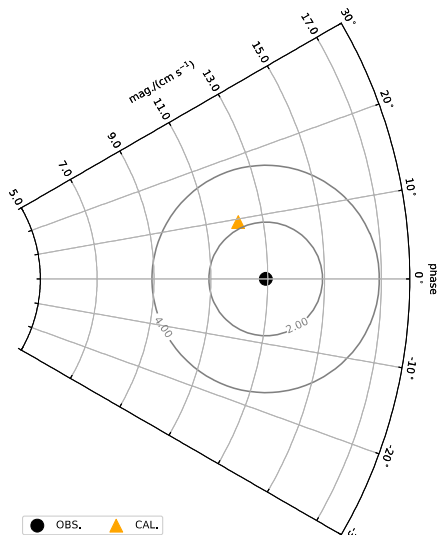


図 - 1 観測とモデルのM2の調和定数を示したダイアグラム：黒丸が観測結果 (リファレンス)、橙三角がモデル結果を示す。半径方向が振幅の大きさ、角度方向が位相を示す。リファレンス周りのコンターは観測とモデルの調和定数の距離 (1周期のRMSDに比例する) を示す。

$$E^2 = |Z^c|^2 + |Z'^o|^2 - 2|Z^c||Z'^o| \cos(\theta^c) \quad (6)$$

$$E^2 = (x^c - x'^o)^2 + (y^c)^2. \quad (7)$$

となり、式(3)のRMSDを用いて  $E = \sqrt{2} \text{RMSD}$  (Cummins and Thupaki, 2018). と表される。

観測とモデルの調和定数を円筒座標系に表すダイアグラムを利用することで、調和定数の振幅および位相の差を表すことが可能となる。このダイアグラムは、位相情報より両者の相関が示される。さらに、観測 (リファレンス) 周りに距離のコンターを表示することにより、両者の時系列の誤差RMSDを表現することが可能となる。

(2) モデル観測比を用いたダイアグラム (複数の調和定数の場合)

観測およびモデルの複数調和定数を比較したい場合や、複数地点で観測された調和定数をモデルと比較したい場合があるが、ダイアグラムを用いることで比較が可能となる。式 (5) ではなく、

$$Z''^c = \frac{Z^c}{Z^o} = x''^c + jy''^c, \quad Z''^o = \frac{Z^o}{Z^o} = 1. \quad (8)$$

と計算し、単位ベクトル  $Z''^o$  とモデルの複素ベクトルを  $Z^o$  で回転・大きさを変更し、観測結果との比であらわすことで、一つのダイアグラムにモデルの観測に対する比を複数表示することが可能となる。この比に関する角度は前節の (1) で示した角度と変わらないことから、モデルの観測に関する位相差、すなわち時系列の1周期の相関を示す。また、距離  $E_n$  は、正規化されたモデルおよび観測の距離

$$E_n^2 = \left( \frac{x_i^c}{|Z_i^o|} - 1 \right)^2 + \left( \frac{y_i^c}{|Z_i^o|} \right)^2. \quad (9)$$

となる。

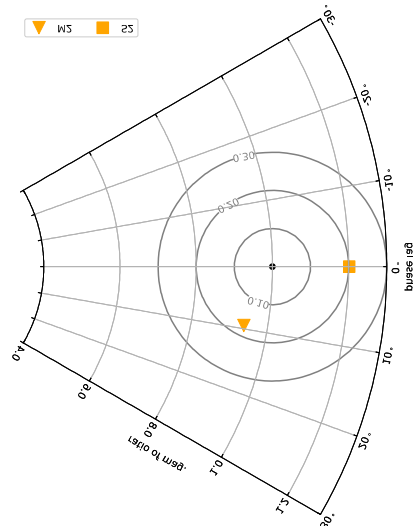


図 - 2 図—1と同様であるが、K1の調和定数を追加し、モデル結果を観測結果で正規化した結果

### 3. ダイアグラムを用いたモデルと観測の比較

### (1) M<sub>2</sub>分潮の比較

九州の西岸で観測されたM<sub>2</sub>分潮の調和定数について、観測とモデルの比較を行った。観測は2013年の5、8、11月に15日間、10分間隔で水深1mの位置の流速結果から得られたそれぞれの月の時系列について、4分潮 (M<sub>2</sub>, S<sub>2</sub>, K<sub>1</sub>, O<sub>1</sub>) の調和解析を行った。モデルはROMS (Shchepetkin and McWilliams, 2009) を用いて、TPXO6 (Egbert and Erofeeva, 2002) の10分潮(M<sub>2</sub>, S<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>1</sub>, O<sub>1</sub>, P<sub>1</sub>, Q<sub>1</sub>, M<sub>m</sub> and M<sub>f</sub>) を境界条件に与えて計算した結果から、観測結果と同時期・場所の時系列から調和定数を計算した。そして、観測およびモデルともに全ての月の期間を虫食いでも与えた時系列について調和解析した4分潮についても計算した。

図-2に3,5,11月および全期間の調和解析で得られたM<sub>2</sub>分潮を本研究のダイアグラムで示す。観測・モデルのM<sub>2</sub>分潮結果ともに、3,5,11月は全期間 (星：リファレンス) の周りに位置し、リファレンスからの距離は約2.0 cm s<sup>-1</sup> に内位置する。また、観測およびモデルのM<sub>2</sub>分潮の振幅は13.5および11 cm s<sup>-1</sup> となっており、観測のほうが約2.5 cm s<sup>-1</sup> 大きい。そして、位相差は約30度となっており、モデルのほうが30度振幅のピークが早く到達する結果となった。この30度からの相関は、0.86となる。コンターから、観測とモデルの調和定数の距離は、6.0 cm s<sup>-1</sup> 離れていることが示される。このことから、両者の時系列の一周平均誤差は、4.3 cm s<sup>-1</sup> となる。以上より、M<sub>2</sub>分潮についてモデルを改良するには、振幅を大きくするとともに、位相を30度 (1時間程度) 遅らせる必要がある。

### (2) モデル観測比を用いたダイアグラム

本節では、全球海洋潮汐モデルTPXO6とTPXO9 (Egbert

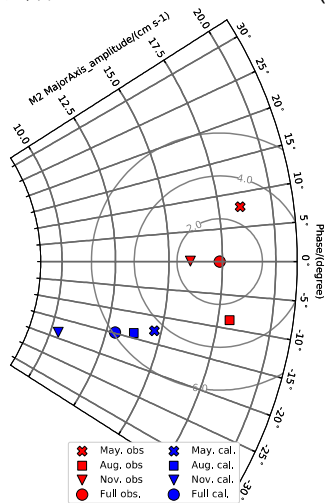


図-3 M<sub>2</sub>分潮の観測モデルの比較

and Erofeeva, 2002) で示された潮位のM<sub>2</sub>分潮調和定数の比較を実施する。これはTPXO6から改良されたTPXO9の結果を利用することで、このダイアグラムによる比較

検討の理解が容易となるからである。

全球のM<sub>2</sub>分潮結果のうち、気象庁のウェブサイトで示された観測点 (図-4) を抽出し、観測結果と比較を行った (図-5)。

図-5の数字は各地点を表し、灰色点および青点がそれぞれTPXO6およびTPXO9の観測に対するモデルの比を示している。ここに、半径方向は観測で正規化されたモデルの振幅の比を、角度方向は位相のずれを示す。また、リファレンスは (1, 0) の位置で表され、リファレンス周りのコンターは、観測の大きさで正規化された観測とモデルの調和定数の距離を表す。そのため、モデル結果がこのリファレンスに近づけば近づくほど観測と同じ結果となる。矢印はTPXO6からTPXO9への改良を表しており、カラーテーブルは矢印の距離を表す。

TPXO9の結果は、TPXO6よりもリファレンスに近くなっており、矢印もリファレンスに向かう方向を示し、計

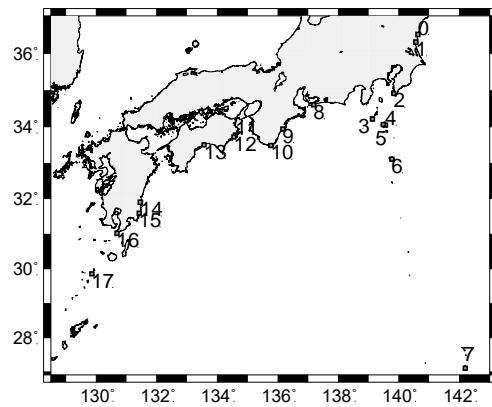


図-4 比較した18地点

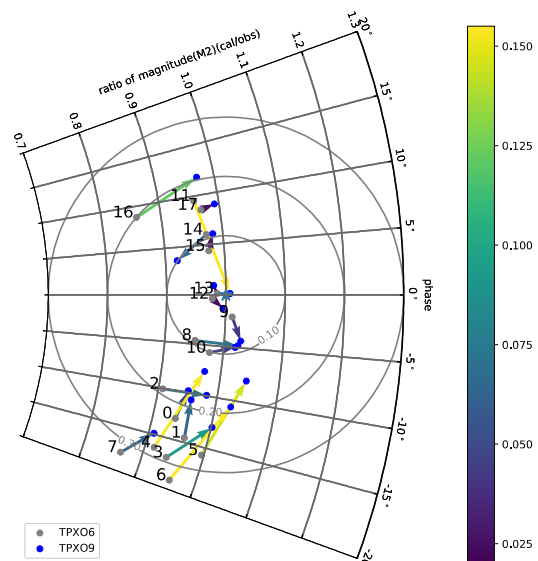


図-5 18地点のM<sub>2</sub>潮位の調和定数の比較

算結果が改良されたことが分かる。TPXO9 (1/30°) はTPXO6 (1/6°) よりもモデルの空間解像度が高いことから、より詳細な地形や観測地点を表現できるため、位相につ

いて改良されることが理解できるが、このダイアグラムの矢印によると振幅方向にもモデル結果は改良されており、潮位振幅の再現性を向上していることが理解できる。

#### 4. まとめ

潮汐などの周期性を持つ現象に対して、観測とモデル結果を表示するダイアグラムを提案した。ダイアグラムは、位相と振幅を表示するとともに、周期性をもつ時系列の相関、および観測とモデルの差の1周期平均誤差 *RMSD* を表示することが可能となる。この特徴により、テ일러ダイアグラム (2001) と同様、モデルの再現性や精度向上が視覚的に表現される。1点の観測結果の比較だけではなく、湾内に複数の観測点ある場合においても、観測結果により正規化したモデル結果を表示することにより、モデルの再現性・精度向上について振幅・位相(相関)・*RMSD* を表示可能となる。

#### Acknowledgments

本研究の結果は、Tsubono, T., 2022, Diagram statistically displaying model performance for tides or quasi-periodic oscillations. Deep Sea Research Part I, 180, [doi.org/10.1016/j.dsr.2021.103686](https://doi.org/10.1016/j.dsr.2021.103686) の成果を抜粋して記載しました。ダイアグラムを表示するpythonのサンプルコードは以下にありますので、機会があれば試してみてください。

<https://github.com/takakitsubono/Tideampphasediagram>.

#### 参考文献

- 1) Andersen, O. B., Woodworth, P. L., Flather, R. A., 1995. Intercomparison recent ocean tide models, J. Geophys. Res., 100, NO. C12, 25,261-25,282.
- 2) Arbic, B. K., Wallcraft A. J., Metzger, E. J., 2010. Concurrent simulation of the eddying general circulation and tides in a global ocean model, Ocean Modell, 32, 175-187.
- 3) Cummins, P. F., Thupaki, P. 2018. A note on evaluating model tidal currents against observations. Continental Shelf Research, 152, 35-37.
- 4) Dupont, F., D., Hannah, C. G., Greenberg, D., 2005. Modelling the sea level of the upper Bay of Fundy. Atmosphere-Ocean, 43:1, 33-47.
- 5) Easton, M. C., Woolf, D. K., Bowyer, J. C., 2012. The dynamics of an energetic tidal channel, the Pentland Firth, Scotland, Continental Shelf Research, 48, 50-60.
- 6) Egbert, G. D., Erofeeva, S. Y., 2002. Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides, J. Atmos. Ocean. Tech., 19.2, 183-204.
- 7) Fok, H. S., Baki Iz, H., Shum, C. K., Yi, Y., Andersen, O., Braun, A., Chao, Y., Han, G., Kuo, C. Y., Matsumoto, K., Tony Song, Y., 2010., Evaluation of ocean models used for Jason-2 altimetry corrections, Marine Geodesy, 33, 285-303.
- 8) Nakamura, T, Awaji, T, 2004. Tidally induced diapycnal mixing in the Kuril Straits and its role in water transformation and transport: A three-dimensional nonhydrostatic model experiment. J. Geophys. Res. 109 (C09S07).
- 9) Jayne, S. R., St. Laurent, L. C., 2001. Parameterizing tidal dissipation over rough topography, Geophys. Res. Lett., 28, 811 – 814.
- 10) Large, W. G., McWilliams, J. C., Doney, S. C., 1994. Oceanic vertical mixing: a review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization. Rev. Geophys., 32, 363-403.
- 11) Pringle, W. J., Wirasaet, D., Suhardjo, A., Meixner, J., Westerink, J. J., Kennedy, A. B., Nong, S., 2018. Finite-Element Barotropic Model for the Indian and Western Pacific Oceans: Tidal Model-Data Comparisons and Sensitivities. Ocean Modelling, 129, 13-38.
- 12) Sakamoto, K., Tsujino, H., Nakano, H., Hirabara, M., Yamanaka, G., 2013. A practical scheme to introduce explicit tidal forcing into an OGCM. Ocean Sci, 9, 1089-1108.
- 13) Schiller, A., Fiedler, R., 2007. Explicit tidal forcing in an ocean general circulation model, Geophys. Res. Lett., 34, L03611.
- 14) Shchepetkin, A. F., McWilliams J. C., 2005. The regional oceanic modeling system (ROMS) a split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model, Ocean Modell, 9, 347-404.
- 15) Simpson, J. H., and J. R. Hunter, Fronts in the Irish Sea, Nature, 250, 404-406, 1974
- 16) Stammer, D., Ray, R. D., Andersen, O. B., Arbic, B. K., Bosch, W., Carrère, L., Cheng, Y., Chinn, D. S., Dushaw, B. D., Egbert, G. D., Erofeeva, S. Y., Fok, H. S., Green, J. A. M., Griffiths, S., King, M. A., Lapin, V., Lemoine, F. G., Luthcke, S. B., Lyard, F., Morison, J. Müller, M., Padman, L., Richman, J. G., Shriver, J. F., Shum, C. K., Taguchi, E., Yi, Y., 2014. Accuracy assessment of global barotropic ocean tide models. Reviews of Geophysics, 52(3), 243-282.
- 17) Taylor, K. E., 2001. Summarizing multiple aspects of model performance in as single diagram, J. Geophys. Res., 106, NO. D7, 7183-7192
- 18) Tsubono, T., 2022, Diagram statistically displaying model

performance for tides or quasi-periodic oscillations. Deep  
Sea Research Part I, 180,  
19) Wang, X., Chao, Y., Shum, C. K., Yi, Y., Fok, H. S. 2012.

Comparison of two methods to assess ocean tide models.  
Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 29(8),  
1159-1167.