

B-82 空間モーメントを用いた分散長推定法の提案とマクロ分散現象の評価

井上 一哉¹・○竹之内 亮^{1*}・鈴木 克季¹・田中 勉¹

¹ 神戸大学大学院農学研究科 (〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町1)

* E-mail: 096a008a@stu.kobe-u.ac.jp

1. 結論

多孔質体内における物質輸送の本質的な現象である分散は、土粒子間隙内の流速分布に由来するマイクロ分散と透水係数の空間分布に応じた浸透流速の空間変動に伴うマクロ分散に区別される¹⁾。自然地盤の透水係数は空間的に不均質分布をなしていることから汚染物質の挙動を把握するには、マイクロ分散に加えて、マクロ分散についての考察が望まれる。本研究では、汚染物質のマクロ的挙動の把握に向けて、均質地盤および成層地盤を対象に、ラボレベルでの物質移動実験を実施する。また、溶質挙動を捉えた時系列画像を基に、空間モーメント法を応用した縦分散長と横分散長の推定方法を提案し、浸透場のマイクロおよびマクロ分散特性について評価する。

2. 物質移動実験

実験には図-1に示す長さ62 cm、深さ25 cm、奥行き1 cmの装置を使用し、装置両側には動水勾配を調整する給水装置と排水装置を設置することで、一様流浸透場を生成する。また、装置の前面と背面をアクリル板で作成することによりトレーサ挙動を可視化し、トレーサ挙動の撮影を可能にしている。さらに、マイクロ分散とマクロ分散を推定するため、表-1に示す透水係数の異なる試料を用いて単層地盤と成層地盤を作成する。2層地盤の層構成は図-1に示すように、Layer 1とLayer 2に4号ケイ砂、Layer 3とLayer 4に5号または6号ケイ砂とする。また、Layer 1とLayer 4に4号ケイ砂、Layer 2とLayer 3に5号または6号ケイ砂を充填して3層から成る浸透場を作成する。

水中落下法により所定の地盤を作成した後、給水装置と排水装置の水位差を種々に変化させることで浸透場の動水勾配を変化させて、一様流条件下にある移流分散実験を実施する。排水流量およびピエゾメータを測定して、定常流状態であることを確認した後、装置上部背面

のトレーサ注入口から流れを乱さないようにトレーサを注入する。トレーサの注入にはシリンジポンプを使用し、注入量を5 cm³、注入時間を20 秒に統一することでトレーサの初期分布を統一している。

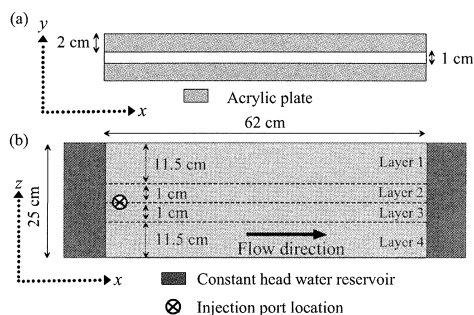


図-1 物質移動実験装置 (a) x-y面図, (b) x-z面図

表-1 試料砂の物性値

ケイ砂 (記号)	平均粒径 (cm)	均等係数 (-)	透水係数 (cm/s)
4号(K4)	0.085	1.80	0.751
5号(K5)	0.050	1.25	0.268
6号(K6)	0.030	1.31	0.0571

トレーサ注入後、装置前面に設置したデジタルカメラによりトレーサ挙動を一定の時間間隔で撮影し、画像を取得する。なお、実験室内は所定のライトのみを点灯させて光量を一定にし、実験装置およびカメラとライトの位置を固定することで撮影環境による取得画像の相違をなくしている。また、3層地盤では、2層地盤のケースと実験状態を統一するため、Layer 2とLayer 3のトレーサ初期分布の面積がLayer 1とLayer 4のトレーサ初期分布を合算した面積にほぼ等しくなるように層厚を調整している。

3. 空間モーメント法

図-2に種々の浸透場におけるトレーサ変動の例を示す。透水係数の分布に応じて物質の拡がりは大きく異なることが観測される。トレーサ分布のデジタル画像より各ピクセルの輝度を抽出すると、図-3に示すようにトレーサ濃度と輝度の間に相関関係が見られる。この点をパラメータ推定に応用するため、本研究では縦600ピクセル、横800ピクセルで構成される画像データのすべてのピクセルに対して輝度を判定することでトレーサの濃度分布を把握し、空間モーメント法を応用した分散長推定を試みる。

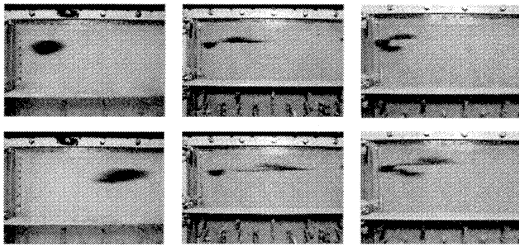


図-2 時系列画像例：(左)単層地盤、(中)2層地盤、(右)3層地盤

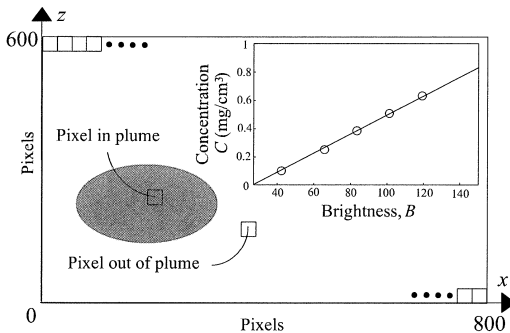


図-3 画像データの輝度と濃度の関係

2次元場における濃度分布の空間モーメントテンソル M_{ij} は次のように表される¹⁾。

$$M_{ij}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(x, z, t) x^i z^j dx dz \quad (1)$$

ここに、 $C(x, z, t)$ は濃度、 x と z は座標、 t は時間である。式 (1) のトレーサ濃度を輝度分布に関連づけることにより次式に変換する。

$$M_{ij}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, z) B(x, z, t) x^i z^j dx dz \quad (2)$$

ここに、 $S(x, z)$ は1ピクセルの面積、 $B(x, z, t)$ は輝度を表す。式 (2) より、トレーサ重心からの濃度分散を表す2次

空間モーメントを求め、縦分散長 A_L および横分散長 A_T を推定する。

$$A_L = \left(\frac{M_{20}}{M_{00}} - \left(\frac{M_{10}}{M_{00}} \right)^2 \right) / 2\xi_c \quad (3)$$

$$A_T = \left(\frac{M_{02}}{M_{00}} - \left(\frac{M_{01}}{M_{00}} \right)^2 \right) / 2\xi_c \quad (4)$$

ここに、 ξ_c はトレーサ初期位置から重心までの距離である。

4. 結果と考察

(1) 画像解析手法の妥当性評価

提案した手法による分散長推定結果の妥当性を評価するため、均質地盤におけるレイノルズ数 Re と分散係数 D と動粘性係数 ν の比 D/ν の関係を図-4に示す。比較として、均質地盤における Harleman と Rumer²⁾ の経験式 $D/\nu = bRe^f$ を図に示す。ここに、 b と f は試料に依存する係数である。本実験にて対象としたレイノルズ数の範囲では、Harleman と Rumer の結果より大きい D/ν となることがわかる。これは本実験で用いた試料が Harleman と Rumer の実験で用いた試料よりも均等係数は大きく、平均粒径は小さいためと考えられる。しかしながら、既往の研究と同様に、 D/ν はレイノルズ数の増大に伴い増加する傾向にあることから、妥当な推定結果であると考えられる。

さらに、本実験における縦分散係数 D_L と横分散係数 D_T の差異は約1オーダーの範囲にあり、一般に多孔質体における縦方向と横方向の分散比は約2から10である¹⁾。この点を踏まえると、提案した空間モーメント法は妥当な結果を導くと言え、縦分散のみならず横分散を同時に評価できる点で有用であると言える。

(2) マクロ分散評価

成層地盤に対して得られた分散長の推定結果を図-5に示す。凡例にある K4 と K5、K6 は成層地盤の層を構成する順番である。2層状態にある実験ケース間で比較すると、K4-K5 の地盤では縦分散長に関して K4-K6 よりも小さくなり、透水係数のばらつきが大きくなることでマクロ分散長は増大することが確認される。

一方、横分散長はケース間での分散長の推定値に相違は見られない。本実験における浸透流場の性質上、流速成分を有する方向が一方のみであることから、横分散に関してはマクロ分散現象が発現する要因はなく、ミクロ分散によりトレーサは拡がると考えられるため、妥当な結果である。したがって、本実験では縦分散にのみマクロ分散現象が発現しており、透水係数の相違によりマクロ分散現象の発現量は変化すると言える。

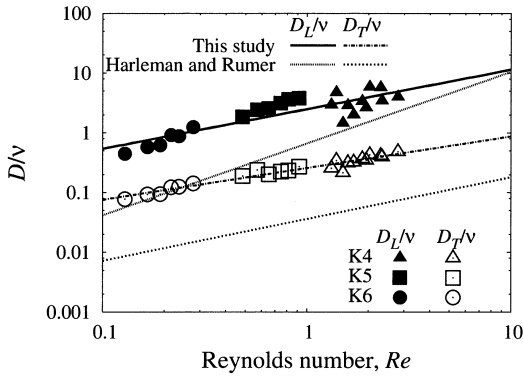


図-4 レイノルズ数と分散係数の関係

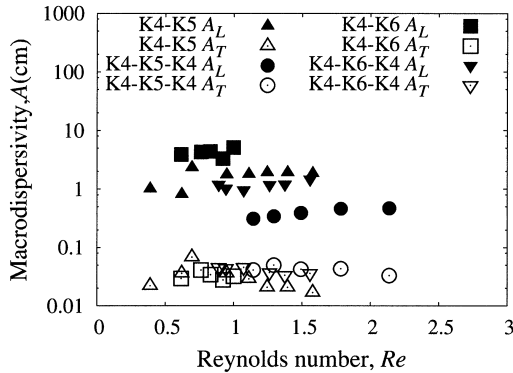


図-5 成層地盤のレイノルズ数と分散長の関係

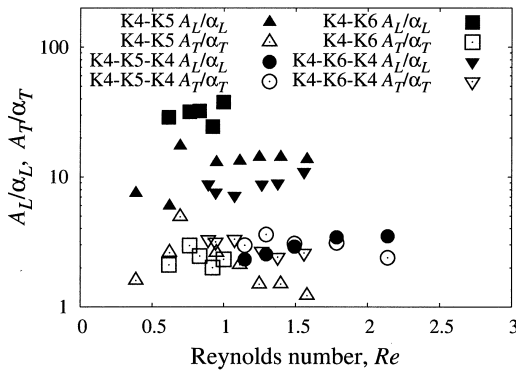


図-6 マクロ分散長とマイクロ分散長の比の関係

また、3層地盤の実験ケースについても2層地盤と同様にレイノルズ数に関わらず浸透場に固有の分散長となり透水性に開きのある場合ほど、縦分散は大きくなることが見て取れる。マクロ分散について不均質領域の粒子移行の観点から考察してみると、成層地盤のような不均質浸透場では各層の流速は異なるため、それに呼応して分散係数 D は空間的に変化する。透水性の異なる領域に関する物質移動に対して、Hoteitらは次式の物質輸送モデ

ルを提案している³⁾。

$$P_1 = \frac{\sqrt{D_1}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (5)$$

$$P_2 = 1 - P_1 = \frac{\sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (6)$$

ここに、 P_1 は粒子の位置する層内に留まる確率、 P_2 は隣接する層への移行確率、 D_1 と D_2 は各層の横分散係数である。本実験の成層地盤にて透水係数の高い層は4号ケイ砂であるため、すべての実験ケースに対するマイクロ分散長は4号ケイ砂に固有の分散長が卓越していると考えられる。

本実験にて推定された4号ケイ砂の縦分散長は約0.135 cm、横分散長は約0.0139 cmである点を踏まえて、これらの値を2層地盤および3層地盤におけるマイクロ分散長と仮定することで、マクロ分散長とマイクロ分散長の比 A/α を求め、図-6に示す。図より、ケースK4-K5における縦分散長はマイクロ分散長の約10倍、K4-K6では約30.8倍、K4-K5-K4では2.9倍、K4-K6-K4では約8.7倍であり、2層構成の方が3層地盤よりも大きいマクロ分散となっている。これは式(5)と式(6)にて表されるように、分散係数の大きい層へ移行する確率が高い点に起因すると考えられる。また、3層構成となることで透水性の高い層へのトレーサ移動量が増大するため、3層場の2次空間モーメント量は2層地盤よりも小さくなり、マクロ分散の相違につながったと推察される。

5. 結論

本研究では均質地盤と成層地盤を対象として飽和・定常流条件下で物質移動実験を実施し、画像データと空間モーメント法を連携した分散長の推定手法を提案した。また、成層地盤に対してマクロ分散現象の発現を確認し、マクロ分散長とマイクロ分散長の比を用いることで、マクロ分散現象による分散長の増加を定量的に評価し、透水係数の大きい層への移行確率は透水係数の小さい層への移行確率と比べ高いと結論付けた。さらには、層の構成状態や透水係数の差異に応じてマクロ分散は大きく左右される結論を実験的に得た。

参考文献

- 1) Dagan, G.: Time-dependent macrodispersion for solute transport in anisotropic heterogeneous aquifers, *Water Resour. Res.*, 24(9), pp.1491-1500, 1988.
- 2) Harleman, D.R.F. and Rumer, R.R.: Longitudinal and lateral dispersion in an isotropic porous media, *J. Fluid Mech.*, 16, pp.385-394, 1963.
- 3) Hoteit, H., Mose, R., Younes, A., Lehmann, F. and Ackerer, Ph.: Three-dimensional modeling of mass transfer in porous media using the mixed hybrid finite elements and the random-walk methods, *Math. Geol.*, 34(4), pp.435-456, 2002.