

47. 確率過程論の導入による水文学的集中化法を用いた人体における放射能強度の確率分布に関する研究

崔 瑠芝^{1*}・佐々木 翔太¹・吉見 和紘¹・山田 正²・山田 朋人³

¹中央大学理工学研究科都市環境学専攻 (〒112-8551東京都文京区春日1-13-27)

²中央大学理工学部都市環境学科 (〒112-8551東京都文京区春日1-13-27)

³北海道大学大学院工学研究院環境フィールド工学部門 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

* E-mail: cmiji@civil.chuo-u.ac.jp

本研究では、放射能強度の計算手法に確率過程論を導入することで、放射性物質の経口摂取量の不確実性から人体における放射能強度の不確実性を確率分布として求めた。これは水文学における集中型流出モデルを用いて人体を単一の組織と見なし、放射能強度および実効線量を決定論的に計算した山田・佐々木らの方法論に基づいている。人によって経口摂取量にばらつきがあることを確率微分方程式で表現し、確率方程式とFokker-Planck方程式の関係から放射能強度の確率分布を求めた。本研究では、セシウム137について100Bq/dayを5年間摂取する場合、経口摂取の不確実性によってもたらされる人体への放射能強度の確率分布を求める。

Key Words : *distribution of radioactivity in the human body, probability density function, Committed effective dose coefficient, stochastic differential equation, Fokker-Planck equation*

1. はじめに

2011年3月に発生した福島原子力発電所の事故は放射性物質の漏洩、拡散が起こった。原発事故によって拡散した放射性物質による外部被曝や混入した飲料水や食品の摂取によって受ける内部被曝に起因する健康被害に対して多くの人が不安を抱いている。放射線医学における標準的な被曝線量を計算する手法は人体を忠実に再現した精緻な数理モデルとを採用しており、一般の科学技術者にとってもその全体像を把握することは困難である。そのため、山田・佐々木¹⁾らは図-1に示すように、水文学的モデルを用いた理解容易な方法論を提案した。この方法論では1段タンクによって人体を模し、連続方程式に基づき簡易的に放射能強度および実効線量を計算できる決定論的な結果を得ている。本研究では、放射性物質の経口摂取量に不確実性を取り入れるために決定論的な結果だけではなく、確率微分方程式を導入して人体における放射能強度の確率分布を求める。厚生労働省²⁾は、2012年4月から食品中の放射性物質についての新しい基

準を設定し、1kg中の放射性セシウムの量の上限を決めた。これにより、食品中の一般食品の放射性セシウムの基準値は100Bq/kgで定められている。本研究では、放射性セシウムについて100Bq/dayを5年間摂取する場合、経口摂取の不確実性によってもたらされる人体への放射能強度の確率分布を求める。

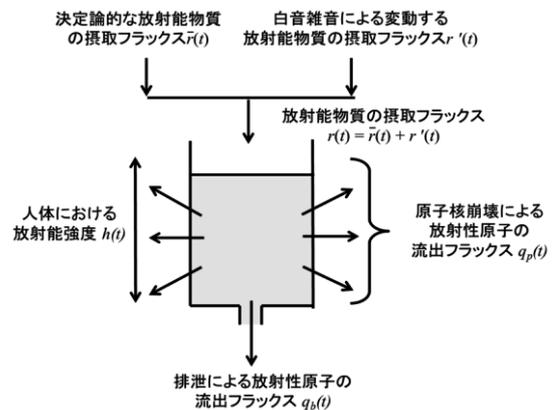


図-1 人体と一段タンクモデルの対応関係

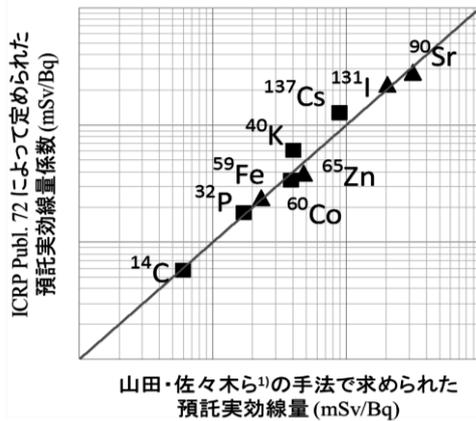


図-2 国際放射線防護委員会(ICRP Publ.72)の手法を用いて求めた預託実効線量係数と山田・佐々木の理論によって求められた預託実効線量係数の比較

2. 実効線量の計算手法

山田・佐々木²⁾らは、従来から集中型モデルによって人体を単一の組織と見なして放射能強度、内部被曝総量、実効線量を推定する手法を提案している。以下にその理論の概要を記す。

(1) 放射能強度の連続方程式

図-1 に示すように、放射能強度 $h(t)$ の摂取フラックス $r(t)$ (Bq/time), 半減期から求められる源泉係数 α , 原子核崩壊による物理的流出 $q_p(t)$ (Bq/time), 排泄による生物学的流出 $q_b(t)$ (Bq/time) それぞれの関係を1段タンクによって表現する。図-1 における人体における放射能強度 $h(t)$ と摂取フラックス $r(t)$, 実効的流出フラックスの関係は

$$\frac{dh(t)}{dt} = r(t) - \alpha h(t) \quad (1)$$

の連続方程式で表される。ここで $h(t)$, $r(t)$, α はそれぞれ人体における放射能強度、放射能の摂取量、減衰係数である。セシウム137の場合、 $\alpha = \ln 2 / 69.6$ である¹⁾。

(2) 内部被曝総量および実効線量の計算方法

内部被曝総量 $I(t)$ は体内で原子核崩壊した放射性同位体の累積個数であり、(2)式のように $h(t)$ を時間で積分することで求められる。

$$I(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau \quad (2)$$

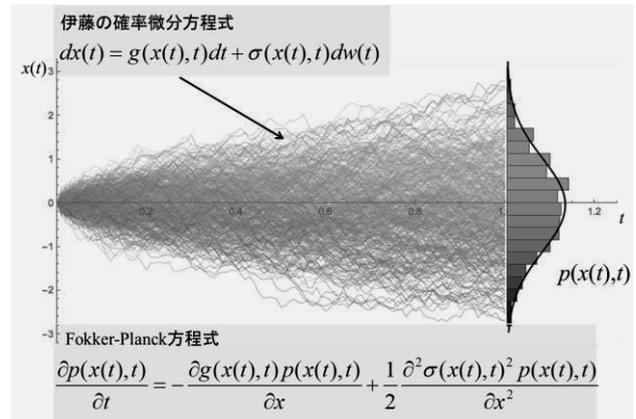


図-3 伊藤の確率微分方程式とFokker-Planck方程式の関係

また、(3)式より実効線量 $S(t)$ を求めることができる。(3)式は人体に崩壊する放射性物質の内部被曝総量に一個当たりの原子核崩壊により人体が吸収するエネルギー量をかけ体重で割ったものである (1.6×10^{-13} (J/MeV) 単位換算の係数である)。預託実効線量係数(放射性物質を経口摂取により1 Bq 摂取した際に人体が生涯に渡って受ける線量)は、成人の場合は摂取してから死亡するまでの時間を50年とし、(3)式の時刻 t に50年を代入することで得られる。図-2 は山田・佐々木の理論で得られた預託実効線量係数とICRP Publ.72によって定められた預託実効線量係数と比較したものであり、同等の精度を示していることがわかった。

$$S(t) = \frac{I(t) \times \langle E \rangle (\text{MeV}) \times 1.6 \times 10^{-13} (\text{J/MeV})}{\text{weight} (\text{kg})} (\text{Sv}) \quad (3)$$

3. 確率微分方程式とFokker-Planck方程式の関係

山田・吉見³⁾らによる、一次元空間において、時系列 $x(t)$ の微小変化量 dx が次式に従って動いている時、(4)式に示す伊藤過程で時系列 $x(t)$ の動きを表すことができる。

$$dx(t) = g(x(t), t)dt + \sigma(x(t), t)dw(t) \quad (4)$$

ここに、 $g(x(t), t)$, $\sigma(x(t), t)$ は時系列 $x(t)$ と時間 t の任意の関数である。また、 $dw(t)$ はWiener過程 $w(t)$ の微小時間変化量であり、平均 0, 標準偏差 \sqrt{dt} の正規分布に従っている。このように、時系列 $x(t)$ の増分が(4)式の右辺第1項 (決定論的な項) と右辺第2項 (確率論的な項) で表される(4)式を伊藤の確率微分方程式という。図-3に示すように、確率微分方程式は確率経路の各標本の

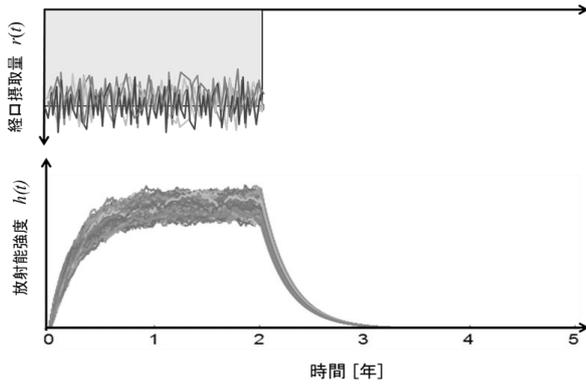


図-4 経口摂取量の不確実性と放射能強度の不確実性の関係

軌跡を表現し、これに対応するFokker-Planck方程式は無
限個の標本点を集積した確率密度関数の運動を表現する。
これは(5)式で表される。このFokker-Planck方程式と確率
微分方程式は数学的に厳密に等価であることが証明され
ている⁴⁾。

$$\frac{\partial p(x(t), t)}{\partial t} = -\frac{\partial g(x(t), t)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \sigma(x(t), t)^2 p(x(t), t)}{\partial x^2} \quad (5)$$

本研究では、放射能強度の基礎式である(1)式と伊藤
の確率微分方程式(4)式の関係を示した上で、(5)式の確
率微分方程式とFokker-Planck方程式の関係から、経口摂
取量の不確実性よっての放射能強度の確率分布を求める。

4. 確率微分方程式の導入

(1) 放射能強度の連続方程式と確率微分方程式の関係

(1)式は、放射能強度に関する1階線型常微分方程式で
あり、

$$dh(t) = (r(t) - \alpha h(t))dt \quad (5)$$

と表現することができる。ここで、経口摂取量 $r(t)$ が各
時刻において、ある平均値とその平均値周りに分布して
いるとして、

$$r(t) = \bar{r}(t) + r'(t) \quad (6)$$

で得られるとする。ここで $r'(t)$ はウィーナー過程に從
って乱高下するランダム項である。(6)式を(5)式に代入し、
確率微分方程式の理論からランダム項をウィーナー過程
 $dw(t)$ で表すと、

$$dh(t) = (\bar{r}(t) - \alpha h(t))dt + \sqrt{D_h} dw(t) \quad (7)$$

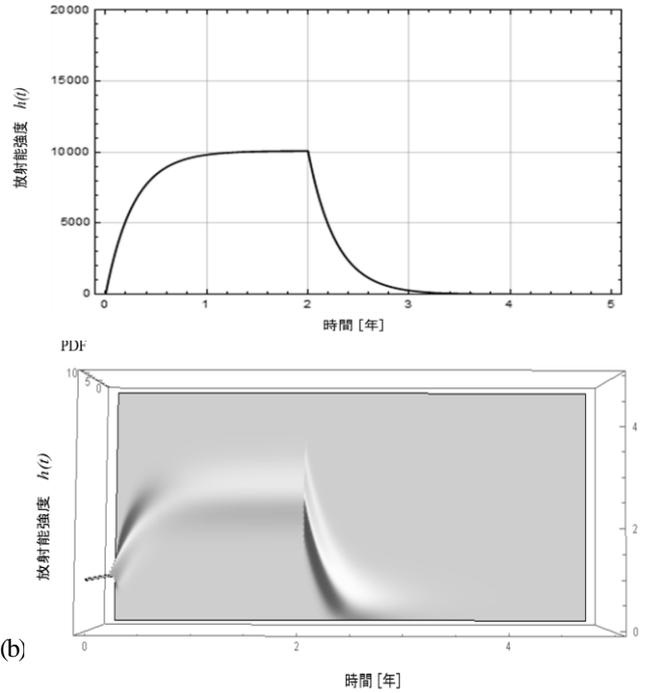


図-5 放射能強度を決定論及び確率論的に求めたグラフ

となる。ここに、 $dw(t)$ はWiener過程による時系列 $w(t)$
の微小時間変化量でありその確率分布は時刻 t に依存し、
正規分布 $N(0, \sqrt{dt})$ に従う。 D_h は放射能強度の拡散係
数である。また、この拡散係数は次式によって表される。

$$D_h = \sigma^2 \cdot T_L \quad (8)$$

σ : 入力経口摂取量の標準偏差, T_L : 経口摂取量の乱
れた時系列 $r'(t)$ の時定数であり, G.I.Taylorの拡散理論に
起因する⁹⁾。(7)式は(4)式に示した伊藤の確率微分方程式
と全く同型であり、右辺第一項が決定論的な項、右辺第
二項が確率論的な項である。図-4のように、放射性物質
の経口摂取量の不確実性に関する放射能強度の不確実性
を求めることができる。仮定として、摂取期間 5年であ
り、摂取終了後はほぼ一定値をとることとする。また(2)
式により、内部被曝総量の不確実性も求めることができ
る。

(2) 放射能強度の連続方程式とFokker-Planck方程式の関係 および放射能強度の確率分布

(4)式と(5)式の対応関係から(7)式に対応する放射能強
度の確率密度関数の時間発展を以下のFokker-Planck方
程式を得る。

$$\frac{\partial p(h(t), t)}{\partial t} = -\frac{\partial (\bar{r}(t) - \alpha h(t)) p(h(t), t)}{\partial h} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (\sigma \sqrt{T_L})^2 p(h(t), t)}{\partial h^2} \quad (9)$$

(9)式を放射能強度の確率密度関数 $p(h(t), t)$ について解けば、放射能強度の確率分布を求めることができる。(9)式を数値的に計算した結果を図-5 に示し、放射能強度の確率密度関数が時間発展していく様子が見られる。図-5 により、放射性物質を毎日100Bqを5年間摂取する場合に、放射能強度の決定論的な結果を図-5(a)に示す。図-5(b)に示すのは確率論的に求めた結果で、各時刻の放射能強度の確率密度関数で不確実性を求めることができる。

(3) 実効線量の確率分布

(2)式で表される内部被曝総量の不確実性を求めた上で、(3)式により、実効線量の不確実性を求められる。図-6に放射性物質の経口摂取量に不確実性に関する実効線量の不確実性を示す。また、図-7に示したように、実効線量の確率密度関数を求めることができる。図-7により、1日100Bqを5年間摂取する場合、実効線量は約0.67mSvを平均値として約0.62~0.72mSvに分布し、約 1.4×10^2 mSvの標準偏差を持って分布することがわかる。原子力安全研究協会⁷⁾によると、日本は自然放射線による国民一人当たりの年間実効線量の平均値は2.1mSv/yearである。国が定めた基準値の放射能セシウム(100Bq/kg)から受ける実効線量(約0.62~0.72mSv/yearに分布)は自然放射線による実効線量(2.4mSv/year)と比べると、非常に小さいことがわかった。

4. 結論

放射能強度の連続方程式と伊藤の確率微分方程式の関係、確率微分方程式とFokker-Planck方程式の関係から放射能強度の確率密度関数を求めることができ、放射能強度の確率密度関数を数学的に説明することができた。また、実効線量の確率分布により、実効線量の不確実性を求めた。また、今後は確率微分方程式とFokker-Planckの関係から、数学的に実効線量の確率密度関数を求め、実効線量の不確実性を評価する。

謝辞：本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金(基盤 A, 課題番号 26249072), MEXT/RECCA, MEXT/SOUSEI (theme C-i-C)の支援を受けて実施された。ここに記して謝意を表します。

参考文献

1) T. Yamada, T.J. Yamada, S. Sasaki, Introduction to Radiological Hydrology: A Kinematic Model to Estimate the Effective Dose of Radioactive Substances in the Human Body for Radiological Protection, Proceedings of 2013 IAHR World Congress, Z1003,2013

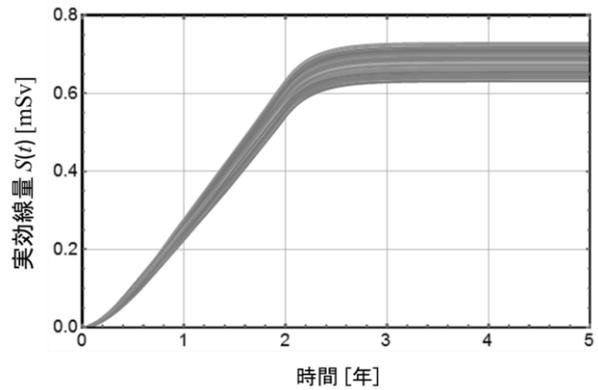


図-6 経口摂取量の不確実性による実効線量の不確実性

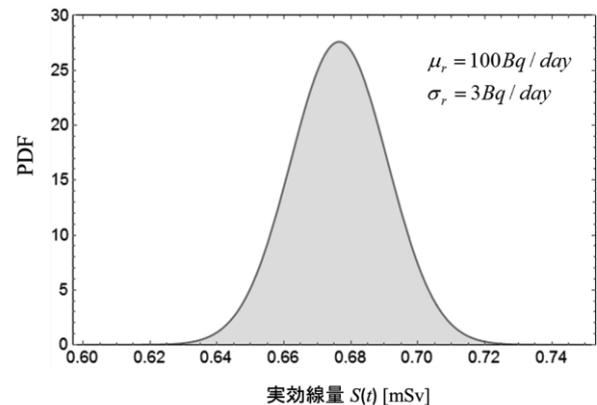


図-7 入力経口摂取量の平均値=100Bq/day, 偏差=3Bq/dayと固定した場合の実効線量の確率密度関数

2) 厚生労働省 2012, ”放射性物質についての新しい基準値を設定”, http://www.mhlw.go.jp/shinsai_jouhou/shokuhin.html

3) 吉見 和紘, 山田 正, 山田 朋人: 確率微分方程式の導入による降雨流出過程における降雨の不確実性の評価, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.71, No.4, 2015.

4) 保江邦夫: 数値確率解析入門, 朝倉書店, 2000.

5) 石村貞夫, 石村園子: 金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式, 東京図書, 1999.

6) Taylor, G.I.: Diffusion by continuous movements, Proceedings of the Royal Society A, 20, 196-211, 1921.

7) 「自然放射線による国民一人当たりの年間実効線量」, 「新版・生活環境放射線(国民線量の算定)」, 原子力安全研究協会, 2011