

### 3. 日本の109一級水系流域における 面積—高度比曲線の最適化

阿部 航<sup>1\*</sup>・手計 太一<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中央大学大学院 理工学研究科都市人間環境学専攻 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

<sup>2</sup>中央大学教授 理工学部都市環境学科 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

\* E-mail: a18.bwt@g.chuo-u.ac.jp

本研究では、日本の109の一級水系流域を対象に面積—高度曲線および面積—高度比曲線を作成し、流域の特徴を分析した。また、面積—高度比曲線に対して新たなモデル関数によって最適化を行った。

結果として、中流域から下流域にかけては流域によって地形的特徴が多様であり、上流域は全国的に急峻であることがわかった。また、指数関数型の4項のモデル関数を用いた最適化で、全国の流域のほとんどで決定係数が0.80を上回り、再現性が高くなることがわかった。そして、決定係数が特に高い流域は特定の地域で隣接しており、類似した地形的特徴を持つことが分かった。

**Key Words :** class-A river, watershed, hypsometric curve, fitting, optimization

#### 1. はじめに

河川流域地形は降水量、河川流量、河川の浸食、運搬、堆積といった作用、河川変動、地形進化など複雑な水文地形要素の集合体であり、全ての河川流域が唯一無二の性質を持っている。近年の激甚化している豪雨災害を鑑みると、対象河川流域の現状や水害の可能性などを正確に把握し河川計画に反映させることが、水災害の軽減に繋がる。特に、流域治水に代表されるように、治水対策は河川流域に俯瞰的に考える必要がある。

流域を普遍的に特徴づける要素として、河川流域内の標高と起伏量に着目した面積—高度関係がある。この関係については多数の研究がある。これらは、地形データが限られていた中で試みられた研究であり、データが非常に豊富な現在、改めて既往提案モデル関数などを再評価することが可能となっている<sup>1)2)</sup>。

これらの中で、特に面積—高度関係は古くから研究されており<sup>3)4)5)6)7)</sup>、近年では多岐にわたって流域の様々な問題に応用されている。例えば、田中<sup>8)</sup>は我が国の主要四島の1km DEMを利用したヒプソメトリック分析から、高度域ごとの地形特性を明らかにしている。また、大橋・藤田<sup>9)</sup>は木曾川流域における14基のダム集水域を対象に、面積高度曲線を利用して流域の地形特性と土砂

流出特性との関係を明らかにした。しかしながら、既往研究の多くはデータを基礎とした分析であり、ヒプソメトリック曲線の一般化への議論は進んでないのが実情である。

流域管理、水資源管理のためには河川流域の状況を把握することが重要であるものの、流域の基礎データを収集することが困難な国・地域が多数ある。そのため、グローバルデータセットだけから、流域の特徴を把握できることは工学的にも大きな裨益が期待できる。

以上を鑑みて、本研究では日本の109一級水系流域の面積—高度比曲線を作成し、新しいモデル関数による面積—高度比曲線の最適化を行った。

#### 2. 使用したデータと解析方法

##### (1) データの収集

日本の109一級水系の流域面積のデータは、国土交通省の河川データブック2021を利用した。また、標高データはMERIT DEM<sup>10)</sup>を利用した。

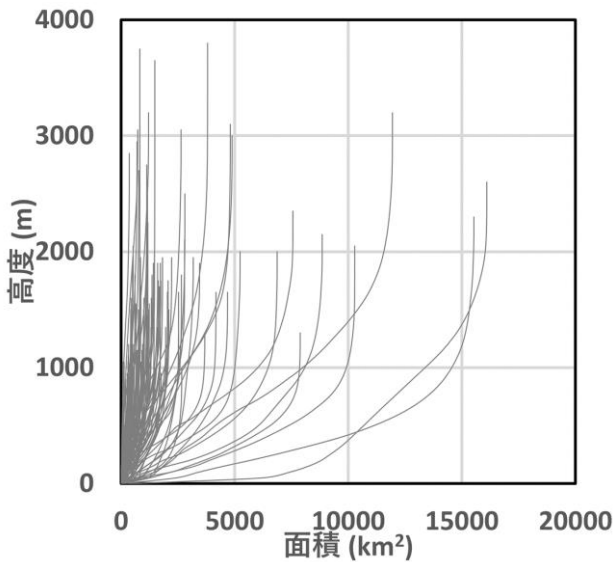


図-1 109一級水系流域の面積—高度曲線

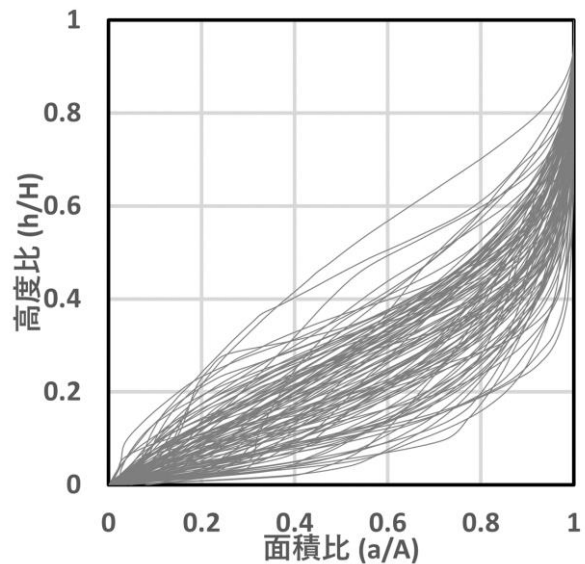


図-2 109一級水系流域の面積—高度比曲線

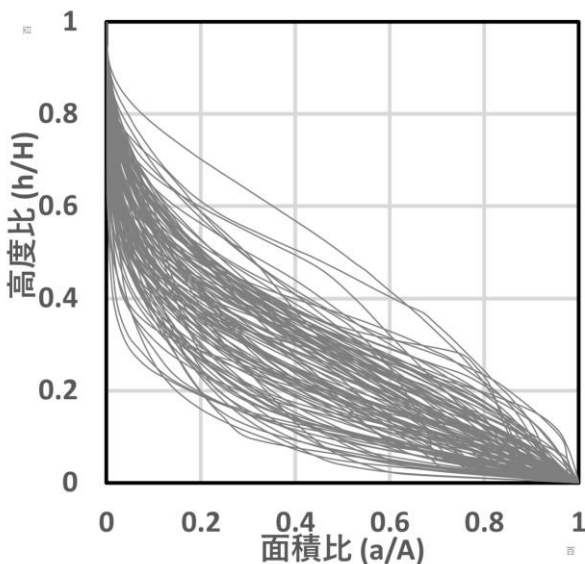


図-3 手計・林に則り作成した面積—高度比曲線

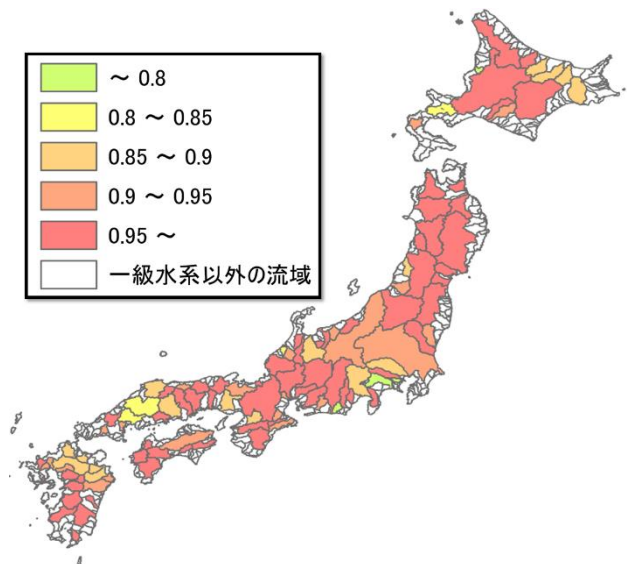


図-4 (1)式による最適化の決定係数の空間分布

## (2) 最適化法

最適化は、非線形最小二乗法の一つである Levenberg-Marquardt 法により行った。

## 3. 面積—高度比曲線

面積—高度曲線もしくは面積—高度関係とはある領域における標高のヒストグラムまたは累積分布関数のことである。面積—高度曲線は高度 $h$ を縦軸、任意の高度 $h$ 以下（もしくは以上）の地域の面積 $a$ を横軸に取った曲線であり、ある領域の標高と起伏量に着目した分析手法である。

本研究では、日本の109の一級水系流域を対象に、流域を高度50mごとに区切り、各高度帯の面積を求め累加値を曲線化することで面積—高度曲線を作成した。

図-1は日本の109一級水系流域の面積—高度曲線である。俯瞰的に見て、下流から中流にかけては地形的特徴が多様であるが、特に最上流部については一様に急峻である。この図では、個々の流域の特徴は明瞭であるが、他流域との比較には不適である。

したがって、高度や面積のスケールが異なる流域を比較するため、面積—高度比曲線が作成された。面積—高度比曲線は縦軸に流域の高低差 $H$ に対する任意の高度 $h$ の比 $h/H$ をとり、横軸に流域面積 $A$ に対する任意の高度 $h$ 以上（または $h$ 以下）の面積 $a$ の比 $a/A$ をとった曲線で、

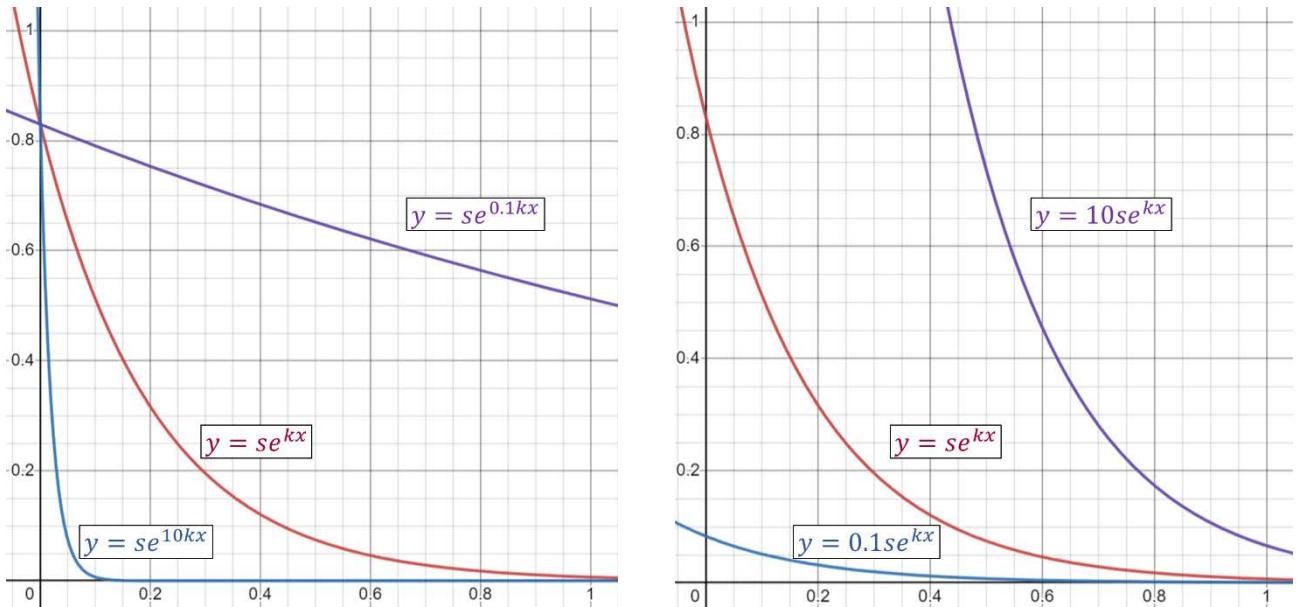


図-5 利根川のモデル関数のパラメータを変化させた曲線

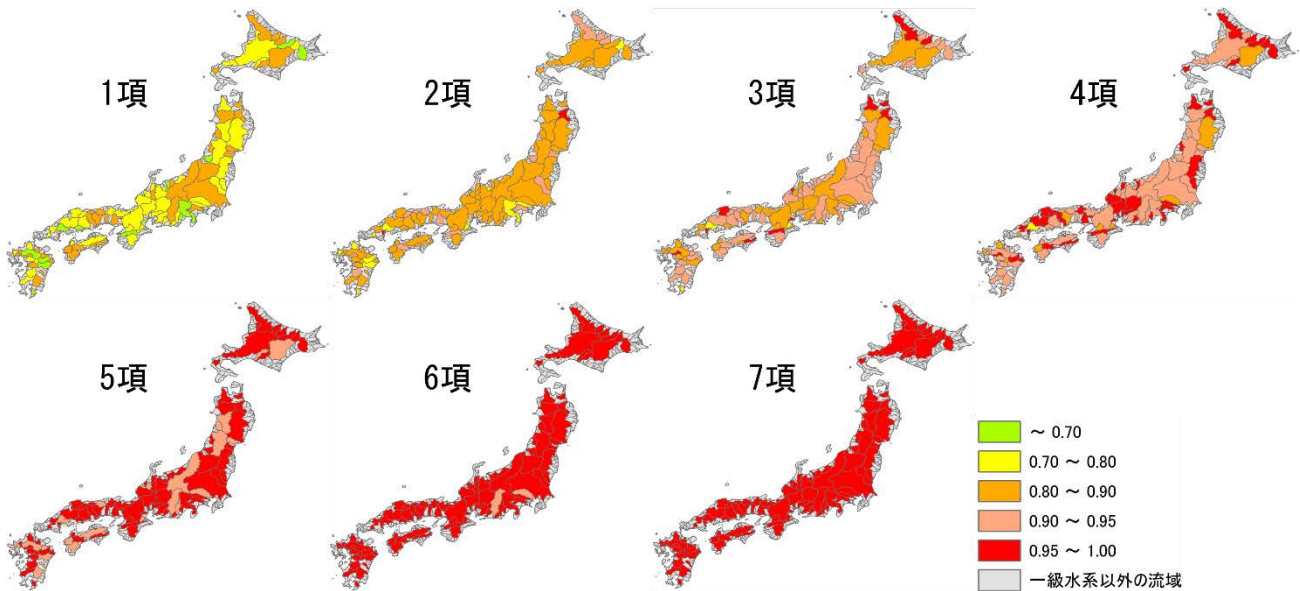


図-6 項数ごとの決定係数の空間分布

面積—高度曲線を正規化したものである。

面積—高度比曲線は Imamura<sup>11)</sup>が初めて提唱し、Strahler<sup>12)</sup>が各流域異なる面積—高度関係に適合するように次の(1)式のように3つのパラメータを含む曲線を提案した。

$$y = \left( \frac{d_0 - x}{x} \cdot \frac{a_0}{d_0 - a_0} \right)^z \quad (1)$$

ここで、 $x$ は面積比 ( $a/A$ )、 $y$ は高度比 ( $h/H$ )、 $a_0$ 、 $d_0$ 、 $z$ は流域固有の定数である。

図-2は日本の109一級水系流域の面積—高度比曲線である。常願寺川や黒部川を中心に、面積—高度比曲線が上に凸の形をとる河川流域が全体の11%を占める。こ

れは中流域の高度が高く、急峻な河川が多いことを表している。一方で、利根川や淀川など面積—高度比曲線が下に凸の形をとる河川流域は、中流域から下流域の高度の変化が緩やかであることがわかる。このように、面積—高度比曲線は流域の地形的な構造をよく表しており、異なる流域を曲線形として比較することができる。

#### 4. モデル関数による最適化

先述した通り、近年のデジタルデータの発達によって、データに基づくヒプソメトリック関係は詳細に示さるよ

うになったものの、曲線の普遍化に至っていないのが実情である。

著者らのグループでは、北陸地方の一級水系を対象に、図-3のような流域面積 $A$ に対する任意の高度 $h$ 以下の面積 $a$ の比 $a/A$ を横軸に取った面積—高度比曲線を作成し、先行的に次の(2)式のようなモデル関数で良くフィッティングできることを示した<sup>13)</sup>。

$$\frac{h}{H} = s \left(\frac{a}{A}\right)^k + t \left(\frac{a}{A}\right)^l + u \left(\frac{a}{A}\right)^m + v \left(\frac{a}{A}\right)^n \quad (2)$$

$s, t, u, v, k, l, m, n$ の8つのパラメータは、流域固有の定数である。本稿では上式を日本全国の109一級水系流域に適用し、上記8つのパラメータを非線形最小二乗法の一つであるLevenberg-Marquardt法を用いてフィッティングを行った。図-4はフィッティングの決定係数を空間的に表したものである。決定係数は0.72~0.99であり、非常に精度良くヒプソメトリック関係を表現できていると評価できる。決定係数0.99以上の流域は45ある。

また、流域面積 $A$ に対する任意の高度 $h$ 以上の面積 $a$ の比 $a/A$ を横軸に取った図-2の面積—高度比曲線に対し、次の(3)式のような指数関数型のモデル関数を提案し、フィッティングを行った。

$$\frac{h}{H} = se^{k\left(\frac{a}{A}\right)} \quad (3)$$

図-5は利根川流域のパラメータを変化させた図である。ここで $y$ は $h/H$ 、 $x$ は $a/A$ である。この図を見ると、 $s$ は曲線の傾きを、 $k$ は曲線の膨らみ具合を表していることがわかる。

図-6は日本の109流域に対し、モデル関数の $se^{kx}$ の項数を1から7まで変化させた場合のフィッティングの決定係数を空間的に表したものである。1項の場合、決定係数が0.60程度で再現性の低い流域が見られるが、項数を増やすごとに決定係数は上昇し、7項の場合全ての流域で決定係数は0.95を上回る。4項の場合ほとんどの流域で決定係数が0.80を上回るため、4項で十分に再現できていると考えられる。決定係数の分布を俯瞰すると、決定係数が高い流域は北海道地方東北部、中部地方、中国地方を中心に地域的に偏っている。この3つの地域では流域全てが隣接していることから、類似の流域的特徴が窺える。

## 5. まとめ

本研究では、日本の109一級水系流域の面積—高度曲線および面積—高度比曲線を作成した。また、新しいモデル関数により面積—高度比曲線の最適化を行った。結果として、4項の指数関数型のモデル関数を用いた最適化でほとんどの流域の決定係数が0.80を超え、再現性が

高いことがわかった。

## 参考文献

- 1) 山中大地：DEMを用いた地形計測による山地の流域分類の試み，地理学評論，71A-3，pp.169-186，1998.
- 2) 太田岳洋，八戸昭一：数値標高モデルによる地形計測の現状と応用例，応用地質，46(6)，pp.347-360，2006.
- 3) Murray, J.: On the height of the land and the depth of the ocean. Scottish Geographical Magazine, 4, pp.1-41, 1888.
- 4) 木内信蔵：火山のヒプソグラフ曲線，地理学評論，11，pp.688-702，1935.
- 5) Clarke, J. I.: Morphometry from maps. In: Dury, G. H. (ed.) Essays in Geomorphology, Heinemann, London, pp.235-274, 1966.
- 6) 高山茂美：河川地形，pp.9-11，共立出版，1974.
- 7) Oguchi, T.: Hypsometry of the Japanese Islands based on the 11.25''×7.5'' Digital Elevation Model. Bulletin of the Department of Geography, University of Tokyo: 29, pp.1-9, 1997.
- 8) 田中靖：1kmメッシュ数値標高モデルと地形分類デジタルマップに基づく日本の主要四島の地形構造，駒澤地理，54，pp.1-14，2018.
- 9) 大橋慶介，藤田裕一郎：面積高度曲線に基づいた流域特性と土砂流出特性に関する考察，水工学論文集，51，pp.913-918，2007.
- 10) Yamazaki, D., Ikeshima, D., Tawatari, R., Yamaguchi, T., O'Loughlin, F., C.Neal, J., C.Sampson, C., Kanae, S., D.Bates, P.: A high-accuracy map of global terrain elevations, Geophysical Research Letters, Vol. 44, pp. 5844-5853, 2017.
- 11) Imamura, G.: Past glaciers and the present topography of the Japanese Alps, Science Reports of Tokyo Bunrika Daigaku, Sct. C, 2(7), pp.1-61, 1937.
- 12) Strahler, A. N.: Hypsometric (Area-altitude) analysis of erosional topography, Bull. G.S.A., 63, pp. 1117-1142, 1952.
- 13) 手計太一，林義晃：北陸地方の1級河川における面積—高度比曲線，土木学会年次学術講演会講演概要集，Vol. 69, I-133, pp. 265-266, 2014.