

45. 非静水圧を考慮した不等流の式を用いた幅の変化する開水路流れの水面形に関する研究

滝口 浩作^{1*}・銭 潮潮²・山田 正²

¹中央大学大学院理工学研究科 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

²中央大学理工学部 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

* E-mail: takiguchi@civil.chuo-u.ac.jp

現在一般的に知られている不等流の基礎式は、水理学の教科書にも載っているように一階の常微分方程式である。しかし、この基礎式では波状跳水のような定在波が発生する水面形を表現できない。そこで銭・山田は流線の曲率及び河床の曲率による非静水圧の効果を考慮し、定在波を表現できる三階微分の不等流の基礎式を導出した¹⁾。しかし、この基礎式では狭窄部のような川幅が空間的に変化する影響を考慮していない。そこで本稿では非静水圧を考慮した一般断面に適用できる不等流の基礎式を導き、開水路実験を行い実験結果との整合性を確認した。計算結果と実験結果は整合性の良い結果を得ることができた。

Key Words : open channel hydraulics, stationary wave, experiment, nonstatic pressure

1. はじめに

現在、一般的に知られている一次元不等流の基礎式は、水理学の教科書にも載っているように一階の常微分方程式である。この基礎式には静水圧の仮定がなされており、実際には波状跳水のように波状の水面を形成する定在波は流線の曲率から生じる鉛直加速度の影響により、静水圧の仮定を崩してしまう。そのため定在波を伴う水面形は静水圧仮定の下では表現することができない。しかし、実際の河川では多くの場合が非静水圧の流れ場であり、定在波が発生するため、流線の曲率や河床の曲率による鉛直加速度を考慮する必要がある。そこで銭・山田は流線の曲率及び河床の曲率による非静水圧の効果を考慮し、波状跳水のような定在波を表現できる三階微分の不等流の基礎式を導出した¹⁾。しかし、この理論では拡幅部のような川幅が空間的に変化する影響を考慮していない。実河川では河床の凹凸部だけではなく川幅の変化する拡縮部も存在している。そこで本稿では非静水圧を考慮した三階微分の不等流の基礎式を川幅の変化を考慮することで一般断面に適用できる基礎式に変換し、狭窄部を設けた開水路実験によって数値計算の結果と実験から得られた結果との比較を行い理論の整合性を確かめることを目的とする。

2. 基礎式の概要

銭・山田は定在波による水面からの曲率と河床の非一様性による流線の曲率から生じる二つの鉛直加速度に重力加速度を加えることにより非静水圧を考慮した三階微分の不等流の式である式(1)を導出した。式(1)を限界水深 h_c で無次元化すると、無次元化した非静水圧を考慮した三階微分の不等流の式である式(2)を得る。式(1)、式(2)の左辺第1項は分散、第2項は拡散、第4項は底面の曲率の効果を表わしている。式(1)、式(2)は左辺第1、2、4項の効果を考慮しなければ一階微分の不等流の基礎式の式形になる。

$$\frac{d^3 h}{dx^3} + k \frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{3}{q^2} \left(gh - \frac{q^2}{h^2} \right) \frac{dh}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d^3 z}{dx^3} = -\frac{3}{q^2} \left(\frac{g \tau_w}{\rho} + gh \frac{dz}{dx} \right) \quad (1)$$

$$\frac{d^3 \eta}{d\xi^3} + k \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + 3 \left(\eta - \frac{1}{\eta^2} \right) \frac{d\eta}{d\xi} + \frac{1}{2} \frac{d^3 \zeta}{d\xi^3} = -3 \left(f_0 + \eta \frac{d\zeta}{d\xi} \right) \quad (2)$$

川幅が流下方向に非一様であると考えたと(1)式は(3)式になり、(3)式を限界水深 h_c で無次元化すると、無次元化した川幅の変化を考慮した三階微分の不等流の式で

ある(4)式を得る。

$$\frac{d^3 h}{dx^3} + k \frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{3}{q^2} \left(gh - \frac{q^2}{h^2} \right) \frac{dh}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d^3 z}{dx^3} + \frac{3}{q^2} \left(\frac{1}{2} \frac{gh^2}{B} - \frac{q^2}{hB} \right) \frac{dB}{dx} = - \frac{3}{q^2} \left(\frac{g\tau_w}{\rho} + gh \frac{dz}{dx} \right) \quad (3)$$

$$\frac{d^3 \eta}{d\xi^3} + k \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + 3 \left(\eta - \frac{1}{\eta^2} \right) \frac{d\eta}{d\xi} + \frac{1}{2} \frac{d^3 \zeta}{d\xi^3} + \frac{3}{2\beta} \left(\eta^2 - \frac{2}{\eta} \right) \frac{d\beta}{d\xi} = -3 \left(f_0 + \eta \frac{d\zeta}{d\xi} \right) \quad (4)$$

(3)式、(4)式の左辺第5項は川幅の変化による効果を表わしており、幅が一樣の場合第5項の効果は無視できる。また、式(1)、式(2)と同様に左辺第1、2、4、5項の効果を検討しなければ、一階微分の不等流と同じ式形を得る。

3. 実験の概要

導いた式の整合性を確認するために開水路実験を行った。実験には全長8m、幅60cmで勾配を変えることのできる固定床開水路を用いた。実験方法は図-1に示すような約40cmにわたり最小通水幅が約20cmになる狭窄部を最小通水幅の位置が開水路下流端から2mの地点になるように設置し、波状跳水を遡上させ遡上が終わり定常状態となったときに水路中央部にて縦断的に水深及び流速の計測を行った。それぞれ水深はサーボ式波高計、流速はピトー管を用いて計測した。勾配と狭窄部の最小通水幅を変えず流量のみを変えた2ケースの実験結果と計算結果を比較する。各実験条件は表-1に示す。

4. 結果と考察

図-2及び図-3に実験結果と数値計算の結果を示す。図中に示す破線は実験結果、実線は数値計算の結果をそれぞれ表わしている。

Case1に関しては数値計算の結果は定在波の波高が徐々に減衰しているが、実験結果は波高が高い状態が続いている。これはCase1における流量が少ないため、浅い流れが生じたことにより河床底面から受ける抵抗の影響が大きくなったためだと考えられる。しかし、数値計算の結果も実験の結果も発生した定在波の第1波目に関しては概ね一致している。Case2に関しては数値計算の結果は実験の結果と概ね一致しており整合性は良い。

また、数値計算の結果はどちらのCaseにおいても狭窄部が設置されている地点では水深が低下し、最小通水部で最小になっている。これは縮流部に流れが射流で流下したときの水面形の挙動をしており、導いた式が不等流の式としての機能を果たしていることがわかる。

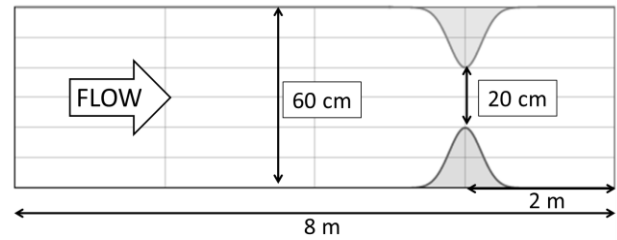


図-1 狭窄部を設置した開水路の模式図

表-1 実験条件

Case	$Q[m^3/s]$	勾配	最小通水幅	上流端 Fr
1	9.5	1/170	20 cm	1.5
2	27.8	1/170	20 cm	1.6

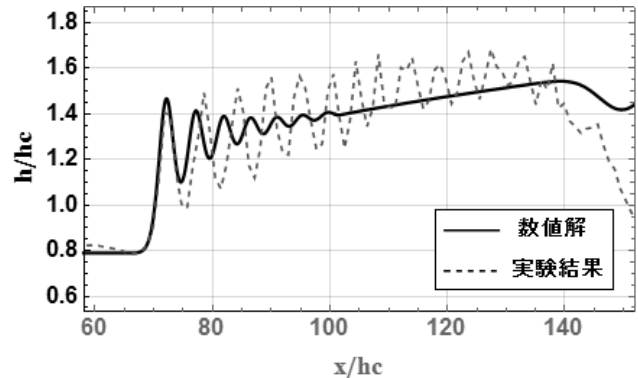


図-2 Case1の実験結果と数値計算の結果

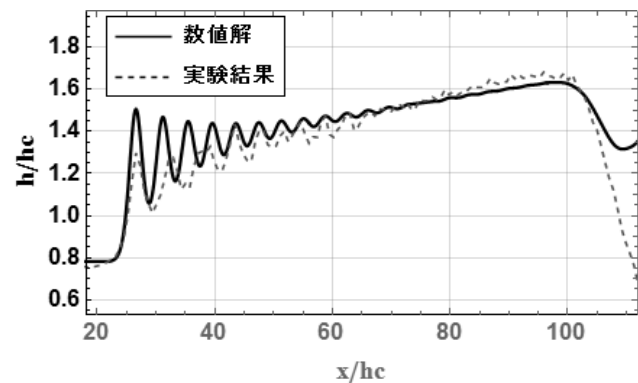


図-3 Case2の実験結果と数値計算の結果

5. まとめ

非静水圧を考慮した三階微分の不等流の基礎式に非一様性による効果を考慮することで一般断面に適用できる式を導き、開水路実験による検証を行った。実験結果と数値計算の結果は概ね一致しており、本研究で提案する川幅の非一様性と非静水圧を考慮した三階微分の不等流の式は有用である。

参考文献

- 1) 銭潮潮, 山田正: 開水路断面の不均一性に起因する不等流の水面形成に関する基礎的研究, 水理科学, No.336第 58 巻 第1号2014.
- 2) 椿東一郎: 水理学 I, 森北出版, pp132-160, 1973.