

41. 支川合流部を持つ開水路流れの 一次元計算手法の提案

矢本 貴俊^{1*}・小石 一字¹・山田 正²

¹中央大学大学院 理工学研究科 都市環境学専攻 (〒112-8551東京都文京区春日1-13-27)

²中央大学教授 理工学部 都市環境学科 (〒112-8551東京都文京区春日1-13-27)

* E-mail: yamamoto@civil.chuo-u.ac.jp

本研究は、本川に対する支川合流を横流入項と見なす一次元不定流の基礎方程式を導き、差分化した一次元的な計算手法を提案することで将来的には長江を例とした河川長が数千キロメートルの大規模河川を対象とした不定流計算が可能になることを目的としている。

そのために、まずは簡単な例として本川に対して1本の支川が合流する開水路流れの一次元不定流計算を、導出した基礎方程式をもとに行った。その結果、本川に対する支川との運動量交換はReynolds応力のようなものとして働くことがわかった。

Key Words : 1-D unsteady flow, lateral discharge, tributary flow, Reynolds stress

1. はじめに

中国で最長の河川である長江は全長6,300kmの河川で、膨大な数の支川を含む大規模な河川網を構成している。流域内には上海、南京などの経済的に重要な都市を含んでおり、一度洪水が起これば多大な被害をもたらす危険性がある。長江のような長大な河川を対象にして数値計算を行う場合、合流部の個数が膨大であることから計算負荷が大きくなるため、2次元や3次元の解析法を用いることは現在の計算機の性能を考えると現実的ではない。そのため、計算負荷の観点からみると一次元解析法が適している。しかし、一次元の解析法は合流部の3次元性を反映できないため精度が低下することが知られている。それに対して、本研究は1本の本川に対し規模が小さい支川が多数入り込んでいる場合の合流部、つまり3次元性を無視できる合流部に着目し、支川の合流を横流入に置き換えて一次元的に計算する手法を提案する。本川に対して支川との運動量交換はレイノルズ応力のように理解できることを明らかにする。

2. 横流入がある流れの運動量方程式の導出

図-1に示すような横流入がある流れの一次元不定流の基礎方程式は、連続の式と運動方程式である^{1),2)}。

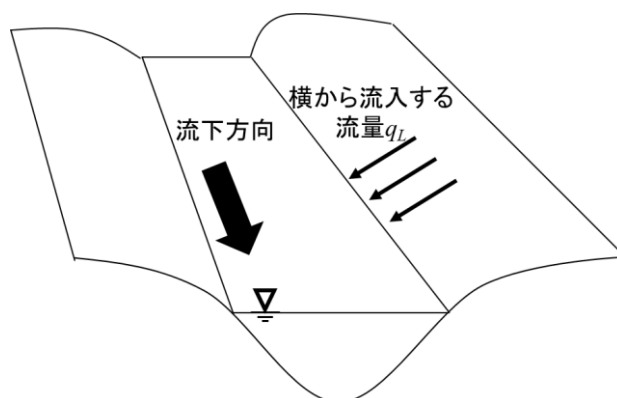


図-1 横流入がある流れの概念図²⁾

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_L \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) + g \frac{\partial H}{\partial x} = g i_f + \frac{q_L}{A} (v_h - 2v) \quad (2)$$

ここに、 A : 断面積 [m^2], Q : 流量 [m^3s^{-1}], q_L : 単位幅の横流入流量 [m^2s^{-1}], t : 時間 [s], x : 位置 [m], v : 流速 [ms^{-1}], g : 重力加速度 [ms^{-2}], H : 水位 [m], i_f : 摩擦勾配, v_h : 横流入する流速の本川方向成分 [ms^{-1}]である。単一河川の一次元不定流の基本式と異なる点は、式(1) 右辺第一項および式(2) 右辺第二項が横流入による効果を表していることである。本来、この式は河川へ流れ込む地表面流出のような、河川の縦断方向に

対して連続的に横からの流入がある場合に用いられる式であるが、本研究では図-2で示すように支川の合流を横流入と見なすことで支川合流をもつ開水路流れの一次元的な不定流計算を可能にする。以下、式(2)の運動方程式から運動量方程式を導く、(2)両辺に断面積 A を乗ずることで式(3)を得る。

$$A \frac{\partial v}{\partial t} + A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} = gAi_f + q_L(v_h - 2v) \quad (3)$$

式(3)第二項は連続式および合成関数の微分の公式を用いて以下の式(4)に変形する。

$$A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) - v^2 \frac{\partial A}{\partial x} - (Av) \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

式(4)と式(3)から以下の式(5)を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} - v \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ = -gAi_f + q_L(v_h - 2v) \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)第四項は以下に示すとおり連続式(式(6))である。

$$\left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_L \quad (6)$$

以上より、横流入がある流れの一次元不定流の運動量方程式(式(7))が導かれた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} = -gAi_f + q_L(v_h - v) \quad (7)$$

3. 数値計算手法

本研究における数値計算手法には、時間に関して1次精度前進差分、空間に関して1次精度風上差分を用いたSemi-Implicit-Schemeにより水深 h と単位幅流量 q を計算する。初期条件には横流入がある流れの不等流の基本式を4次精度Runge-Kutta法で解いて得られた解を与え、本川および支川の上流端における境界条件は以下の式(8)で表される単位幅流量を与える。

$$Q_0(t) = Q_b + (Q_p - Q_b) \left(\frac{t}{t_p} \exp \left(1 - \frac{t}{t_p} \right) \right)^C \quad (8)$$

ここに、 Q_b : 基底流量 [m^3s^{-1}], Q_p : ピーク流量 [m^3s^{-1}]

], t_p : ピーク時間 [hour], C : 定数である。図-3に示すような、本川に対して1本の支川が合流する河川を設定し、計算条件および各パラメータは表-1のとおりに与えて数値計算を行った。

4. 計算結果

図-4は横流入がある流れの不定流計算を行った計算結果である。 $t=0$ hour は初期条件で、本川と支川が合流した不等流の水面形を表している。本川、支川ともに合流部上流側において水深上昇が起こっている。一方で、合流部上流側の流速はともに減少している。このことは、横流入が流れをせき止める抵抗力(=Reynolds応力のようなもの)として機能していることを表している。横流入の効果による上流側の水

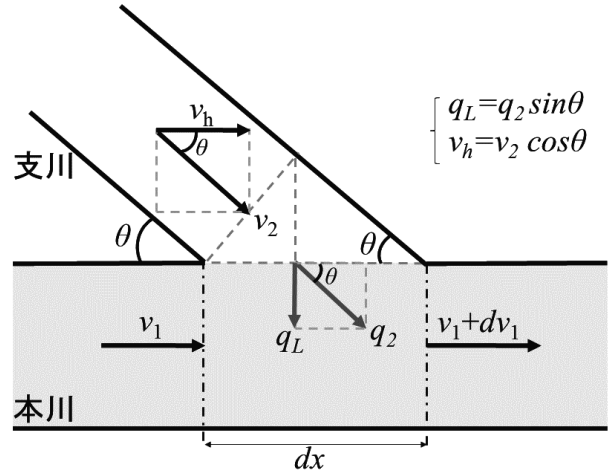


図-2 支川合流がある開水路流れの概念図

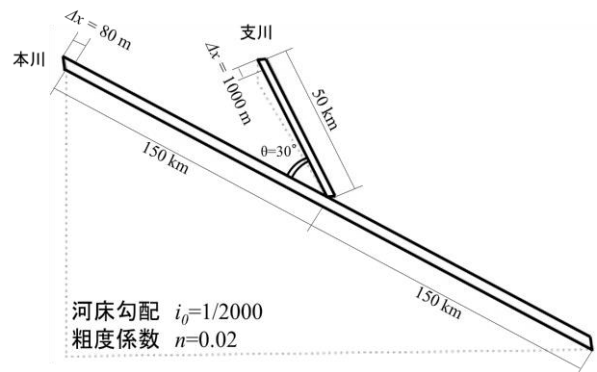


図-3 横流入がある開水路流れの立体的な概念図

表-1 数値計算に用いる諸値

計算時間および流入角度							
計算時間 T_{calc} [hour]	48	時間差分間隔 dt [s]	10	流入角度 θ [°]	30		
本川				支川			
計算距離 X_{calc1} [km]	300	距離差分間隔 dx_1 [m]	80	計算距離 X_{calc2} [km]	50	距離差分間隔 dx_2 [m]	1000
水路幅 B_1 [m]	100	水路勾配 i_{01}	0.0005	水路幅 B_2 [m]	100	水路勾配 i_{02}	0.0005
粗度係数 n_1	0.02	基底流量 Q_{b1} [m^3s^{-1}]	200	粗度係数 n_2	0.02	基底流量 Q_{b2} [m^3s^{-1}]	200
ピーク流量 Q_{p1} [m^3s^{-1}]	2000	ピーク時間 T_{p1} [hour]	15	ピーク流量 Q_{p2} [m^3s^{-1}]	2000	ピーク時間 T_{p2} [hour]	15
ピーク指数 C_1	20			ピーク指数 C_2	20		

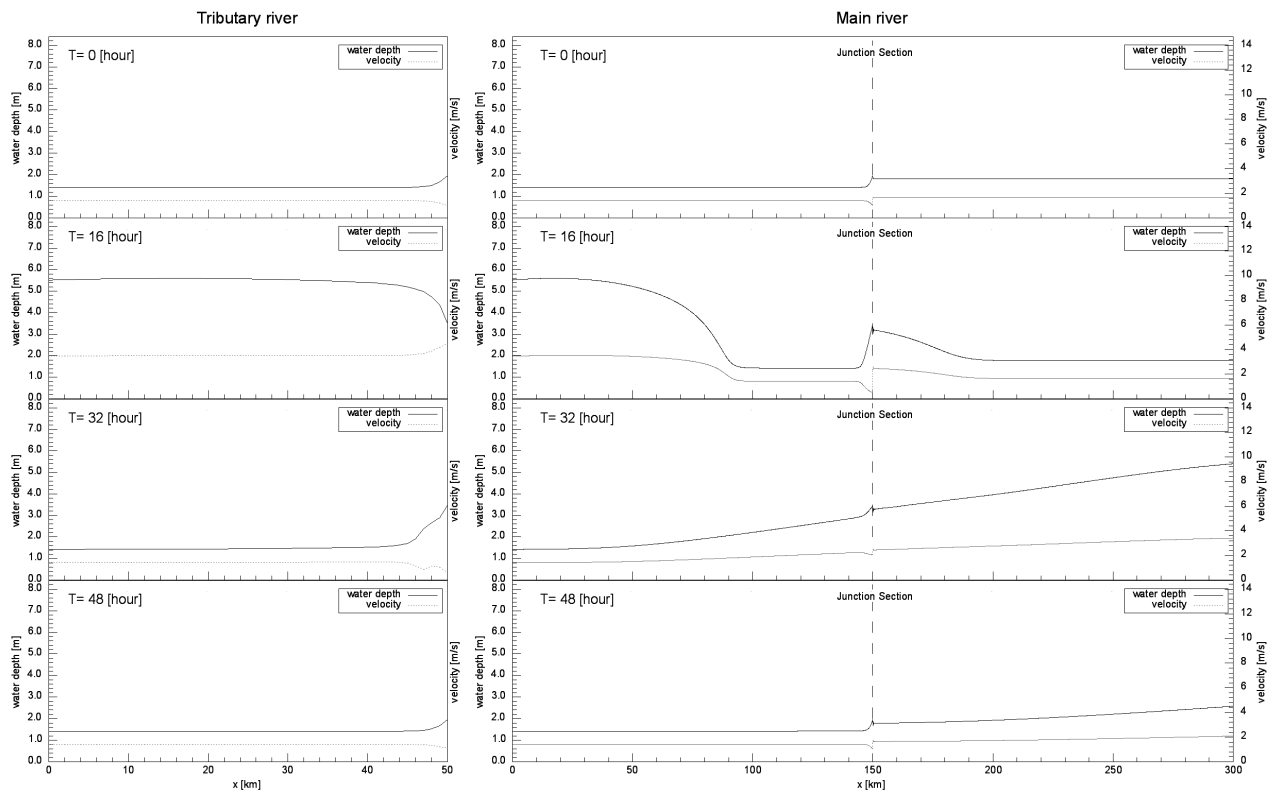


図-4 本川および支川における水面形と流速(左図は各時間における支川の水深および流速, 右図は本川の水深と流速である。各図左端が上流端, 右端が下流端を表す。合流部は支川においては下流端($x=50$ km), 本川においては $x=150$ km 地点である)

面形への影響は, 本川, 支川ともに合流部から上流側へ5 km程度である。 $t=16$ hourでは本川上流側の洪水波は合流部に到達していないが, 支川の洪水波は合流部に到達しているため合流部において水深が増加している。この時, 支川における水面勾配および流速勾配は $t=0$ hourの時とは符号が逆転している。支川の流速勾配は正であるが, 増えた分の流量は本川に流れ込むため合流部付近における水深勾配は負になる。 $t=32$ hourでは本川における洪水波が合流部に到達し, 水面上昇が起こっている。支川の水深を見ると, 支川における洪水波はすべて合流部より下流側に流れ込んでいるため, $t=32$ hourでの合流部における水面上昇は, 本川側の洪水波の影響によるものであることがわかる。 $t=48$ hourでは下流端付近では洪水波の影響が残っているが, 合流部から上流にかけての水深は, $t=0$ hourにおける水深と同じ値を示している。以上の計算結果から, 合流部における水面上昇は, 支川の洪水波による水深の増加と本川の洪水波による水深の増加の二つの要因があることがわかる。

5. まとめ

本研究は, 横流入を持つ開水路流れの基礎方程式を支川合流部がある河川に適用して一次元不定流計

算を行った。ここに本研究で得られた知見を示す。まず, 合流部が1つの場合の横流入がある流れの一次元不定流の水面形を表現することができたことから, 横流入を持つ開水路流れの基礎方程式を支川合流部がある河川に適用することは可能であることがわかった。次に, 合流部において上流側の水深は本川, 支川ともに増加する一方で流速は減少していることから, 横流入が抵抗(Reynolds応力のようなもの)として働き, 流れをせき止める効果があることがわかった。本研究で行った不定流計算は河川長が300 kmで支川が1つだけ入り込むの河川であったが, 合流部付近の水面形を表現することができた。今後は計算距離を伸ばし支川を増やして計算を試みるつもりである。

謝辞: 本研究は科研費基礎研究(A)「可能最大洪水に対応できる数理科学的な河川計画手法の確立」(代表者, 山田正)の支援を受けて行われたものである。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 土木学会: 水理公式集 [平成11年版]
- 2) 日野幹夫: 明解 水理学, 丸善