54. 降水区間で降水イベントと河川水位の遭遇率を考慮した浸水被害リスク評価に関する研究

徐　冰潔[1]*・山田　正[2]

[1]中央大学理工学研究科都市環境学専攻（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

[2]中央大学理工学部都市環境学科（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

＊ E-mail: *xubingjie@civil.chuo-u.ac.jp*

都市域における浸水状況は区間降水と河川水位により大きな影響を受ける．そのため，浸水対策や雨水排除施設の設計については，降水区間で降水量と河川水位の相関性を含めて浸水リスク評価を行う必要がある．したがって，本稿では，コピュラ関数を用いて流域で区間降雨強度と河川水位における両変量の同時確率分布モデルを構築し，確率密度により両者の遭遇率を検討した．また，同時分布に基づき浸水被害リスク評価手法を提案した．そこで，由良川の計算実例により，コピュラ関数は区間で降雨と河川水位の同時分布の構築に適応性が良いことがわかった．両変量の再現期間は逆相関関係であり，両者の遭遇コンビネーション方案を確定することができる．

Key Words : *copula equation, encounter rate, risk analysis*

1. はじめに

近年流域で都市域の市街化が進み，流出形態が変化してきた都市域では，局所的な集中豪雨が多発し，下水道・中小河川の氾濫による都市型水害が増えている[1]．

浸水被害を低減するために，ある程度の降雨イベントで下水道・河川の整備規模のバランスを図ることが全体として重要な課題と言える．都市域で下水道の排水は流域内の河川水位により大きな影響を受ける．そのため，浸水対策や雨水排除施設の設計についても，降水区間で降水量と河川の水位の相関性を含めて浸水リスク評価を行う必要がある．また，空間相関性があるため，空間で降雨量と河川水位の同時分布関数は両者の周辺分布を簡単に掛け合わせることではうまく得られない．変数間の線形関係に基づき両変数確率分布も歪んだ分布に従った変数間の相関関係を正確に定量化することが困難である．

コピュラ（copula，連合接合関数）理論の発展は，これらの変数間の依存関係を記述する関数であり，相関がある多変量極値事件データをモデル化する分布を作成する方法を提供する[2]．コピュラを使うと，一変量周辺分布を指定することにより多変量分布を作成し，変数間の相関構造を与えることができる．コピュラ理論は 1959 年に Sklar[3]から始まり，90 年代末になってから，確率変数の間のきわめて多様な依存関係を表すことができる多変量モデルの構成における有用かつ柔軟な道具として，様々な応用分野で接合関数が脚光を浴び始まった（Fisher (1997))[4]．近年の水文分野では例えば De Michele ら[5]は二次元コピュラ関数を用いて豪雨強度－デュレーションの二変量頻度解析モデルを提案した．したがって，本稿では，以上の背景より，ピュラを用いて流域で降雨強度と河川水位における両変量の同時分布を構築し，確率密度により両者の遭遇率を検討した．また，同時分布に基づき浸水被害リスク評価手法を提案した．

2. 研究手法

(1) 周辺分布

極値資料は 3 つの型の極値分布で表されることが証明されており，これらを一つの式で表したものが一般極値分布（GEV : generalized extreme value）である．一般極値分布の形状母数が 0 の場合が Gumbel 分布であり，x を変量とするときそれぞれ確率密度関数 $f(x)$，確率分布関数 $F(x)$ は次のように表される．

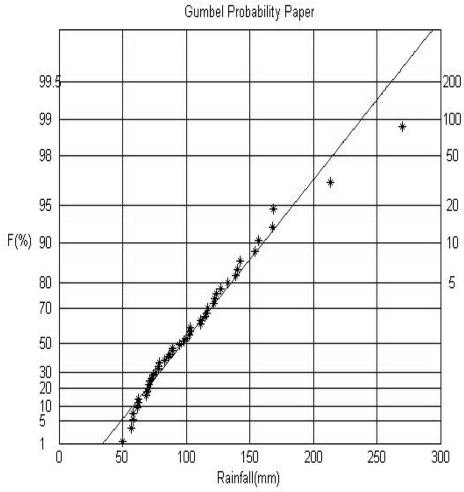

図-1 ガンベル確立紙へのプロット(年最大日降水量)

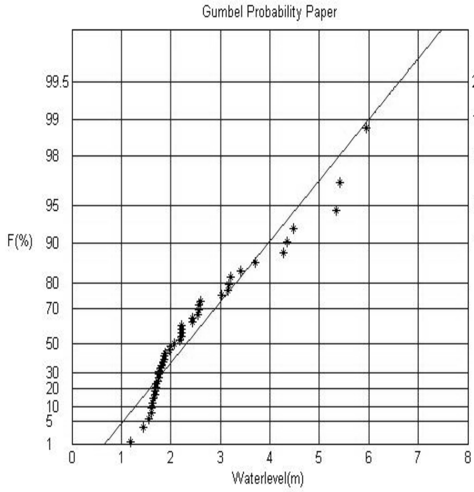

図-2 ガンベル確立紙へのプロット(水位)

$$F(x)=\exp\left[-\exp\left\{-\frac{x-\xi}{a}\right\}\right] \qquad (1)$$

ここに，ξは位置母数，αは尺度母数である．

(2) 両変量の同時分布

コピュラとは，多変数の分布関数とその周辺分布関数の関係を示す関数のことである．確率変数の相関を表す指標として代表的なものに相関係数がある．しかし，相関係数が1個の数値であるのに対してコピュラは関数であることから，確率変数の間のきわめて多様な依存関係を表すことができる．

流域で年最大降雨量Rと相応な河川水位Hの同時分布関数$F(r,h)$の周辺分布関数は$F_R(r)$と$F_H(h)$，Sklar定理により唯一のコピュラ関数$C(r,h)$が存在する：

$$F(r,h)=C\left(F_R(r),F_H(h)\right) \qquad (2)$$

Clayton族，Frank族，Gumbel族などが含まれてアルキメデス型接合関数（Archimedean copula)が水文分野に応用して行っているが，Genest ら[6]は極限状況で多変量の依存関係を検討する際に，分析結果は大きく変動しないと考えた．したがって，変量R，Hの同時分布関数$F(r,h)$はClayton Copulaを用いて表現すると以下のようになる．

$$F(r,h)=(F_R(r)^{-\theta}+F_H(h)^{-\theta}-1)^{-1/\theta} \qquad (3)$$

ここに，$F_R(r)$と$F_H(h)$はガンベル分布に従ってR，Hの分布関数である．

$F(r,h)=P(R<r,H<h)$はrとhに対応する年最大日降水量と相関水位における非超過確率である．

それに対して，浸水リスクは超過確率である$P_{risk}(r,h)=1-F(r,h)$で示し，超過確率の逆数が再現期間(年）$T(r,h)$である．

3. 計算結果

由良川は，京都府北部を流れる一級水系の本流である．由良川の下流域である舞鶴市では，国土交通省所管の大川橋観測所と気象台所管の舞鶴気象観測所がある．本稿では1967年から2014年まで48年間における舞鶴観測所の年最大降水量データと大川橋観測所の相関日平均水位データを用いて最大日降水量と河川水位の同時分布を構築する．最大日降水量Rと相関水位Hの周辺分布はガンベル分布モデルを用い，母数推定には積率法を行う．この結果は**図-1**，**図-2**，**表-1**に示す．それらの二変量のケンドールの順位相関係数を計算された結果は5.546となり，かなり相関関係にあるといえる．そのため，Clayton Copulaはそのような相関構造を表すことができる．

経験同時分布と理論同時分布の計算結果における比較は**図-3**に示す．また，経験同時分布と用いた理論同時分布の相関関係は0.96であるため，用いた理論同時分布は適合度が良いと考える．**図-4**は降水量Rと水位Hにおける再現期間Tの等値線図（T=5，10，20，50，100a）を示している．この図より両変量は逆相関関係であり，両者の遭遇コンビネーション方案を確定することができる．

表-1 ガンベル分布の母数推定結果

Parameters of Gumbel distribution	Rainfall	Water level
ξ	85.1119	1.1463
α	33.2226	1.9892
K-S Test(1%)	Object	Object

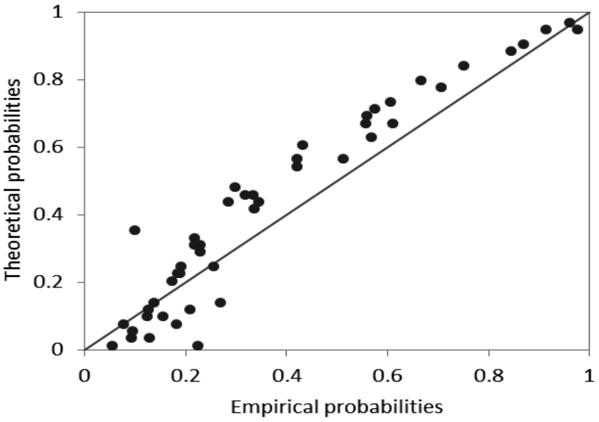

図-3 経験同時分布と理論同時分布のP-P図

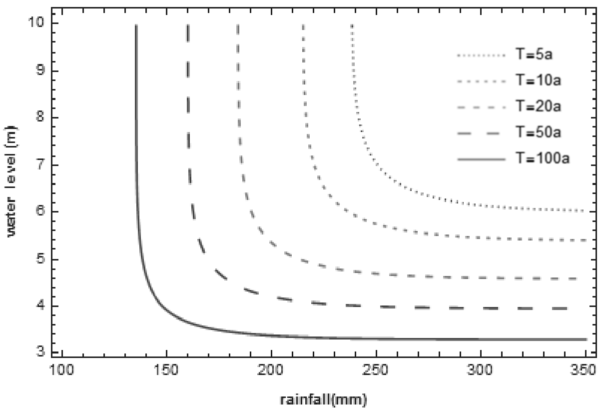

図-4 降水量Rと水位Hにおける再現期間Tの等値線図

表-2 各種の組み合わせでのリスク計算結果

遭遇コンビネーション						同時確率密度	同時分布確率	再現期間/a
降水量			水位					
r/mm	超過確率/%	再現期間/a	h/m	超過確率/%	再現期間/a			
159.88	10	10	3.95	10	10	7.21E-04	0.8273	5.79
183.79	5	20	3.95	10	10	3.97E-04	0.8642	7.36
214.74	2	50	3.95	10	10	1.67E-04	0.8857	8.75
237.94	1	100	3.95	10	10	8.51E-05	0.8927	9.32
159.88	10	10	4.58	5	20	3.97E-04	0.8644	7.37
183.79	5	20	4.58	5	20	2.25E-04	0.9076	10.82
214.74	2	50	4.58	5	20	9.66E-05	0.9331	14.95
237.94	1	100	4.58	5	20	4.94E-05	0.9416	17.11
159.88	10	10	5.39	2	50	1.68E-04	0.8859	8.76
183.79	5	20	5.39	2	50	9.69E-05	0.9331	14.94
214.74	2	50	5.39	2	50	4.21E-05	0.9612	25.79
237.94	1	100	5.39	2	50	2.16E-05	0.9706	34.00
159.88	10	10	6	1	100	8.52E-05	0.8930	9.34
183.79	5	20	6	1	100	4.95E-05	0.9416	17.11
214.74	2	50	6	1	100	2.16E-05	0.9706	34.05
237.94	1	100	6	1	100	1.11E-05	0.9803	50.78

様々な年最大日降水量と相応日平均水位の遭遇コンビネーションにおける同時分布確率と確率密度は式(1)，(2)，(3)を用い計算し，結果は**表-2**に示している．**表-2**の同時確率密度よりこの流域で日降水量は各種頻度の水位に遭遇する可能性があり，降水量に対するより低い頻度の水位と遭遇する確率が高いことがわかる．

4. まとめ

本稿はコピュラ関数を用いて降水強度と河川水位における両変量の同時分布を構築し，確率密度により両者の遭遇率を検討した．これにより遭遇コンビネーション方案は確定する上に浸水リスクと再現期間の分析を行った．由良川の計算実例により，コピュラ関数は区間で降雨と河川水位の同時分布の構築に適応性が良いことがわかる．両変量の再現期間は逆相関関係であり，両者の遭遇コンビネーション方案を確定することができる．その結果から，降水区間で降水量と河川水位の相関性を含めて浸水リスク評価を可能とした．

参考文献

1) 国土交通省河川局治水課：水害レポート 2008.

2) 日本統計学会：21 世紀の統計科学< Vol. III >数理・計算の統計科学，pp.101-119,2008.

3) SKLAR A. Fonction de repartition an repartiton et leurs marges[J]. *Publ Inst Statist Univ Paris*, 8:229-231, 1959.

4) Fisher, N. I. Copulas, in: Encyclopedia of Statistical Sciences, Update Volume 1, pp. 159–163, 1997.

5) DE MICHELE C. A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas[J]. Journal of Geophysical Research, 108(D2): 4067, 2003.

6) GENEST C, FAVRE A C. Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask [J]. Journal of Hydrologic Engineering, 12(4): 347 - 368, 2007.