

49. 火星北極冠における円形跳水現象

有雅 正修^{1*}・山田 朋人²・泉 典洋²・横川 美和³

¹学生員 北海道大学大学院工学院 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 北海道大学大学院工学研究院 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

³正会員 大阪工業大学情報科学部 (〒573-0196 大阪府枚方市北山1丁目79-1)

* E-mail: tomato3245@gmail.com

跳水現象を伴う界面波であるサイクリックステップが火星北極冠においても確認されることが先行研究において示唆されている。火星北極冠においては、極中心で発生した下降流が低緯度方向に放射状に流下するカタバ風が生じている。火星北極冠において観察される螺旋状の地溝（トラフ）が、このカタバ風と直交していることから、このトラフ状の地形はトラフというよりむしろカタバ風によって形成される界面波である可能性が高まっている。また、カタバ風がトラフ上で跳水を起こしている様子が観測されており、界面波の中でもサイクリックステップである可能性が示唆される。本研究では上空から極中心に向かって生じている下降流が、極中心から低緯度方向に放射状に流下する際に発生する円形跳水現象に着目し、火星北極冠におけるサイクリックステップの形成との関係を調べる。本研究で提案する円形跳水モデルを火星北極冠に適用することで、極中心から放射状に流下するカタバ風は極中心から半径約100km離れた地点で跳水を引き起こすという結果が得られた。

Key Words : *circular hydraulic jump, martian north pole, cyclic steps, coriolis force*

1. はじめに

近年のリモートセンシング及び画像解析技術の向上により地球だけでなく惑星上の様々な地形形成についての議論が行われている。その多くが流れと氷床の相互作用によって形成された地形であり、南極のメガデューンが地球上の例の一つとしてあげられる。メガデューンはサスツルギと呼ばれる強い風が氷粒子の転動や跳躍を引き起こすことで形成されたと考えられており、全長数十 km の中に波長 2~5km、振幅が数 m という規模で形成されていることが報告されている¹⁾。

また地球だけでなく、火星北極冠においても流れと氷床の相互作用によって螺旋状の地溝（トラフ）が形成されていることが知られている。その研究の歴史は未だ浅く、1972 年の Mariner 9 の観測により、螺旋状の地溝は直径約 1000km、堆積物の層が積み重なっていることが初めて報告された（図-1）。この観測結果から、Cutts²⁾は、螺旋状地溝は大気中に浮遊するダスト（後の二酸化炭素）が極冠に堆積し、風により侵食されるという過程を 200 万年繰返すことでトラフが形成したと報告した。また極域のアルベドが 43%、気温 205 (K) ということから図 1 中の白く見える物質は二酸化炭素であること³⁾、火星の気候変化により氷の融解や堆積物の侵食により曲

線を描いたトラフが形成され、極方向に伝播しているということ⁴⁾が報告されている。

その後 Howard et al.⁵⁾は上記の Mariner 9 と、1975 年に打ち上げられた Viking 2 Orbiter による画像を用い、次のような報告を行っている。①極冠の縦断面図は波状の構造を有しており、②その波の高側（北極点側）で侵食、低側（低緯度側）で堆積が起きること、極方向の伝播が生じ、③その結果として厚さ 10m の氷塊が 43-130m 極方向に伝播している。これらの観測事実から火星北極冠の形成メカニズムの仮説として、Weijermars⁶⁾は「コリオリ力を受けた氷塊が、極中心から赤道方向に底面を削りながら流下したことで形成した」と仮説を立てている。一方 Fisher⁷⁾および Siegert and Fisher⁸⁾、Hvidberg and Zwally⁹⁾は「コリオリ力を受けた氷塊が赤道方向に流下し形成された谷上に、二酸化炭素（ドライアイス）が堆積し、日光の作用により昇華、凝結を引き起こすことで堆積、侵食が繰り返され形成された」としている。また Pelletier¹⁰⁾は「初期条件と現在の地形は独立で、トラフの横方向の熱輸送と日光の作用による昇華、凝結にのみ依存することで現在の地形になる」と述べている。さらに Kolb and Tanaka¹¹⁾、Rodriguez and Tanaka¹²⁾は「極から赤道方向に向けてコリオリ力を受けながら流下する風と、日光の作用による二酸化炭素の昇華、

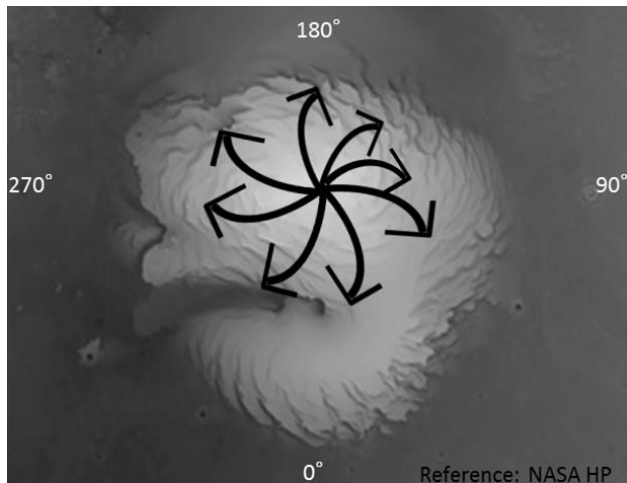


図-1 火星北極冠のイメージ写真
(図内の黒線は極中心から赤道方向に放射状に流下する風向きを示す)

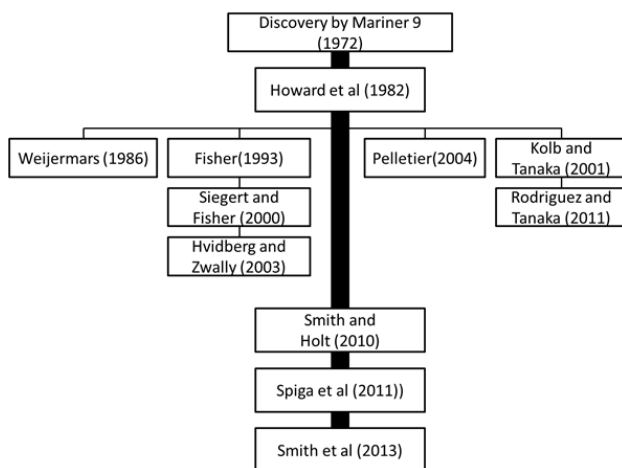


図-2 火星北極冠におけるトラフ形成研究の概念図

凝結によって形成された」という仮説を提唱している。その後、2005年に打ち上げられたSHARADによるデータで火星北極冠の内部構造が明らかとなり、上記の火星北極冠形成メカニズムに対しての仮説は観測事実と全て矛盾する結果となった(図-2)。

SHARADの観測によって明らかとなったデータを用いることで、Smith and Holt¹³⁾は、トラフは200万年かけて極方向に伝播していることを示した(図-3)。彼らの仮説によれば、コリオリ力を受けて極域から螺旋状に赤道方向に流下するカタバ風によって、二酸化炭素の堆積、侵食が場所的に不均一に発生することでステップ状の地形が形成されたという(図-1内、黒線が風向き)¹⁴⁾。

Smith and Holtの仮説をさらに発展させたSmith et al.¹⁵⁾で行われた議論を2章、2章の考えを火星北極冠の特に極冠付近の地形に着目し、適用したものを3章に、まとめを4章に記す。

2. カタバ風による界面波の形成

Smith et al.は火星北極冠の観測で明らかとなった事実を基に、モルフォダイナミクスの成果を適用

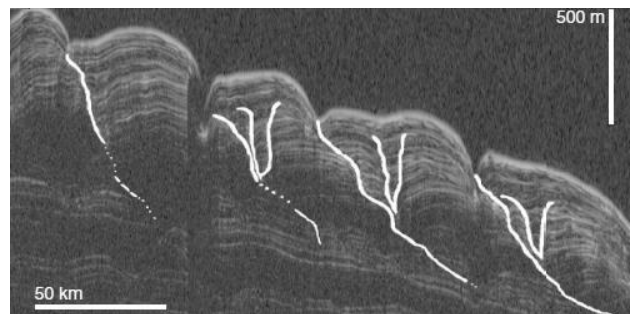


図-3 火星北極冠中心から約500km離れた地点における縦断面図をMars Reconnaissance orbiter's Shallow radar (SHARAD)により得た画像 Smith et al. (2010)の図-2(c)より転載

することによって火星北極冠でのサイクリックステップの形成メカニズムを予想した。極から赤道方向へ放射状にコリオリ力を受けながら流下する風が、地表の氷に侵食、堆積の影響を及ぼすことで螺旋状のサイクリックステップが形成されたと結論付けた。ここでサイクリックステップとはFroude数が1より大きい射流部へは緩やかに遷移するのに対して、射流部から常流部への遷移は跳水を伴う不連続的なものであるという特徴を有している。また、射流部では氷床の低下が、常流部では氷床の上昇が発生し、波長が上流に伝播していく界面波である¹⁶⁾。

また、Smith et al.は、同論文の中で10個の観測事実を挙げて、彼らの仮説の正しさと、これまで提案された仮説の整合点および矛盾点について記している。10個の観測事実とは次のようなものである。①トラフの内部構造からトラフが上流に向かって発達していること、②北半球と南半球で逆向きのらせんが描かれていること、③一波長中の極側の斜面が侵食され、低いアルベド面が露出すること④一波長中の赤道側の斜面上に氷床と、斜面が侵食され露出した面の中間のアルベド値を示す面があらわれること⑤SHARADによって観測されたように層が斜めに形成されていること⑥内部構造においてステップの形状が非対称であること、⑦極側の斜面が赤道側の斜面より急であること、⑧北極冠の場所に依じて異なるトラフの波長が確認されていること、⑨北極冠のトラフが極側に伝播していること、⑩南極冠ではトラフの伝播が確認されていないことである。これらの観測事実に矛盾しない仮説としてSmith et al.はスパイラルトラフがカタバ風によって氷床上に形成されたサイクリックステップであると結論付けている。

3. 円形跳水現象と火星北極冠

本研究は火星北極冠の特に極から半径300km付近までの現象を考える。本研究においても火星北極冠の螺旋状の地形は跳水と密接に関係していると考え、極中心から放射状に流下するカタバ風によって極中心からどれだけ離れた地点で跳水が発生するのかについて考える。

放射状の流れは円形跳水現象を発生させる。円形

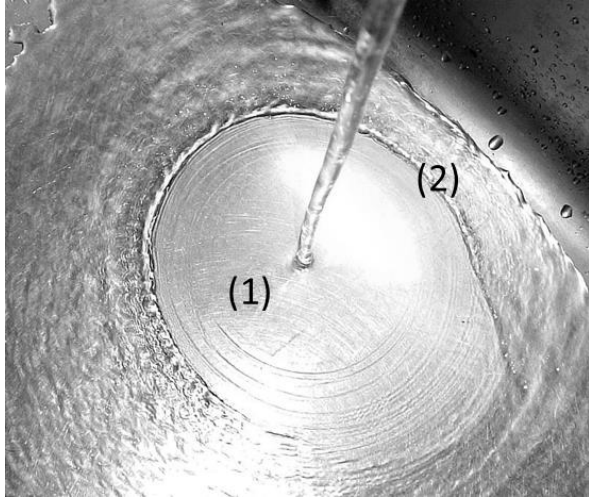


図-4 キッチンのシンクにおける円形跳水現象
(英語版 Wikipedia, 図 2 より転載)

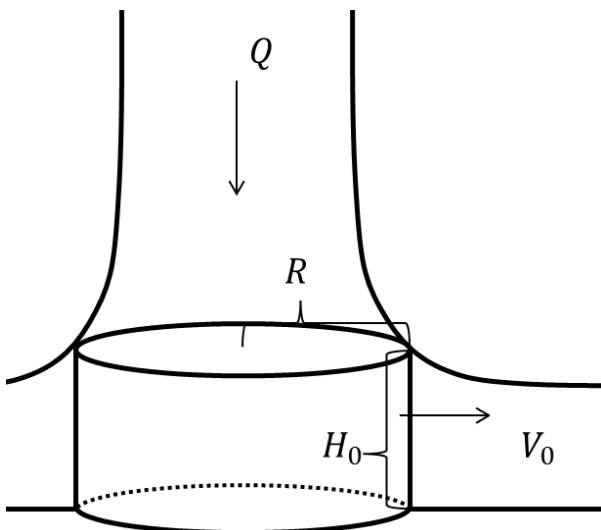


図-5 円形跳水現象における
各パラメータの定義を示す図

跳水現象とは、身近なところでは図-4 に示すように台所のシンクで見られる現象である。蛇口からシンクに流下した水は底面に落下してから落下地点を中心に放射状に広がるが、このとき中心からある距離の範囲では射流状態となる(図-4 中流下点(1))。一方、中心からある距離の範囲を超えると単位幅流量が減少するため流速が減少し、フルード数が1を下回る地点(図中(2))で円形に跳水が発生する¹⁷⁾。火星の北極冠では火星の自転によって発生するコリオリ力でカタバ風は螺旋状を呈する。このようなコリオリ力が大きく影響する状況の下で現象が回転によってどのような影響を受けるのかを考える。極座標系で表した浅水流方程式にコリオリパラメータを導入することによって回転を伴った円形跳水現象を定式化し、流速と跳水発生位置について調べる。その後、Smith et al.による議論を参考に各パラメータの算出を行い、提案した簡易モデルを用いて火星北極冠の跳水発生位置(トラフ形成位置)の推定を行う。

3. 1 回転の効果を加えた円形跳水現象の定式化

回転している平坦面上を流れる水は極座標で書いた以下の浅水流方程式で表される。

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u^2}{r} - fu = -g \frac{\partial h}{\partial r} - \frac{\tau_{br}}{\rho h} \quad (1)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{vu}{r} + fv = -\frac{g}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} - \frac{\tau_{b\theta}}{\rho h} \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial vhr}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial uh}{\partial \theta} = 0 \quad (3)$$

ここで r, θ はそれぞれ半径方向、帯状方向の座標、 v および u はそれぞれ r, θ 方向の流速成分、 h は水深、 τ_{br} および $\tau_{b\theta}$ はそれぞれ r および θ 方向の底面せん断力成分、 g は重力加速度、 ρ は水の密度、 f はコリオリパラメータを示す。ここで r および θ 方向の底面せん断力成分は底面摩擦係数 C_f を用いて次のように表されるとする。

$$(\tau_{br}, \tau_{b\theta}) = \rho C_f (v^2 + u^2)^{1/2} (v, u)$$

また、図-5のように流下する流体の流量を Q 、半径 $r=R$ を通過する流体の流厚を H_0 、流速を V_0 とすると流量保存則より $Q = 2\pi R U_0 H_0$ 。また、ベルヌーイの定理より $(Q/\pi R^2)^2 / 2g = U_0^2 / 2g$ となることからこれらを用いて $H_0 = R/2$ 、となる。さらに $r=R$ での値を用いて次のような無次元化を行う。

$$v = V_0 v^*, \quad u = V_0 u^*, \quad h = H_0 h^*, \quad r = R r^*, \quad \phi = \frac{rR}{V_0^2}$$

すると(1)(2)(3)は

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u^2}{r} - \phi u = -F_0^2 \frac{\partial h}{\partial r} - \beta \frac{(v^2 + u^2)^{1/2} v}{h} \quad (4)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{vu}{r} + \phi v = -\frac{F_0^2}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} - \beta \frac{(v^2 + u^2)^{1/2} u}{h} \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial vhr}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial uh}{\partial \theta} = 0 \quad (6)$$

と表される。ここで $F_0 = U_0 / (gh)^{1/2}$ 、 $\beta = \frac{C_f R}{H} = 2C_f$ を用いた。また、円周方向には対称であると考えて θ 微分は0となるため

$$v \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{u^2}{r} - \phi u = -F_0^2 \frac{\partial h}{\partial r} - \beta \frac{(v^2 + u^2)^{1/2} v}{h} \quad (7)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{vu}{r} + \phi v = -\beta \frac{(v^2 + u^2)^{1/2} u}{h} \quad (8)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial vhr}{\partial r} = 0 \quad (9)$$

と表すことができる。

式(9)から $h=1/vr$ となることからこれを用いて式(7)、(8)は以下となる。

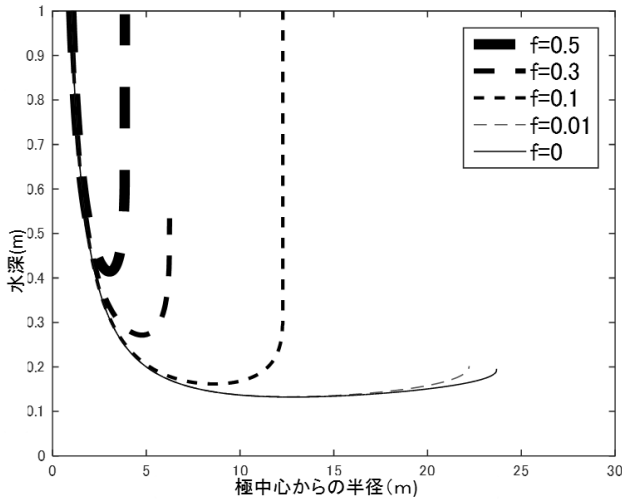


図-6 跳水発生位置と各コリオリパラメータの関係

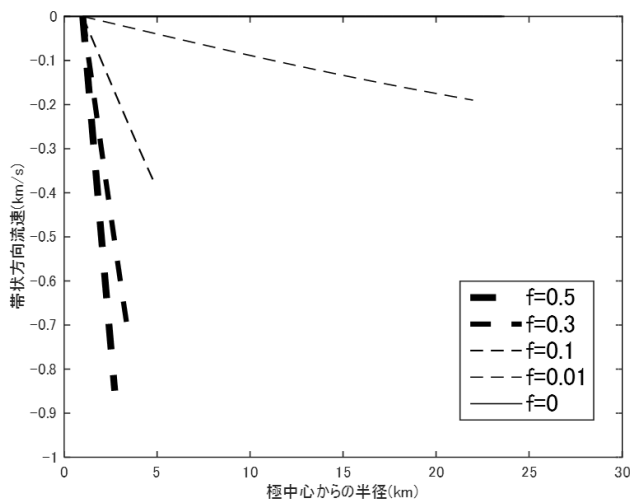


図-7 各コリオリパラメータと θ 方向流速の関係

$$\frac{dv}{dr} = \frac{v \left\{ \beta F_0^2 r^3 v^2 (v^2 + u^2)^{\frac{1}{2}} - F_0^2 r v u (\phi r + u) - 1 \right\}}{r (F_0^2 r v^3 - 1)} \quad (10)$$

$$\frac{du}{dr} = - \frac{\phi r + u + \beta r^2 u (v^2 + u^2)^{\frac{1}{2}}}{r} \quad (11)$$

3. 2 回転の効果を加えた円形跳水現象

3. 1 で定式化した式(10), (11)を Runge-Kutta Gill 法を用いて数値積分する. 境界条件として $v(1) = 1, u(1) = 0$ を用いる. その結果を図-6, 7 に示す. 図-6 は横軸に極中心からの半径, 縦軸に水深をとった図であり, コリオリパラメータ f を 0, 0.01, 0.1, 0.3, 0.5 と変化させた時の水面形である. 各条件における線の終端は跳水が発生し得るもっとも遠い位置を示しており, $f=0$ 条件下では中心から約 24m 離れた点で跳水が起き得ることを示している. コリオリパラメータの f の値を大きくすればするほど跳水が発生する半径が短くなり, $f=0.5$ の条件においては中心から約 3.5m 離れた地点で跳水が発生することを示している.

表-1 3.3 章において用いた各パラメータ

$\rho_1(g/cm^3)$	Ice	916
$\rho_2(g/cm^3)$	Laden air	0.0250
$\rho_3(g/cm^3)$	Ambient air	0.0247
C	H_2O Concentration	9.8×10^{-8}
U(m/s)	Velocity before hydraulic jump	18
H(m)	Flow depth before hydraulic jump	200

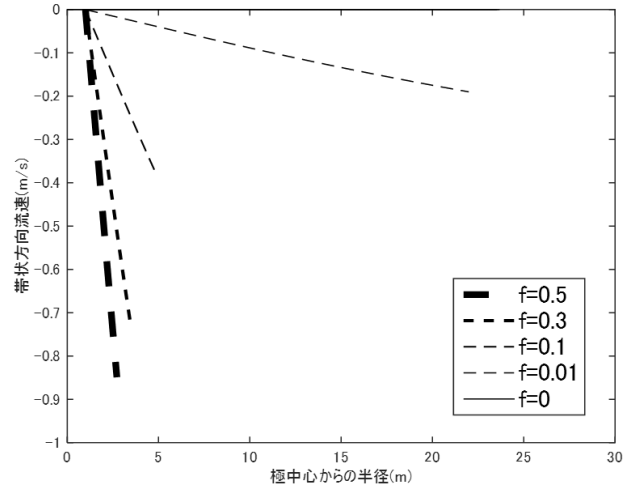


図-8 推定した $v(1)$ の流速に対する跳水位置を示す図

図-7 は横軸に極中心からの半径, 縦軸に帯状方向の流速をとった図であり, 図-6 同様にコリオリパラメータを 0~0.5 まで変化させたときの図である. $f=0$ のとき, 流体は半径方向にのみ流速成分を有するため, 帯状方向の流速はなく 0 を示し, また f が大きくなる (回転速度が速くなる) ほど帯状方向の流速は増すことがわかる. このとき各コリオリパラメータにおける流速は, 中心からの距離に比例して増大している. コリオリ力によって半径方向だけでなく帯状方向の流速が発生することで, 半径方向の運動量が減少し, 跳水を起こし得る中心からの距離が小さくなったと考えられる.

3.3 火星北極冠条件への適用

Smith et al. は, ρ_1 が浮遊粒子の密度, ρ_2 がカタバ風の密度, ρ_3 が全体の大気密度としたときカタバ風に働く重力を

$$g' = \frac{g[(\rho_1 - \rho_2)C - (\rho_2 - \rho_3)(1 - C)]}{\rho_3}$$

と表し, これを用いて密度フルード数を

$$Fr_d = \frac{u}{\sqrt{g'h}}$$

と表した. また氷およびカタバ風, 大気密度, 水分濃度について彼らが見積もった値, さらに同論文内でおおよそ推定されたオーダーのパラメータを表 1 に示す. 跳水発生前 (射流流れ) における流速は, おおよそ 18 (m/s)¹⁵⁾であり, 風厚は 200 (m) と予想され¹⁹⁾本条件においても適用した. また, 同条件 (流量 × 水深) が保存される場合を考え,

「 $v(r=1)=0.015(\text{km/s})$, $h(r=1)=0.24(\text{km})$ 」
「 $v(r=1)=0.010(\text{km/s})$, $h(r=1)=0.36(\text{km})$ 」という
条件下においても考慮したものを図-8 に記す。こ
れらの結果より、これは極中心から半径約 100km 離
れた地点で跳水が発生するというを示し、観測
によるデータ(図-1)とおおよそ一致している。さら
に今回用いた跳水前の流速を $0.010(\text{km/s}) \sim$
 $0.018(\text{km/s})$ まで変化させても跳水発生位置はおお
よそ極中心から約 100 (km) 離れた地点であるとい
うことも確認された。

4. まとめ

本研究では火星北極冠の中でも特に極付近に焦点
を当て、円形跳水現象が生じ得る極中心からの最大
半径を導いた。極付近から放射状に赤道方向へ流下
するカタバ風によってサイクリックステップが形成
されたという Smith et al. の仮説を基に極付近に
吹き付けられる風が最初の跳水をどこに形成するか
について調べた。火星大気条件の中で、極中心から
約 100km の地点で跳水が発生するという結果を得、
これは観測写真から推測される距離と整合性が見ら
れる。ただし、モデルでは浅水流を仮定しており、
火星北極冠で実際に発生しているカタバ風の場合の
跳水現象を完全に説明できないことが予想されるが、
第一次近似的にはおおよそその値を求めることがで
きたと考えられる。

今後は、カタバ風による円形跳水をモデル化する
とともに、より合理的なパラメータの算出方法を考
えることが必要であろう。

参考文献

- 1) Frezzotti, M. , S. Gandolfi, and S. Urbini(2002),
Snow megadunes in Antarctica: Sedimentary structure and
genesis, *J. Geophys. Res.* , 107(D18), 4344
- 2) Cutts, J. A. (1973), Wind erosion in the Martian
polar region, *J. Geophys. Res.* 78(20), 4211-4221.
- 3) Kieffer, H. H. , S. C. Chase, T. Z. Martin,
E. D. Miner, and F. D. Palluconi(1976),
Martian north pole summer temperatures: Dirty water ice,
Science, 194, 1341 – 1344
- 4) Squyres, S. W.(1979), The evolution of dust deposits
in the Martian north polar region, *Icarus*, 40(2), 244
261.
- 5) Howard, A. D. , J. A. Cutts, and K.
Blasius(1982), Stratigraphic relationships within Martian
polar cap deposits, *Icarus*, 50(2-3), 161-251
- 6) Weijermars, R. (1986), The polar spirals of Mars may
be due to glacier surges deflected by Coriolis forces,
Earth Planet. Sci. Lett. ISSN, 76(3-4), 227-240
- 7) Fisher, D. A. (1993), If Martian ice caps flow:
Ablation mechanisms and appearance, *Icarus*, 105(2),
501-511
- 8) Siegert, M. J. , Fisher, D. A. , 2002. A
terrestrial analogy for martian accretion zones revealed
by airborne ice-penetrating radar from the East Antarctic
ice sheet. *Icarus* 157, 264-267.
- 9) Hvidberg, C. S. , and H. J. Zwally(2003),
Sublimation of water from the north polar cap on Mars.
Abstract, Workshop “Mars Atmosphere Modelling and
Observations”, Granada, Spain
- 10) Pelletier, J. D. (2004), How do spiral troughs form
on Mars?, *Geology*, 32(4), 365-367.
- 11) Kolb, E. J. , and K. L. Tanaka(2001), Geologic
history of the polar regions of Mars based on Mars Global
surveyor data II. Amazonian Period, *Icarus*, 154(1), 22-39.
- 12) Rodriguez, J. A. P. , and K. L. Tanaka(2011),
Evidence for in-situ trough erosion in Planum Boreum,
Mars, Fifth International conference on Mars Polar
Science and Exploration, 1323, 6015.
- 13) Smith, I. B. , and J. W. Holt(2010), Onset and
migration of spiral troughs on Mars revealed by orbital
radar, *Nature*, 465(7297), 450-453,
- 14) Spiga, A. , F. Forget, J. B. Madeleine, L.
Montabone, S. R. Lewis, and E. Millour (2011),
The impact of Martian mesoscale winds on surface
temperature and on the determination of thermal inertia,
Icarus, 212, 504–519.
- 15) Smith, I. B. , J. W. Holt, A. Spiga, A. D.
Howard, and G. Parker (2013), The spiral troughs of
Mars as cyclic steps, *J. Geophys. Res. Planets*,
118, 1835–1857,
- 16) Kostic, S. , O. Sequeiros, B. Spinewine, and G.
Parker(2010) , Cyclic steps: A phenomenon of
supercritical shallow flow from the high mountains to the
bottom of the ocean, *J. Hydro-environ. Res.* , 3(4),
167-172
- 17) Brechet, Y. and Z. Neda, (1999), On the circular
hydraulic jump. *Am J Phys* 67, 723-731
- 18) Calvin, W. M, James, P. B. , Cantor, B. A. ,
Dixon, E. M. , (2014), Interannual and seasonal
changes in the north polar ice deposits of Mars:
Observations from MY29-31 using MARCI. *Icarus* 251,
181-190
- 19) Fedele, J. J., and M. H. Garcia (2009), Laboratory
experiments on the formation of subaqueous
depositional gullies by turbidity currents, *Mar.
Geol.*, 258(1-4), 48–59.