

44. 開水路における波状跳水の波長と振幅に関する実験的研究

滝口 浩作^{1*}・山田 正²

¹中央大学理工学研究科都市環境学専攻（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

²中央大学理工学部都市環境学科（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

* E-mail: takiguchi@civil.chuo-u.ac.jp

波状跳水とは滑らかな波状の水面を形成しながら水深を増加させ流れの状態を射流から常流へと遷移する水理現象である。KelvinやRayleighらはこの現象の波長と波高及び振幅と波高の理論を導出している。この理論を実験水路の水路床に突起物を設置した状態で波状跳水を発生させ、実験結果と理論値の比較を行い理論の検証を行った。実験結果と理論値の整合性を見ると波長に関しては概ね良好な結果を得られたが、振幅に関しては整合性はあまり良くない。これは波の非線形性を考慮できていないことによる影響だと考えられる。

Key Words :hydraulic jump,undular bore,experiment,wave length,amplitude

1. はじめに

波状跳水は滑らかな波状の水面を形成し水深を増加させ、射流から常流へと遷移する現象である。KelvinやRayleighらは波状跳水の波長と波高および振幅と波高に関する理論を導いている。この理論はQuimpo¹⁾らによって狭窄部での実験による検証がなされているが、河床の突起物が起因して発生する波状跳水についての実験による検証は行われていない。よって本研究では開水路の水路床に突起物を設け波状跳水を発生させ、波状跳水の波長と振幅の理論を実験により検証した。

2. 波状跳水の波長と振幅に関する式の概要

図-1は波状跳水の模式図である。図に示す記号 h は水深、 u は流速、 c は波速、 a は振幅、 H は波高、 L は波長、 U は地上から見た波状跳水の移動速度を表わしている。添え字は対象とする断面を表わしている。次に示すKelvinやRayleighらの理論では、 u_0 を0、 u_1 は上流に向かって遡上しているものと仮定し、波状跳水の波長に関しては流れの平均流速と波の位相速度が等しいものとして微小振幅波理論の分散関係式を用いて波長を算出している。また振幅に関しては流下する平均流速と流れを遡上

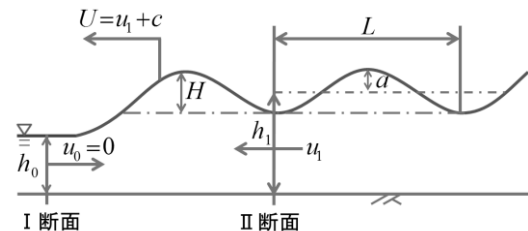


図-1 波状跳水の模式図

する波状跳水の群速度の差が跳水後の損失水頭に等しいものとして振幅を算出している。

(1) 波状跳水の波高と波長の関係式の概要

式(1)はI、II断面での連続式である。(2)式は(1)式から得る波状跳水の絶対速度であり、(3)式は地上から見た波状跳水の速度である。

$$(0 - U)h_0 = (u_1 - U)h_1 \quad (1) \quad U = u_1 + \frac{h_0}{h_1}U \quad (2)$$

$$U = u_1 + c(k) \quad (3) \quad c(k) = \frac{h_0}{h_1}U \quad (4)$$

(2)式と(3)式から得られる(4)式と波速を振動数 w と波数 k で表した(5)式と微小振幅波理論の分散関係式(6)式を連立し整理することで波状跳水と波の位相速度を無次元化した(7)式を得る。

$$c(k) = \frac{L}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/w} = \frac{w}{k} \quad (5) \quad w = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh_1)} \quad (6)$$

$$\frac{U}{\sqrt{gh_0}} = \frac{h_1}{h_0} \sqrt{\frac{1}{kh_1} \tanh(kh_1)} \quad (7)$$

次に運動量保存則と連続式から段波の波速の式(8)式を得る。(8)式を(3)式に代入し U と段波の波速を無次元化した(9)式を得る。

$$c = -u_1 \pm \sqrt{\frac{g(h_0 + h_1)h_1}{2h_0}} \quad (8) \quad \frac{U}{\sqrt{gh_0}} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_1}{h_0} \left(1 + \frac{h_1}{h_0}\right)} \quad (9)$$

(7)式と(9)式を連立し、 $\beta = (h_1 - h_0)/h_0$ とおき整理すると無次元化した波状跳水の波高と波長の関係式である(10)式を得る。

$$\frac{1}{2}(2 + \beta) = \frac{1}{kh_1}(1 + \beta)^2 \tanh(kh_1) \quad (10)$$

(2) 波状跳水の波高と振幅の関係式の概要

(11)式に示す波のエネルギー輸送速度 C_G である群速度を U から見ると(12)式を得る。(12)式に(13)式で表す波の運動エネルギー E_k をかけることでエネルギー輸送速度の関係式である(14)式を得る。

$$C_G = \frac{c(k)}{2}(1 + 2kh_1 \sinh^{-1}(2kh_1)) \quad (11) \quad U - (u_1 + C_G) = (U - u_1) - C_G \quad (12)$$

$$E_k = \frac{1}{2} \rho g a^2 \quad (13) \quad E_k(U - (u_1 + C_G)) = \frac{dE_l}{dt} \quad (14)$$

次に(15)式に示す単位時間当たりの波状跳水によるエネルギー損失 E_l と(14)式で示される波の運動エネルギーの輸送速度が等しいので(16)式を得る。

$$\frac{dE_l}{dt} = \frac{\rho g U (h_1 - h_0)^3}{4h_1} \quad (15)$$

$$\frac{\rho g U (h_1 - h_0)}{4h_1} = E_k(U - (u_1 + C_G)) \quad (16)$$

(16)式において振幅 a を波状跳水の平均水深 h_1 で除し、整理すると無次元化した波状跳水の波高と振幅の関係式である(17)式を得る。

$$\left(\frac{a}{h_1}\right)^2 = \frac{\beta}{(1 + \beta)^2} (1 - 2kh_1 \sinh^{-1}(2kh_1))^{-1} \quad (17)$$

(10)式、(17)式は共に上流の水深 h_0 を計測することで共役水深の関係から波状跳水の平均水深 h_1 が決まり未知数の波数 k を求めることができるので波数 k から波長 L と振幅 a を算出することができる。

3. 実験概要

理論の検証には全長 8 m, 幅 60 cm で勾配を変えることのできる固定床開水路を用いた。実験方法は開水路下流端に凸部を設置し、発生させた波状跳水を遡上させ遡上が終わって定常状態となったときに計測を行った。また実験条件は勾配、流量、河床凸部の高さを変え実験を行った。上流の水深 h_0 は跳水が発生する地点よりも上流側の水深を平均し求めた。次に波状跳水の平均水深 h_1 と振幅 a は発生した波状跳水の第一波目の水深の最大値と最小値から求めた。波長 L は第一波目と第二波目の最高点から求めた。実験結果から(10)式と(17)式を用いて得

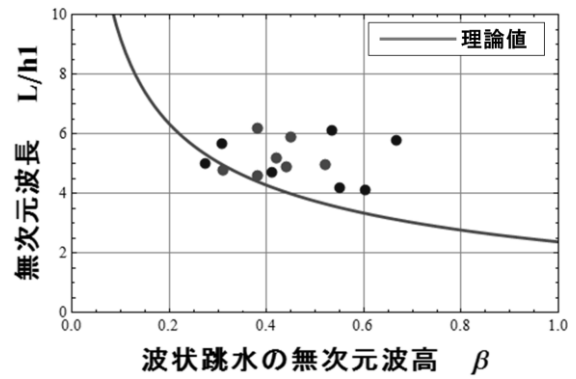


図-3 波状跳水の無次元波長と無次元波高の関係

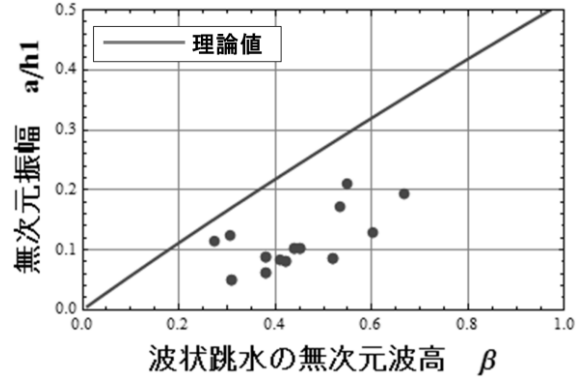


図-4 波状跳水の無次元振幅と無次元波高の関係

られた波状跳水の無次元化した波高、波長、振幅と理論値の比較を行った。

4. 結果・考察

実験により得られた結果を図-3、図-4 に示す。理論値は実線で示す。

結果より波長と波高の関係については概ね良好な結果を得たが、振幅と波高に関しては傾向は捉えているものの整合性はあまり良くない。これは波の非線形性を考慮できていないことによると考えられる。

5. まとめ

波長と波高及び振幅と波高の理論について実験による検証を行った。実験結果と理論値が合わない理由として、理論で扱っている現象は微小振幅の仮定がされており波の非線形性を考慮できていないことによる影響の可能性はある。今後は波の非線形性や水路底面からの影響も考慮していく必要がある。

6. 参考文献

- 1) Quimpo Maritess Secar : Fundamental study on open channel flow with hump and narrow path, 2009, 3, 中央大学博士論文
- 2) 銭潮潮, 山田正: 開水路断面の不均一性に起因する不等流の水面形成に関する基礎的研究, 2014, 水理科学, No.336 第 58 巻第 1 号